

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514620

相机-线激光联合标定的点云彩色纹理映射方法*

蒲怀安^{1,2}, 季彦均^{1,2}, 唐进元^{1,2}, 陈龙庭^{1,2}, 宋碧芸^{1,2}

(1. 中南大学机电工程学院 长沙 410083; 2. 中南大学极端服役性能精准制造全国重点实验室 长沙 410083)

摘要:针对工业三维彩色重建中相机-线激光联合标定高精度依赖复杂高精靶标的问题,提出了一套基于多特征、弱约束标定块的高精度标定方案,整体由多模态特征提取与配准框架以及标定模型的两阶段优化求解构成。首先,在标定块上引入圆孔中心并与角点协同检测;角点采用几何约束实现亚像素定位,圆心采用两阶段椭圆拟合实现精定位;随后,提出姿态自适应投影下的三维特征点重建方法,按降维-检测-提维流程将三维定位转化为二维检测并反投影重建三维点云,提升对噪声与姿态变化的鲁棒性;最后,结合几何先验实现 2D-3D 特征点的无歧义配准。参数求解采用线性拆解-非线性重构的两阶段优化:在单帧条件下由特征点对线性估计映射矩阵初值,经过三角正交分解分离内外参数后,引入镜头畸变参数进行全局非线性精化,提升解的全局最优性与泛化能力。实验结果表明:归一化平均重投影误差为 0.84 pixels,对应物理距离误差为 0.019 4 mm;相较基准方法,两项误差指标分别降低约 65% 与 61%;在 3 种光照条件下标定结果一致,误差波动小,表明方法具有较强鲁棒性。同时消融实验证明了圆心特征在透视变换下的定位稳定性显著优于角点。在齿面彩色重建任务中,基于所获映射矩阵的点云彩色纹理映射可高保真复现齿面微观印痕与划痕,验证了工程可用性。

关键词: 相机-线激光;联合标定;弱约束标定块;姿态自适应投影;两阶段优化;彩色纹理映射

中图分类号: TH74 TP39 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40

Point cloud color texture mapping method via camera-laser line joint calibration

Pu Huaian^{1,2}, Ji Yanjun^{1,2}, Tang Jinyuan^{1,2}, Chen Longting^{1,2}, Song Biyun^{1,2}

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;

2. Key State Lab of High Performance Complex Manufacturing, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: To address the reliance of high-precision camera-line-laser joint calibration on complex high-accuracy targets in industrial 3D color reconstruction, this paper proposes a high-precision calibration scheme based on a multi-feature, weakly constrained calibration block. The overall method comprises a multimodal feature extraction and registration framework, together with a two-stage optimization-based solver for the calibration model. Circular-hole centers are introduced on the calibration block and jointly detected with corner points. Corners are localized with sub-pixel accuracy using geometric constraints, while circular-hole centers are precisely estimated via a two-stage ellipse fitting strategy. Subsequently, a pose-adaptive projection-based method for 3D feature reconstruction is presented. Following a dimensionality-reduction-detection-lifting pipeline, the 3D localization problem is transformed into 2D feature detection and then back-projected to reconstruct the 3D point cloud, thereby improving robustness to noise and pose variations. Finally, unambiguous 2D-3D feature point registration is achieved by incorporating geometric priors. For parameter estimation, a linear decomposition-nonlinear reconstruction two-stage optimization is adopted. The initial mapping matrix is linearly estimated from single-frame feature correspondences; after separating intrinsic and extrinsic parameters via RQ decomposition, lens distortion is incorporated for global nonlinear refinement to enhance global optimality and generalization. Experimental results indicate that, the proposed method achieves a normalized mean reprojection error of 0.84 pixels, corresponding to a physical distance error of 0.019 4 mm. Compared with the baseline method, those two error metrics are reduced by approximately 65% and 61%, respectively. The proposed method also yields consistent calibration results with small error fluctuations under three illumination conditions, indicating strong robustness. Ablation results further

收稿日期: 2025-10-26 Received Date: 2025-10-26

* 基金项目: 国家重点研发计划(2024YFB4708703)项目资助

confirm that center features are significantly more stable than corner features under perspective transformation. In the gear tooth-surface color reconstruction task, point-cloud color texture mapping based on the obtained mapping matrix faithfully reproduces microscopic impressions and scratches on the tooth surface, thereby validating its engineering applicability.

Keywords: camera-laser line; joint calibration; weakly constrained calibration block; pose-adaptive projection; two-stage optimization; color texture mapping

0 引言

在三维检测、彩色重建等工程场景中,由高分辨率相机与线激光测量仪构成的相机-线激光系统,因其能高效获取兼具精确几何与真实外观的三维模型而被广泛应用。该系统通过多模态信息^[1]互补实现优势融合:线激光测量仪精准捕获物体表面的三维几何轮廓以生成点云^[2],但缺乏色彩纹理;相机记录丰富的色彩与细节,却无法直接获取空间深度信息。将两者数据有效结合,对于实现高精度彩色重建至关重要^[3-4]。

然而,两者融合的最终效果受到两个传感器间空间位姿关系的标定即相机-线激光的联合标定精度的影响,其技术原理就是来求解一个能描述线激光点到相机像素点映射的投影模型^[5]。

传统的相机-线激光联合标定方法主要有基于靶标和无靶标两大类,基于靶标的方法因其原理简单而使用较多。这种方法的核心是使用一个已知几何约束的特征物^[6],常见的有棋盘格等常用靶标,以及V型槽、球体等精密靶标,并将其至于相机和线激光的共同视野当中。通过建立这些特征在图像平面和三维空间中的对应关系,即可构建约束方程,进而求解出相机与线激光之间的外参矩阵^[7]。

在相机-线激光联合标定领域,目前的方案主要有基于靶标与无靶标两种方案。基于靶标的方案因原理清晰、实现便捷而被广泛采用。早期工作中,Zhang等^[8]通过观测处于不同位姿下的棋盘格完成了相机的外参矩阵标定,奠定了该方向的基础,其思想一直沿用至今^[9-10]。但平面靶标方案有一定的缺陷:靶标的制作精度特别是表面的平面度严重影响标定结果,任何一小处凹凸都可能带来误差,因此需要从多个视角采集数据以获得充分约束,但也导致流程较为繁琐。

还有部分研究人员设计了能够提供更多空间约束的精密靶标。Chen等^[11]制作的特殊立方体、李新等^[12]使用自制的镂空标定板,以及Choi等^[13]设计的带有方格图案的正交三面体,这些特征物都能够引入更多的空间约束,在一定程度上减少了标定流程,提升了标定的精度。还有利用球体^[14]的高对称性或更多特征3D校准板^[15]来简化特征提取或实现流程自动化。甚至Yi等^[16]未依靠传统标定板,反而采用特制激光探测卡

建立3D~2D对应关系并通过两阶段优化求解标定模型。这些方法在精度上表现更好,但靶标结构复杂,对加工精度和表面处理要求较高,制作难度和成本都明显高于简单几何靶标。

值得注意的是,Zhou等^[17]的研究表明,使用简单矩形块也可以实现高精度标定,但其在模型构建方面存在两点不足:1)未充分考虑相机镜头畸变对成像精度的影响;2)未对工业零件常见的倒角对二维角点提取的干扰进行有效补偿。因此如何在结构简单、易制靶标基础上实现高精度标定并建立补偿畸变的完整相机模型,仍然是该领域需要深入研究的方向。

为解决上述难题而提出了一种基于多特征、弱约束标定块的高精度联合标定方案,目的是为点云彩色纹理映射建立精确的几何变换模型,以支撑精密的三维彩色重建任务。研究的主要内容为:

1)构建了一套鲁棒的多模态特征点提取与配准框架,在标定块上引入圆心并与角点协同检测,二维角点按曲率预筛、直线拟合以及交点精化做亚像素定位,圆心以初值估计以及最小正交距离迭代实现精准定位;采用姿态自适应投影法按降维-检测-提维完成三维特征点重建;最后结合拓扑结构不变性以及几何尺寸先验实现2D~3D特征点的无歧义配准。

