

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514112

基于同步建立时机优化的变同步比圆弧插补方法

魏青轩¹, 王世民¹, 白欣悦¹, 李秋颖¹, 李浩²

(1. 北京石油化工学院信息工程学院 北京 102617; 2. 国网山东省电力公司临沂供电公司 临沂 276000)

摘要:运动插补方法作为运动控制的关键技术,直接影响着运动对象的轨迹精度及运行效率。针对现有变同步比圆弧插补方法未考虑同步建立过渡过程,导致圆弧插补误差较大且插补精度对速度敏感的问题,提出了一种基于同步建立时机优化的变同步比圆弧插补方法,依据加减速控制策略,计算出每个插补周期内各个同步从轴经过加速或减速过程,达到新的同步状态所需的同步建立过渡过程时间,进而获得各从轴在同步建立过渡过程时间内的角度增量;在此基础上,计算出各从轴同步比改变时同步主轴的准确位置,确定主轴同步比改变时机;通过提前改变主轴同步比,优化同步建立时机,使得从轴运动到圆弧上时,刚好与主轴达到新的同步状态,从而有效减小因同步建立滞后引起的轨迹偏移;通过不断改变同步比,实现高精度圆弧插补。二维运动平台变同步比圆弧插补实验结果表明,与现有变同步比圆弧插补方法相比,所提出方法在速度为 10 mm/s、插补步长为 1 mm 的条件下,完成半径为 20 和 100 mm 的整圆插补时,插补轨迹圆心平均偏移距离分别降低了约 84.7% 和 85.6%,均方误差 (MSE) 平均值分别减小了约 58.7% 和 68.1%,且当插补速度改变时,所得 MSE 平均值改变幅度较小,进一步提高圆弧插补精度的同时,有效降低了插补精度对速度的敏感性。

关键词: 圆弧插补;同步运动;同步建立过渡过程;加减速控制策略

中图分类号: TH39 TP301.6 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.80

Circular interpolation method with variable synchronization ratio based on the optimization of synchronization establishment timing

Wei Qingxuan¹, Wang Shimin¹, Bai Xinyue¹, Li Qiuying¹, Li Hao²

(1. College of Information Engineering, Beijing Institute of Petrochemical Technology, Beijing 102617, China;
2. Linyi Power Supply Company, State Grid Shandong Electric Power Company, Linyi 276000, China)

Abstract: Motion interpolation methods functioning as a key technology in motion control directly impact the trajectory accuracy and operational efficiency of motional objects. The current circular interpolation method of variable synchronization ratio does not consider the establishment of synchronous transition process, leading to the large interpolation errors in the circular interpolation and low sensitivity of interpolation accuracy to the speed. Thus this study proposes a circular interpolation method with the variable synchronization ratio based on the optimization of synchronization establishment timing. Based on the acceleration and deceleration control strategy, the establishment of synchronous transition process time is calculated in each interpolation cycle, which is required for each synchronous slave axis to reach the new synchronization state after acceleration or deceleration. Then, the angle increment of each synchronous slave axis during the establishment of synchronous transition process time is obtained, thus the precise position of the synchronous master axis corresponding to the changed synchronization ratios of the slave axes is calculated, which facilitates the determination of optimal timing for such changes. By changing the synchronization ratio of the master axis in advance to optimize the synchronization establishment timing, the slave axes reach the new synchronization state with the master axis when it moves to the circular arc, thereby effectively reducing the trajectory deviation caused by synchronization lag. The circular interpolation is achieved by continuously changing the synchronization ratio. The experimental results of variable synchronization ratio circular interpolation on a two-dimensional motion platform show that the proposed method achieves a significant improvement in interpolation accuracy compared to the reported variable synchronization ratio circular interpolation method. When completing the full-circle interpolation with radii of 20 mm and 100 mm, the

average offset distances of the interpolation trajectory center at a speed of 10 mm/s and an interpolation step length of 1 mm are reduced by approximately 84.7% and 85.6%, respectively, and the average mean squared error (MSE) values are decreased by about 58.7% and 68.1%, respectively. Moreover, the change of average MSE value is relatively small when the interpolation speed changes. This further enhances the circular interpolation accuracy and effectively reduces the sensitivity of interpolation accuracy to speed.

Keywords: circular interpolation; synchronous motion; establishment of synchronous transition process; acceleration and deceleration control strategy

0 引言

运动控制在芯片制造、精密加工等高端制造领域^[1-3]发挥着极其重要的作用。运动插补方法作为运动控制的关键技术,直接影响着运动对象的轨迹精度及运行效率。

圆弧插补是实现复杂曲线路径运动的基本方式之一,依据插补计算输出类型不同,现有的圆弧插补方法通常可分为脉冲增量圆弧插补、数据采样圆弧插补两大类。

其中,脉冲增量圆弧插补是通过输出脉冲增量的形式,控制轴以单位增量运动。这类方法中,以逐点比较法^[4-7]和数字积分法(digital differential analyzer, DDA)^[8-10]最具代表性。逐点比较法通过比较实际位置与目标位置偏差,判断轴运动方向,原理简单易实现,但每个插补周期内只能单轴运动,无法实现多轴联动,导致较大的插补误差;DDA基于数字积分原理实现,通过判断积分器溢出实现脉冲输出,单轴运动和多轴联动的情况都存在,插补误差仍然较大,且需考虑象限变换问题,增加了实现难度。上述脉冲增量圆弧插补方法,输出形式均为脉冲增量,为提高插补精度,理论上应选取尽可能小的脉冲增量,但较小的脉冲增量将导致频繁的加减速,造成较大的速度波动,不适用于高速、高精度圆弧插补的场合。

数据采样圆弧插补又称时间分割法^[11-15],基于粗、精插补两级插补实现。其中,粗插补是依据插补速度对目标轨迹进行时间分割,得到一系列采样周期的步长,再利用DDA对粗插补生成的步长进行精插补。由于此类方法的输出不再是脉冲增量,速度更稳定,但当步长不是采样周期的整数倍时,会产生零头距离,导致误差累积。

受轴动态特性、响应速度差异等因素影响,多个轴不可避免地存在着运动过程不同步,上述圆弧插补方法均是各个轴作为独立轴进行运动控制,轴与轴之间的运动相对独立,并未考虑各个轴由于动态特性、响应速度差异等原因引起的不同步,导致了较大的插补误差。

近年来,有学者针对轴运动过程不同步导致插补误差较大的问题,提出了一种变同步比圆