2)在模型求解层面提出并实现了线性拆解-非线性重构的两阶段标定流程,以线性方法快速获得映射矩阵初值并通过RQ分解分离内外参数,再引入畸变参数构建一个完整的相机模型进行全局非线性精化,从而提升求解的全局性与泛化能力。

3)通过实验证明所提方案在使用结构简单易制靶标情况下仍能实现优于现有方法的标定精度,并指出圆心特征在透视变换下具有较角点更高的定位稳定性。

1 联合标定模型的求解原理

建立相机-线激光联合标定的数学模型如图1所示,该模型主要描述空间中任意一点 P 在线激光坐标系 $O_L - X_L Y_L Z_L$,相机坐标系 $O_C - X_C Y_C Z_C$,图像物理坐标系 $o_i - xy$,以及像素坐标系 $o_p - uv$ 之间的几何变换过程。

空间中任意一点 P 在线激光坐标系 $O_L - X_L Y_L Z_L$ 下的坐标为 $P: P = (X_L, Y_L, Z_L)$ 。该点到最终成像点 $P_p(u, v)$ 的投影过程,可分解为3个步骤:

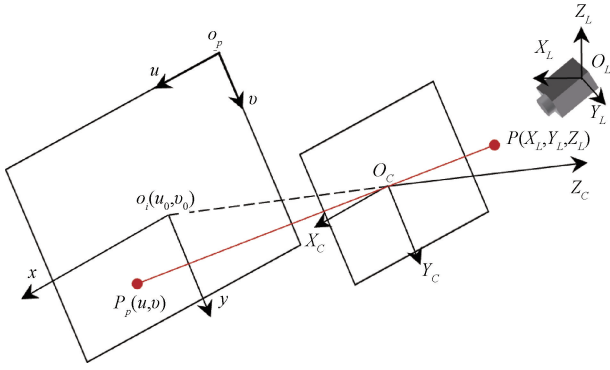


图 1 线激光-相机联合标定模型

Fig. 1 The schematic of the joint calibration model for the camera-laser line system

1) 刚性变换:由式(1)通过旋转矩阵 \mathbf{R}_L^C 和平移向量 \mathbf{T}_L^C 使用线激光坐标系 $O_L - X_L Y_L Z_L$ 上一点 P 转换至相机坐标系 $O_C - X_C Y_C Z_C$ 下的点 $P_C(X_C, Y_C, Z_C)$ 。

$$\begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_L^C & \mathbf{T}_L^C \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{R}_L^C \begin{pmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \end{pmatrix} + \mathbf{T}_L^C \quad (1)$$

其中,相机的外参矩阵可视为 $\begin{pmatrix} \mathbf{R}_L^C & \mathbf{T}_L^C \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$, 且有

$$\mathbf{R}_L^C = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}, \mathbf{T}_L^C = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix}。$$

2) 透视投影变换:根据小孔成像原理,点 P_C 通过相机光心 O_C 转换到图像物理坐标系 $o_i - xy$ 的一点 $P_i(x, y)$,此过程如式所示。

$$Z_C \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中 f 为相机的焦距。

3) 仿射变换:图像物理坐标 $P_i(x, y)$ 通过坐标的平移和缩放转换为像素坐标系 $o_p - uv$ 下,最终点坐标为 $P_p(u, v)$, 如式(3)所示。

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{d_x} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{d_y} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

其中, d_x 和 d_y 为单个像素的物理尺寸, $o_i(u_0, v_0)$ 为图像物理坐标系原点在像素坐标系下的坐标。

整合式(1)~(3)可得:

$$Z_C \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_L^C & \mathbf{T}_L^C \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{f}{d_x} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{f}{d_y} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}。$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{R}_L^C & \mathbf{T}_L^C \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中, \mathbf{K} 为相机的内参矩阵, \mathbf{M} 为线激光坐标系转换到相机像素坐标系所需的映射矩阵, 且有:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \frac{f}{d_x} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{f}{d_y} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ m_5 & m_6 & m_7 & m_8 \\ m_9 & m_{10} & m_{11} & m_{12} \end{pmatrix}。$$

只需求解 \mathbf{M} 矩阵的 12 个变量即可确定线激光与相机之间的空间位姿关系。求解式(4)可得:

$$\begin{cases} u = (m_1 X_L + m_2 Y_L + m_3 Z_L + m_4) / Z_C \\ v = (m_5 X_L + m_6 Y_L + m_7 Z_L + m_8) / Z_C \Rightarrow \\ Z_C = m_9 X_L + m_{10} Y_L + m_{11} Z_L + m_{12} \\ \begin{cases} u = \frac{m_1 X_L + m_2 Y_L + m_3 Z_L + m_4}{m_9 X_L + m_{10} Y_L + m_{11} Z_L + m_{12}} \\ v = \frac{m_5 X_L + m_6 Y_L + m_7 Z_L + m_8}{m_9 X_L + m_{10} Y_L + m_{11} Z_L + m_{12}} \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

可知一对特征点可以提供两个方程, 12 个未知数至少需要 6 对特征点才完成对映射矩阵 \mathbf{M} 的求解, 并且引入归一化约束 $m_{12} = 1$ 使得该映射矩阵唯一。

上述过程虽然求解出了矩阵 \mathbf{M} , 但由于直接线性变换法 (direct linear transformation, DLT) 未考虑相机镜头的物理特性所导致的畸变, 导致精度受限, 需要引入畸变来重构完整的相机模型。在此之前需要将矩阵 \mathbf{M} 分解得到相机的内参和外参矩阵。RQ 分解法能够将矩阵唯一的分解为一个上三角矩阵和一个正交矩阵的乘积。

由于存在 $\mathbf{M} = (\mathbf{K}\mathbf{R}_L^C, \mathbf{K}\mathbf{T}_L^C) = (\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2)$ 使得:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_1 = \mathbf{K}\mathbf{R}_L^C \\ \mathbf{M}_2 = \mathbf{K}\mathbf{T}_L^C \end{cases} \quad (6)$$

对 \mathbf{M}_1 作 RQ 分解, 即:

$$\mathbf{M}_1 = \hat{\mathbf{K}}\hat{\mathbf{R}} \quad (7)$$

其中, $\hat{\mathbf{R}}$ 为正交矩阵, $\hat{\mathbf{K}}$ 是对角线全为正数的上三角矩阵, 分解后若其对角线上元素存在负数, 则需将其转化为正数, 且该分解的表达式唯一。

上三角矩阵 $\hat{\mathbf{K}}$ 与内参数矩阵 \mathbf{K} 成倍数关系, 如式(8)所示。

$$\mathbf{K} = \hat{\mathbf{K}}_{33}^{-1} \hat{\mathbf{K}} \quad (8)$$

其中, $\hat{\mathbf{K}}_{33}$ 是矩阵 $\hat{\mathbf{K}}$ 的第3行第3列的元素。

其次检查 $\hat{\mathbf{R}}$ 行列式是否为1,若是,则 $\hat{\mathbf{R}}$ 为外参中的旋转矩阵,否则 $-\hat{\mathbf{R}}$ 为外参中的旋转矩阵。 \mathbf{T} 可通过式(9)来确定,即:

$$\mathbf{T} = \begin{cases} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{M}_2, & \det(\hat{\mathbf{R}}) = 1 \\ -\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M}_2, & \det(\hat{\mathbf{R}}) = -1 \end{cases} \quad (9)$$

目前内参和外参矩阵已知,可以在相机坐标系下引入畸变从而构建完整的相机模型,如式(10)和(11)所示。

$$\begin{cases} x' = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_1(r^2 + 2x^2) + 2p_2 xy \\ y' = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_2(r^2 + 2y^2) + 2p_1 xy \\ r^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{d_x} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{d_y} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

其中, k_1, k_2, k_3 为径向畸变系数, p_1, p_2 为切向畸变系数, (x, y) 为相机坐标系下的归一化无畸变点坐标, (x', y') 为相机坐标系下的归一化畸变点坐标。

最后一步是最小化重投影误差,采用非线性优化方法,如列文伯格-马夸尔特法(Levenberg-Marquardt, LM)优化模型中各个参数,优化目标函数如式(12)所示。

$$\min \sum_{i=1}^n \|m_i - \hat{m}(\mathbf{K}, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, \mathbf{R}, \mathbf{T}, P_i)\|^2 \quad (12)$$

其中, $\hat{m}(\mathbf{K}, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, \mathbf{R}, \mathbf{T}, P_i)$ 表示在给定相机参数和畸变系数下,三维点 P_i 的预测像素坐标, m_i 为对应的观测像素点坐标, n 为全部特征点的数量。

2 标定方案

2.1 靶标设计

标定时使用的特征物为弱约束标定块,如图2所示,上表面融合了四边形和圆形两种特征,在任一姿态下均可提供6个特征点,单次采集即可实现映射矩阵的初始解算。

标定块仅对上表面提出一定的几何精度要求:边的直线度和圆的圆度,整体结构制作简单,相对其他复杂高精度靶标而言加工难度和成本更易控制。其中上表面圆的精度可根据具体的标定精度适当调整。

2.2 多模态特征点检测与配准框架

角点作为图像当中的一种关键特征,通常会被定义为边缘交汇点或者局部曲率极大值点^[18-19]。传统的角点



图2 标定块模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of calibration block model

检测算子像 Harris 算子^[20]、Shi-Tomasi 算子^[21]等检测性能易受光照、噪声以及目标表面纹理不均等因素影响,很难达到高精度方面的要求^[22]。

为解决上述问题,本研究提出一套高鲁棒性的多模态特征点检测与配准框架。其核心贡献可概括为4点,即:

1) 提出一种基于边缘几何约束的亚像素角点提取方法,该方法采用曲率预筛选与邻域边缘直线拟合的两阶段流程,回归角点的定义即两条边缘直线的精确交点,用结构稳定的线特征拟合代替点特征定位。

2) 提出粗定位与精优化两阶段的椭圆中心提取方法,该方法基于初值估计与最小正交距离迭代优化的策略实现高稳定性圆心的精准定位。

3) 提出一种姿态自适应投影下的三维特征点重建方法,该方法基于降维-检测-提维策略实现三维特征点的精确提取。

4) 提出基于先验的2D~3D特征点配准方法,实现跨模态特征的无歧义配准。

整体技术流程图如图3所示。

1) 基于边缘几何约束的亚像素角点提取方法
相机采集的标定块图像如图4所示。

由于加工精度有限及成像条件等因素的影响,标定块边缘存在噪声、毛刺以及模糊等非理想现象,直接使用传统的角点检测算子会出现角点误检、漏检、错检的情况,故提出一种基于边缘几何约束的亚像素角点提取方法,将对噪音敏感的点特征定位问题转换为对结构更稳定、信息更丰富的线特征拟合问题,该方法具有很强的鲁棒性,其包括两个阶段:

(1) 候选角点区域的快速定位

在 Canny 算子提取出的二值化边缘图像上,边界由大量离散像素点构成。遍历边界上的降采样后的所有点,并计算每个点的局部曲率。由于角点在几何上表现为曲率的局部极大值点,通过设定阈值来选取曲率较大的4个峰值点,从而能够快速筛选出最接近真实角点的4个候选角点 $P_i^c (i = 1, 2, 3, 4)$,如图5所示(为展示效果,图示边缘点的数量较正常情况减少了一半)。

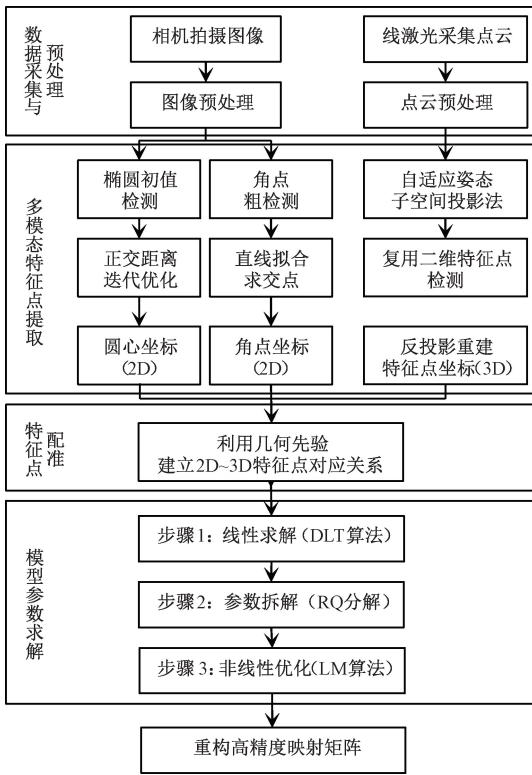


图 3 整体技术流程图

Fig. 3 The overall technical procedure

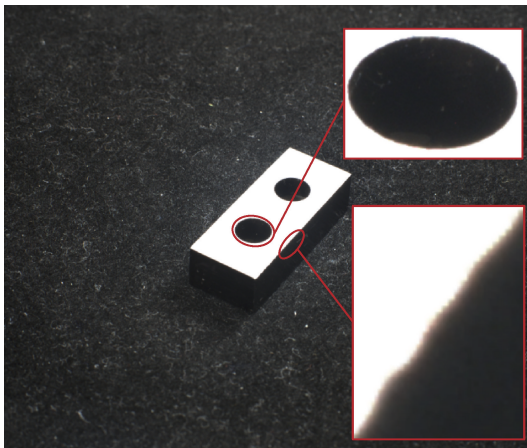


图 4 相机采集的存在边缘噪声与模糊的标定块图像

Fig. 4 The captured image of the calibration target, exhibiting edge noise and blur

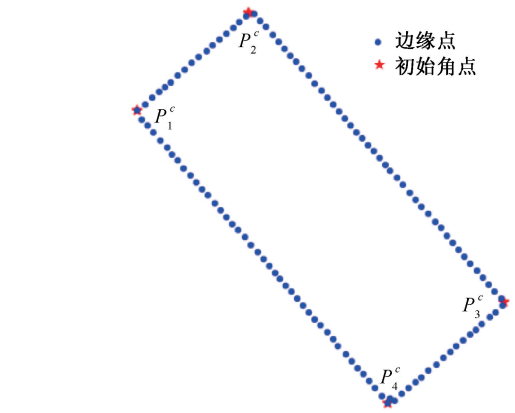


图 5 基于曲率筛选的 4 个候选角点

Fig. 5 Four candidate corners selected based on curvature screening

离超出阈值的点,然后利用剩余的点重新进行直线拟合。

c. 重复步骤 b 直至达到设置的迭代次数或者拟合精度,得到最终代表标定块边缘的 4 条直线方程 $y_i = k_i x + b_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 。

完成 4 条边缘直线的精确拟合后,联立相邻两条直线的方程,并通过式 (13) 解析求解其交点即最终的角点 $P_i^f (i = 1, 2, 3, 4)$, 如图 6 所示。

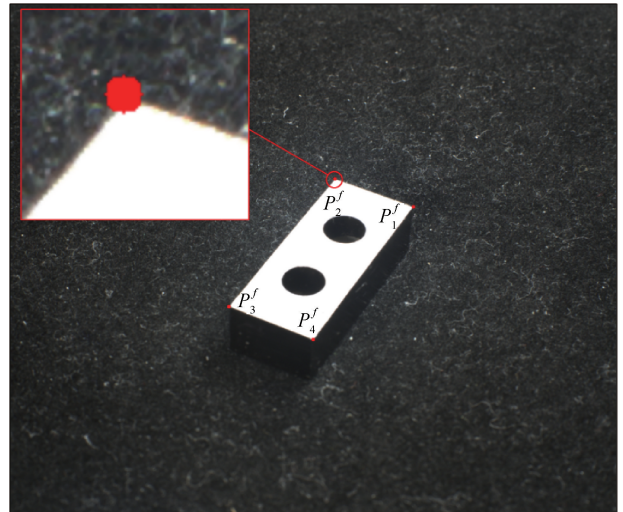


图 6 基于边缘直线拟合与求交得到的 4 个亚像素角点

Fig. 6 The four sub-pixel corners determined by fitting and intersecting the edge lines

(2) 基于迭代直线拟合的亚像素角点精化

仅通过曲率筛选的结果容易受到局部噪音和边缘毛刺的影响,导致角点定位不准确。因此,利用 4 个候选角点将整个四边形轮廓分割为四段独立的边缘点集。对每一段点集采用迭代最小二乘法进行直线拟合,即:

- a. 首次拟合:利用所有点进行直线拟合。
- b. 剔除与拟合:设一阈值,剔除点到当前拟合直线的距

已知任意两条不平行的直线方程: $y_1 = k_1 x + b_1$ 和 $y_2 = k_2 x + b_2$, 则其交点 $P_1^f(x, y)$ 为:

$$\begin{cases} x = \frac{b_1 - b_2}{k_1 - k_2} \\ y = k_1 \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2} + b_1 \end{cases} \quad (13)$$

2) 粗定位与精优化两阶段的椭圆中心提取方法

在特征提取框架中,与易受局部噪声干扰的角点相比,由圆孔投影形成的椭圆轮廓在全球形态上更为稳定,其定位精度直接影响最终的标定结果。

然而精确求解椭圆参数是典型非线性最小二乘问题,基于代数距离的线性拟合法计算快速,但对噪声敏感且缺乏几何不变性^[23],当轮廓点分布不均或存在局部扰动时误差较大,难以满足高精度要求。相对而言直接采用基于正交距离^[24](几何距离,即点到椭圆真实距离)的非线性优化精度更高,但计算量大且对初始值敏感。结合两者的优势设计并实现了一种两阶段的粗定位与精优化的椭圆中心提取方法,具体为:

(1) 初始参数的快速估计

在粗定位阶段,对边缘轮廓点集采用基于代数距离的最小二乘法拟合,如 OpenCV 中的 fitEllipse,得到椭圆参数的初始估计向量 $\mathbf{p} = [c_x, c_y, a, b, \theta]^T$, 其中 (c_x, c_y) 为椭圆的中心所在像素坐标系中的坐标, a 、 b 、 θ 分别为椭圆的长、短轴、旋转角。

(2) 最小正交距离迭代

在精细化阶段以初始向量 $\mathbf{p} = [c_x, c_y, a, b, \theta]^T$ 为起点,最小化所有轮廓点 $P(x_i, y_i)$ 到椭圆模型的真实距离的平方和。该优化问题可通过式(14)表示,即:

$$\min \sum_{i=1}^n d_i^2(\mathbf{p}) \quad (14)$$

其中, $d_i(\mathbf{p})$ 是点 $P(x_i, y_i)$ 到椭圆的几何距离。

求出每一个轮廓点正交距离的前提是在当前椭圆模型上找出其对应正交投影点。基于椭圆参数初值构建关于角度 t 的椭圆参数方程,并将 $d_i(\mathbf{p})$ 改写为参数化的形式,即:

$$\begin{cases} x_e(t) = c_x + a \cos t \cos \theta - b \sin t \sin \theta \\ y_e(t) = c_y + a \cos t \sin \theta + b \sin t \cos \theta \end{cases} \quad (15)$$

$$d_i(t) = \min_t \sqrt{[x_e(t) - x_i]^2 + [y_e(t) - y_i]^2} \quad (16)$$

在最优参数 t 处, $d_i(t)$ 的值最小,将最小化问题转化为数学优化问题,即:

$$\min_{t \in [0, 2\pi]} [d_i(t)]^2 = \min_{t \in [0, 2\pi]} \{ [x_e(t) - x_i]^2 + [y_e(t) - y_i]^2 \} \quad (17)$$

求导并令导数为 0, 即:

$$[x_e(t) - x_i] \frac{dx_e(t)}{dt} + [y_e(t) - y_i] \frac{dy_e(t)}{dt} = 0 \quad (18)$$

代入导数公式, 即:

$$\frac{dx_e(t)}{dt} = -a \sin t \cos \theta - b \cos t \sin \theta \quad (19)$$

$$\frac{dy_e(t)}{dt} = -a \sin t \sin \theta + b \cos t \cos \theta \quad (20)$$

由式(18)~(20)可以解出最优参数 t_{opt} , 从而能够确定轮廓点对应的正交距离。

对于 n 个数据点, 构建残差 $r_i(\mathbf{p})$, 即:

$$r_i(\mathbf{p}) = d_i(\mathbf{p}) \quad (21)$$

其中, $\mathbf{p} = [c_x, c_y, a, b, \theta]^T$ 是椭圆初始参数向量。

雅可比矩阵 \mathbf{J} 是残差 $r(\mathbf{p})$ 对参数 \mathbf{p} 的偏导数矩阵, 可构建矩阵 \mathbf{J} , 即:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial c_x} & \frac{\partial r_1}{\partial c_y} & \frac{\partial r_1}{\partial a} & \frac{\partial r_1}{\partial b} & \frac{\partial r_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial r_2}{\partial c_x} & \frac{\partial r_2}{\partial c_y} & \frac{\partial r_2}{\partial a} & \frac{\partial r_2}{\partial b} & \frac{\partial r_2}{\partial \theta} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial r_n}{\partial c_x} & \frac{\partial r_n}{\partial c_y} & \frac{\partial r_n}{\partial a} & \frac{\partial r_n}{\partial b} & \frac{\partial r_n}{\partial \theta} \end{pmatrix} \quad (22)$$

为了准确且快速的计算残差 $r(\mathbf{p})$ 对椭圆参数 \mathbf{p} 的偏导数, 需要考虑参数变化对 t_{opt} 的影响, 因此采用数值微分的近似方法中心差分法进行近似计算, 对于任意的参数 p_j , 残差 $r_i(\mathbf{p})$ 的偏导数为:

$$\frac{\partial r_i}{\partial p_j} = \frac{r_i(\mathbf{p} + h\mathbf{e}_j) - r_i(\mathbf{p} - h\mathbf{e}_j)}{2h} \quad (23)$$

其中, h 是微小扰动步长, \mathbf{e}_j 是单位向量。

使用 LM 方法迭代求解 $\mathbf{p}^{(k+1)}$, 构建求解方程如式(24)所示。

$$\mathbf{p}^{(k+1)} = \mathbf{p}^{(k)} - (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{r} \quad (24)$$

其中, 迭代初始值 $\mathbf{p}^{(0)} = \mathbf{p}$, μ 为正则化参数, 控制信赖域半径, 调节参数更新步长范围。迭代停止条件为:

$$\Delta r = \|r^{(k+1)}\| - \|r^{(k)}\| < \varepsilon_r \quad (25)$$

$$\Delta p = \|\mathbf{p}^{(k+1)}\| - \|\mathbf{p}^{(k)}\| < \varepsilon_p \quad (26)$$

其中, ε_r 和 ε_p 分别为残差、参数变化阈值。

椭圆参数向量优化结束后可以从中提取出精确的椭圆中心坐标, 两个椭圆拟合的结果如图 7 所示, 标定块图像上的所有特征点检测结果如图 8 所示, 可以看出椭圆中心点的高精度定位。

3) 姿态自适应投影下的三维特征点重建方法

直接在杂乱且带有噪声的激光扫描点云里进行三维特征点的提取难度较高, 为降低问题的复杂程度并且提升稳定性, 提出一种姿态自适应投影下的三维特征点重建方法, 该方法的核心是降维-检测-提维这样一种方法论框架, 目的是将困难的三维点定位问题通过降维后转化成能利用成熟二维图像处理技术的二维问题, 以此在保证精度的同时提升方法的鲁棒性, 该方法的实现主要包括 3 个步骤:

(1) 目标平面的拟合

目标平面为标定块上表面, 但由于原始点云中包含大量离群点和噪声, 如图 9 所示, 故先开展基于距离和高

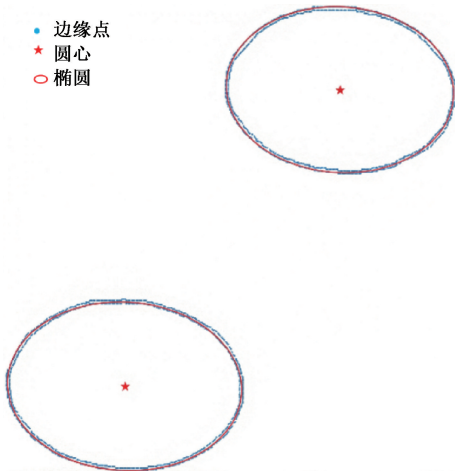


图 7 两个椭圆圆心检测结果

Fig. 7 The detection result of the ellipses and their centers based on iterative optimization

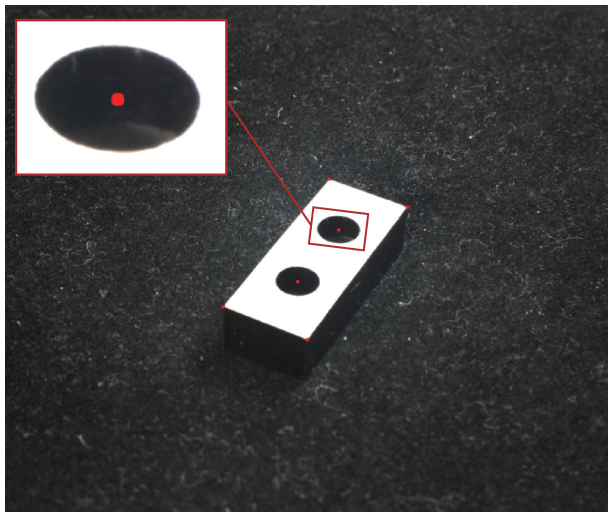


图 8 标定块上全部特征点的检测结果

Fig. 8 Detection results of all feature points on the calibration target

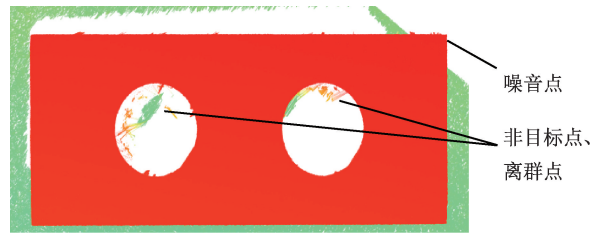


图 9 原始标定块点云,带有噪音、离群点和非目标点

Fig. 9 The raw point cloud of the calibration target, containing noise, outliers, and non-target points



图 10 预处理后的点云

Fig. 10 The point cloud after pre-processing

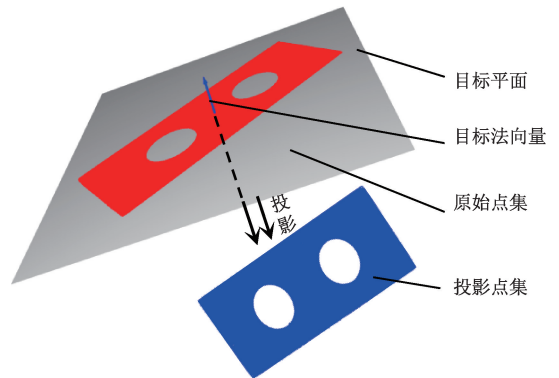


图 11 三维点集投影至拟合的目标平面

Fig. 11 The orthographic projection of the 3D point set onto the fitted target plane

度的滤波算法初步剔除大部分无关点云,对剩余点云采用平面拟合算法拟合标定块上表面,并且持续剔除与当前平面距离较大的点,直至收敛,从而可以得到定义特征点所在的子空间的平面方程 $AX + BY + CZ = 0$, 结果如图 10 所示,受采集噪声与真实表面微起伏影响,平面拟合存在一定的残差,因此还需要对剩余的所有点进行相关处理。

(2) 姿态自适应的二维投影

传统的鸟瞰投影法通常要求目标物处于特定姿态,具有局限性。要实现对任意姿态标定块的处理,需要在目标平面上动态地构建一个局部坐标系以及将点云进行标准化处理。在此之前,将步骤(1)得到的所有点云正交投影到目标平面得到一个四边形区域,如图 11 所示。

其具体公式如式(27)所示。

$$\mathcal{P}' = \{P_i - [(P_i - Q) \cdot n] \cdot n \mid P_i \in \mathcal{P}\} \quad (27)$$

其中, $n = (A, B, C)$ 为目标平面的单位法向量,原始三维点集 $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_N\}, P_i \in \mathbb{R}^3, Q$ 为目标平面上一点, \mathcal{P}' 为投影后的点集。

在投影区域上建立局部坐标系 $O_l - X_l Y_l Z_l$, 该坐标系的 Z 轴与目标平面法向量 $n = (A, B, C)$ 方向一致, X 和 Y 轴通过几何约束构建在该平面上,如图 12 所示。

随后将点集 \mathcal{P}' 映射到局部坐标系 $O_l - X_l Y_l Z_l$, 得到一组全新的姿态标准化的二维点集即降维。为方便后续检测,将该二维点集进行栅格化,得到一张规则的二值化投影图像,如图 13 所示。

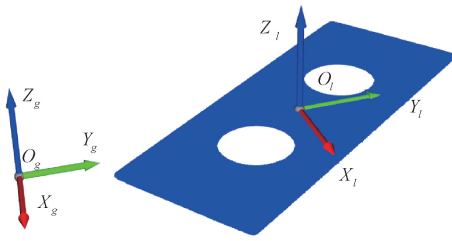


图 12 在目标平面上建立局部坐标系

Fig. 12 The established a local coordinate system on the target plane

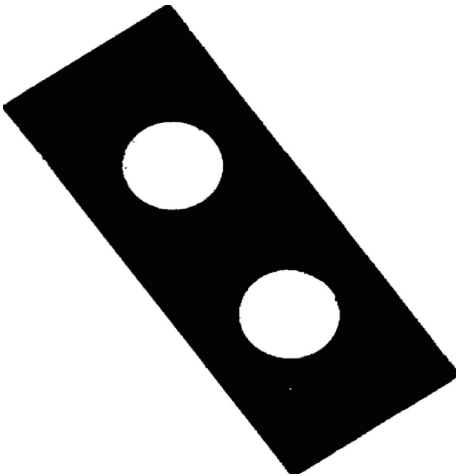


图 13 二维点集栅格化处理结果

Fig. 13 The rasterized binary image generated from the 2D projected points

(3) 三维坐标重建

在姿态标准化的二值化投影图像上可以直接复用上文提出的角点和椭圆圆心提取方法完成对特征点 $P_{l,i}^f (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 的检测。

最后进行提维。根据局部坐标系 $O_1 - X_1 Y_1 Z_1$ 与全局坐标系 $O_g - X_g Y_g Z_g$ 之间的关系以及所有点均满足目标平面方程 $AX + BY + CZ = 0$ 这一强约束, 将检测出的二维坐标通过反投影回到三维空间, 最终得到三维特征点坐标 $P_{g,i}^f (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$, 如图 14 和 15 所示。

2.3 基于几何先验的 2D~3D 特征点配准

在分别获取了图像中的 2D 特征点集(四角点、双圆心)和点云中的 3D 特征点集后, 必须建立它们之间无歧义的、一一对应的关系。为了解决多模态特征点之间的对应问题, 利用标定块内蕴的几何特性, 设计了一套配准策略。

1) 基于拓扑结构不变性的角点配准

利用四边形固有的拓扑结构(即角点的循环顺序)在投影变换下保持不变的原理, 采用极角排序法来恢复

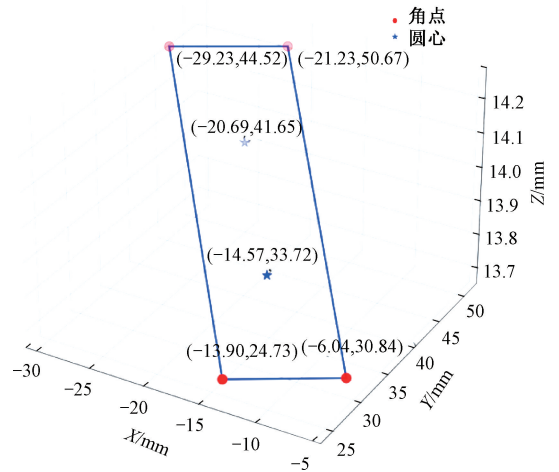


图 14 投影至局部平面后的二维特征点分布

Fig. 14 The distribution of the 2D feature points after projection onto the local plane

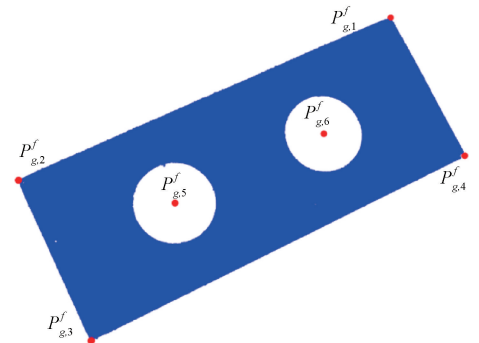


图 15 反投影重建的三维特征点在原始点云中的可视化

Fig. 15 Visualization of the back-projected 3D feature points on the original point cloud

这一拓扑结构。所谓极角排序, 就是根据点相对于极轴的极角大小来排序。

首先利用式(28)计算 4 个角点的几何中心(质心)作为排序的参考极点; 其次以该质心为原点, 利用式(29)计算每个角点相对于质心的极角; 最后分别对 2D 角点集 $P_i^f (i = 1, 2, 3, 4)$ 和 3D 角点集 $P_{g,i}^f (i = 1, 2, 3, 4)$ 按其极角大小进行逆时针排序。

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ y' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad (28)$$

$$\theta = \text{atan2}(y - y', x - x') \quad (29)$$

排序完成后, 两个组合中索引相同的角点即为一对匹配点。

2) 基于几何尺寸先验的圆心配准

由于标定块上的两个圆孔半径已知且不相等, 因此

可以根据最终圆半径值趋近的原则,进行 2D 圆心与 3D 圆心的配准工作。

3 实验验证与分析

3.1 实验设备

实验涉及的硬件设备如图 16 所示,包括线激光测量仪、高分辨率相机、移动平台、光源等,其中线激光测量仪和高分辨率相机、移动平台主要技术指标如表 1~3 所示。光源用来提供稳定的环境光,线激光测量仪用于采集标定块的点云数据,高分辨率相机用于采集标定块的图像数据,移动平台带动标定块高精度移动。

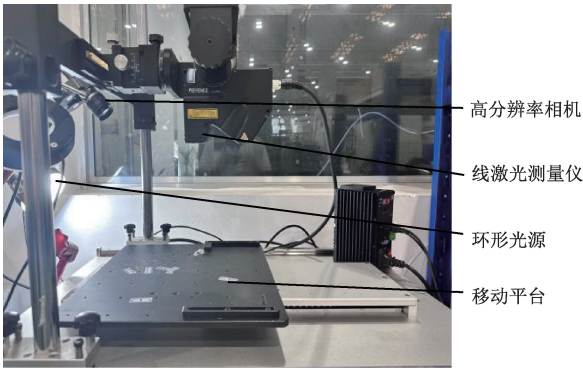


图 16 联合标定实验平台实物图

Fig. 16 The experimental setup for the joint calibration

表 1 线激光传感器主要技术指标

Table 1 The specifications of the line laser sensor

项目	参数
基准距离	73 mm
采样周期	1 kHz
Z 轴范围	± 20.5 mm
X 轴范围	30~39 mm
X 轴分辨率	12.5 μm
Z 轴分辨率	1.6 μm

表 2 高分辨率相机主要技术指标

Table 2 The specifications of the high-resolution camera

项目	参数
有效像素	2 448×2 048
像元尺寸	3.45 μm ×3.45 μm
像素数量	500 万

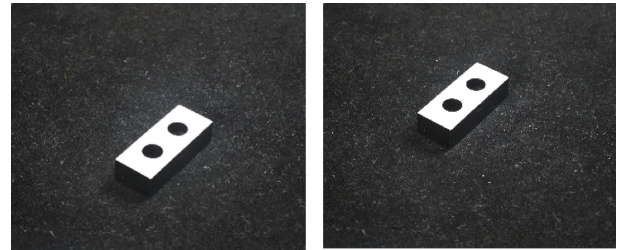
表 3 移动平台主要技术指标

Table 3 The specifications of the precision motion stage

项目	参数
最小间距	8 μm
速度	6 mm/s、可调

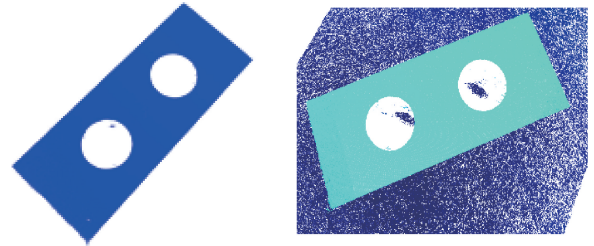
3.1 实验过程

在常规光照条件下共进行了 10 次独立的标定实验。每次实验中,使用相机采集 6~8 组图像,同时使用线激光测量仪采集图像对应姿态下的点云数据,每采集一组标定块数据后对其进行移动和旋转,同时可以调节其所在平台处的高度,保证每一组数据对应的姿态不同,如图 17 所示,点云会因所处高度不同呈现不同的颜色。6~8 组数据能够获得 36 对以上的特征点,通过这些特征点对可以求解出精确的映射矩阵。



(a) 不同位姿下的图片数据采集示例

(a) Examples of the captured image data at different poses



(b) 不同位姿下的点云数据采集示例

(b) Examples of the captured point cloud data at different poses

图 17 不同位姿下的多模态数据采集示例

Fig. 17 Examples of the captured multi-modal data at different poses

3.2 标定精度分析

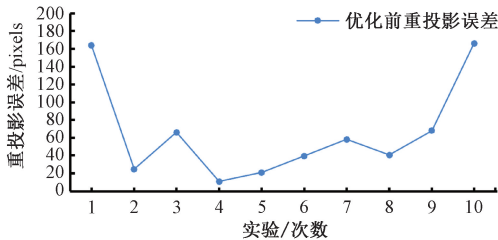
通过对比不同标定方法的重投影误差来客观评价所提出方法的精度,由表 4 可知,该方法的标定精度优于所示的其他方法。

为了进一步评估方法的稳定性,分析 10 次独立标定实验的重投影误差分布,如图 18 和 19 所示,映射矩阵初值经过 RQ 分解和非线性优化后精度大大提升,且该方法的重投影误差和物理距离误差在多次实验中均保持在较低水平且波动范围小,有力地证明了该方法在保证精度的前提下还具备出色的鲁棒性与稳定性。

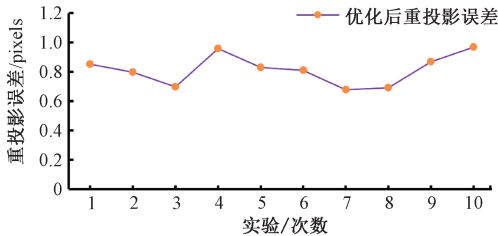
表4 不同标定方法的重投影误差对比

Table 4 Comparison of reprojection errors among different calibration methods

方法	平均重投影误差/ pixels	最大重投影误差/ pixels
文献[17]	3~6	约6
文献[25]	1.80	约5
文献[26]	1.92	4.92
本文方法	1.16	1.63



(a) 线性初解对应的重投影误差分布
(a) Distribution of reprojection errors corresponding to the initial linear solution



(b) 全局非线性优化后的最终重投影误差分布
(b) Distribution of final reprojection errors after global non-linear optimization

图18 全局非线性优化对重投影误差的改善效果

Fig. 18 The improvement of reprojection errors before and after the global non-linear optimization

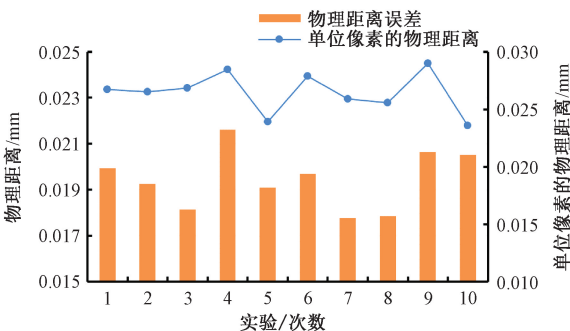


图19 最终标定结果的物理距离误差分析

Fig. 19 The analysis of the physical distance errors of the final calibration result

差和真实物理距离误差为评价指标。如表5所示,所提方法的平均重投影误差为0.83 pixels,相较于文献[17]方法的最佳值2.4 pixels,在精度上提升了约65.4%。在真实物理距离误差方面,所提方法的平均误差达到了0.0195 mm,优于文献[17]方法的最小误差约0.05 mm,精度上提升了约61%。所提方案在两项指标的对比上误差均降低超过60%,所提出方法的精度和稳定性具有明显优势。

表5 与基准方法的多维度精度对比

Table 5 Multi-dimensional accuracy comparison with the baseline method

类似方法	归一化重投影误差/ pixels	物理距离误差/ pixels
文献[17]	2.4~3.93	最小约0.05
本文方法	平均0.83	平均0.0195

3.3 不同光照条件下标定结果的鲁棒性分析

在适当的光照强度范围内,标定块上表面呈现为连续的高亮白色区域,基本覆盖整个上表面。实验中标定块基体材料为Cr12模具钢;对于其他材质的标定块,只需通过简单的照明布置使上表面形成对比度较高的白色区域,即可满足特征提取需求,必要时可以将侧面涂黑或者配合图像处理也能保证其满足要求。

分别在低强度、高强度光照条件下各做了10组的标定实验,实验结果如图20和21所示。

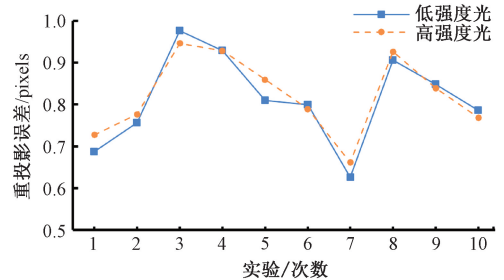


图20 不同光照强度下的重投影误差分布
Fig. 20 Reprojection error distribution under varying illumination levels

两种光照条件下均能稳定地检测出6个高精度的特征点,对应的归一化重投影误差也在0.6~1.0 pixels,与前述常规光照条件下的标定结果基本一致,表明在光照变化这一工况下,所提方法具有较好的鲁棒性。

3.4 消融实验分析

在相机成像过程中,三维物体必然会经历透视变换,这会导致正方形的投影不再是正方形,圆的投影变为椭圆,这种透视形变对不同特征类型的定位精度造成不同的影响。因此,开展消融实验来比较圆心和角点在透视

最后选取了与该方法技术路线最接近的基准方法Zhou等^[17]进行了更细致的对比,以归一化后的重投影误

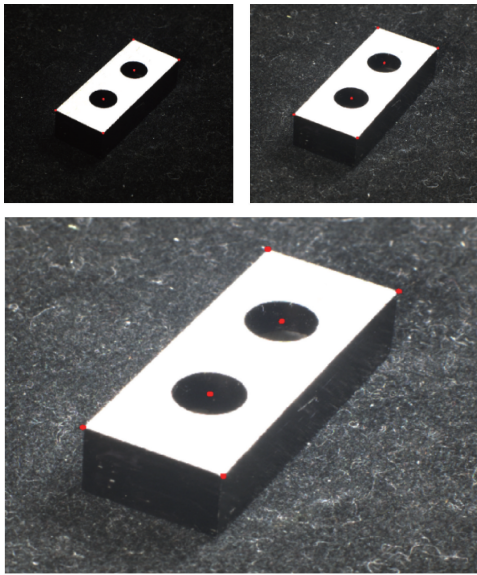


图 21 角点和椭圆中心提取算法在不同光照条件下的鲁棒性测试

Fig. 21 Robustness testing of corner and ellipse center extraction algorithms under varying lighting conditions

形变下的定位稳定性能。分别仅使用两个角点(随机选取多组两个角点结果取平均值)和两个圆心进行标定求解,并在 10 次实验中对两种情况下的平均重投影误差,如图 22 所示。

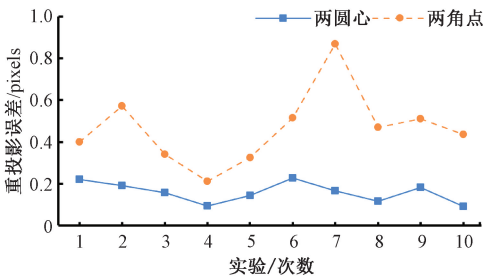


图 22 不同特征约束下的标定精度消融实验对比
Fig. 22 Ablation study: Comparison of reprojection errors using different feature constraints

由图 22 可以得出:

1) 圆心约束的稳定性优于角点约束

在全部的 10 次独立实验中,仅仅使用两个圆心进行标定的重投影误差在数值上持续低于仅使用两个角点的结果,可见在相机透视变换的影响下,由轮廓拟合得到的椭圆中心作为几何约束的定位稳定性优于由局部边缘交汇定义的角度点。

2) 特征冗余对非线性优化的重要性

实验还观察到:使用部分角点的误差低于使用全部特征点的误差,但是这并不意味着点越少越好。原因在于约束点过少时,模型可能对参与优化的少量点过拟合,从而在标定块上其他未参与优化的位置出现较大投影误差。

差。所以在非线性优化阶段,在一定范围内的特征冗余可以使模型的泛化能力得到提升。

3.5 应用实例:工业齿轮齿面的彩色三维重建

为展示提出方案在真实工业场景的适用性,将其用于螺旋锥齿轮齿面的彩色三维重建任务当中。

准备的两种螺旋锥齿轮其参数如表 6 所示,利用上述方案得到的最终模型参数将相机采集的齿面彩色纹理准确映射至线激光的扫描点云上,将点云彩色化的结果与原始齿面图像进行定性对比,如图 23 所示,发现生成的彩色点云能够清晰复现啮合面上的微小磨损、划痕与接触印痕,这些细节对质量检测、寿命预测与失效分析具有重要意义。

表 6 螺旋锥齿轮参数
Table 6 Helical bevel gear parameters

齿轮	模数/mm	齿数	螺旋角/(°)
左图	5	30	5
右图	4	25	30



(a) 工业齿轮接触印痕: 原始彩色图像
(a) Industrial gear contact pattern: Original color image



(b) 工业齿轮接触印痕: 镜像点云的彩色三维重建结果
(b) Industrial gear contact pattern: Color 3D reconstruction result of mirror point cloud

图 23 工业齿轮接触印痕的彩色三维重建应用实例
Fig. 23 Application example in industrial inspection: Color 3D reconstruction of the contact pattern on a gear surface

4 结 论

面对工业三维彩色重建中相机-线激光联合标定存在高精度依赖复杂高精靶标的问题,提出并验证了一种基于多特征、弱约束标定块的高精度联合标定方案,该方案通过多模态特征提取与配框架与两阶段优化求解系统提升了标定的精度、鲁棒性与操作便捷性。主要结论为:

1) 成功构建了一套具有鲁棒性的多模态特征提取与配准框架,该框架为模型求解提供了精确的输入。

在标定块上引入了圆心后使用一套鲁棒的二维特征点提取方法开展二维角点与圆心协同检测工作;对于三维特征点提取,提出了一种姿态自适应投影下的三维特征点重建方法,最后基于几何先验实现了2D~3D特征点的无歧义配准。

2) 建立并且验证了线性拆解-非线性重构两阶段标定流程的有效性,先在线性模型下快速获得模型在单一姿态下的初始解并通过RQ分解分离内外参,再引入畸变参数构建一个完整的相机模型进行全局非线性优化操作,在求解上避免了对初值敏感和易陷入局部最优的缺陷问题,在精度上避免了传统DLT方法未考虑相机镜头畸变的缺陷。

3) 综合评估结果显示该方法的标准化重投影误差 <1 pixels,真实物理距离误差 <0.025 mm。通过对比证实了整体方案具备的优势。同样重要的是,通过消融实验揭示了圆心特征在透视变换下相比角点具有更高定位稳定性,为实现高精度标定提供了可解释的机理支撑。

该方法能够应用到齿轮表面彩色纹理映射中并且能够准确还原微观颜色分布与纹理细节,具备明确的工程应用价值。虽然该方法取得明显优势但角点定位精度仍可能成为瓶颈,后续可从3个层面深入研究:1)在现有框架基础上制作更高精度的弱约束标定块,同时改善成像质量;2)引入矩形标定块,将几何先验信息如对边平行、邻边垂直等约束构建成一个优化模型,对角点进行后验约束与精化;3)在靶标与特征设计层面结合本研究关于圆心稳定性的发现,探索包含更多更优几何特征基元的新型标定靶标,部分或替代性地弱化对角点的依赖,进一步提升标定精度与鲁棒性。

参考文献

[1] ZHAO F, ZHANG CH C, GENG B CH. Deep multimodal data fusion[J]. ACM Computing Surveys, 2024, 56(9): 3649447.

[2] 李欣飞, 鄢然, 夏磊, 等. 线激光火车轮测量系统标定及误差修正方法[J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(6): 71-82.

LI X F, YAN R, XIA L, et al. Calibration and error correction method for a line laser train wheel measurement system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(6): 71-82.

[3] XIANG S Y, ZENG Z P, JIANG J T. An efficient dense reconstruction algorithm from LiDAR and monocular camera[J]. Symmetry, 2024, 16(11): 1496.

[4] 洪宝惜, 范智淳, 柳萍萍. 激光雷达和相机传感器融合的两阶段3D目标检测[J]. 传感器与微系统, 2025, 44(11): 110-114.

HONG B X, FAN ZH CH, LIU P P. Two-stage 3D object detection with LiDAR and camera sensor fusion[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2025, 44(11): 110-114.

[5] ZHANG H X, LI SH X, ZHU X ZH, et al. 3-D LiDAR and monocular camera calibration: A review[J]. IEEE Sensors Journal, 2025, 25(7): 10530-10555.

[6] 侯冠宇, 吴斌, 何荣芳, 等. 基于双目光栅重建和纹理映射的缺陷三维测量方法[J]. 光学学报, 2022, 42(7): 162-170.

HOU G Y, WU B, HE R F, et al. Three-dimensional measurement method of defects based on binocular grating reconstruction and texture mapping[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(7): 162-170.

[7] JEONG S, KIM H, CHO Y. MARSCalib: Multi-robot, automatic, robust, spherical target-based extrinsic calibration in field and extraterrestrial environments[C]. 2025 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2025: 21062-21069.

[8] ZHANG Q L, PLESS R. Extrinsic calibration of a camera and laser range finder (improves camera calibration)[C]. 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2004, 3: 2301-2306.

[9] 许浩, 王肖霞, 杨风暴. 基于多特征匹配的点云与图像的融合方法[J]. 激光杂志, 2025, 46(3): 105-112.

XU H, WANG X X, YANG F B. A fusion method of point cloud and image based on multi feature matching[J]. Laser Journal, 2025, 46(3): 105-112.

[10] 吴军, 袁少博, 祝玉恒, 等. 采用自适应背景聚类的激光雷达与相机外参标定优化方法[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(2): 230-237.

WU J, YUAN SH B, ZHU Y H, et al. Optimization method for external parameters calibration of LiDAR and camera using adaptive background clustering[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(2): 230-237.

[11] CHEN ZH, ZHUO L, SUN K Q, et al. Extrinsic

- calibration of a camera and a laser range finder using point to line constraint[J]. *Procedia Engineering*, 2012, 29: 4348-4352.
- [12] 李新, 王肖霞, 杨风暴. 基于特征点匹配的激光雷达与相机间外参标定方法[J]. *现代电子技术*, 2025, 48(3): 19-25.
LI X, WANG X X, YANG F B. Feature point matching based extrinsic parameter calibration between LiDAR and camera[J]. *Modern Electronics Technique*, 2025, 48(3): 19-25.
- [13] CHOI Y, JU H P, JUNG H Y. Sample pose augmentation and adaptive weight-based refinement for 3-D LiDAR-camera extrinsic calibration using an orthogonal trihedron[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, 73: 1-14.
- [14] TÓTH T, PUSZTAI Z, HAJDER L. Automatic LiDAR-camera calibration of extrinsic parameters using a spherical target[C]. 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2020: 8580-8586.
- [15] CUI Z Y, WANG Y, CHEN X D, et al. A joint LiDAR and camera calibration algorithm based on an original 3D calibration plate[J]. *Sensors*, 2025, 25(15): 4558.
- [16] YI H, LIU B, ZHAO B, et al. Extrinsic calibration for LiDAR-camera systems using direct 3D~2D correspondences[J]. *Remote Sensing*, 2022, 14(23): 6082.
- [17] ZHOU H B, CHEN L T, XIA F J, et al. Three-dimensional colour reconstruction of aviation spiral bevel gear tooth surface through fusion of image and point cloud information[J]. *Measurement Science and Technology*, 2025, 36(1): 1-13.
- [18] YAZDI R, KHOTANLOU H. Robust corner detector based on local maximum and minimum differences[C]. 2024 10th International Conference on Web Research, 2024: 92-98.
- [19] ZHOU G Q, LI H X, GAO ER T. Overview on interest point detection over 40 year's development: A review[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2023, 23(22): 26942-26951.
- [20] HARRIS C G, STEPHENS M J. A combined corner and edge detector[C]. *Alvey Vision Conference*, 1988: 147-151.
- [21] SHI J B, TOMASI C. Good features to track[C]. *Computer Vision and Pattern Recognition*, 1994: 593-600.
- [22] LIU H, SHAN L G, FENG J H, et al. A corner detection method for noisy checkerboard images[J]. *Sensors*, 2025, 25(10): 3180.
- [23] WANG T, SHI ZH Y, YU B. A parameterized geometric fitting method for ellipse[J]. *Pattern Recognition*, 2021, 116: 107934.
- [24] 李乐言, 杨任农, 王瑛, 等. 基于最优探测航线椭圆拟合的战斗巡逻规划方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2025, 51(1): 293-302.
LI L Y, YANG R N, WANG Y, et al. CAP planning method based on elliptic fitting of optimal detection routes[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2025, 51(1): 293-302.
- [25] 刘万里, 刘扬, 张学亮. 融合互信息和多特征约束的激光雷达与相机外参标定方法[J]. *仪器仪表学报*, 2025, 46(1): 29-41.
LIU W L, LIU Y, ZHANG X L. Extrinsic calibration of LiDAR and camera through mutual information integrated multi-feature constraints[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2025, 46(1): 29-41.
- [26] 陈广永, 陈芳, 叶方舟, 等. 自动匹配角点特征的激光雷达与光学相机标定方法[J]. *激光杂志*, 2025, 46(10): 20-26.
CHEN G Y, CHEN F, YE F ZH, et al. LiDAR-camera joint calibration based on automatically matched corner features[J]. *Laser Journal*, 2025, 46(10): 20-26.

作者简介



蒲怀安, 2024年于湖南工程学院获得学士学位, 现为中南大学硕士研究生, 主要研究方向为视觉检测与三维测量。

E-mail: 2680069919@qq.com



Pu Huaian received his B. Sc. degree from Hunan Institute of Engineering in 2024. He is currently a master's student at Central South University. His main research interests include visual inspection and 3D measurement.

唐进元(通信作者), 1982年于长沙铁道学院(现中南大学)获得学士学位, 1988年于长沙铁道学院(现中南大学)与国防科技大学获得硕士学位, 现为中南大学机电工程学院教授, 主要研究方向为机械工业、计算机软件、计算机应用以及金属学及金属工艺。

E-mail: jytangcsu@163.com

Tang Jinyuan (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Changsha Railway University (now Central South University) in 1982, his M. Sc. degree from Changsha Railway University (now Central South University) and the National University of Defense Technology in 1988. He is currently a professor in the School of Mechanical and Electrical Engineering at Central South University. His main research interests include mechanical industry, computer software and applications, as well as metallurgy and metalworking.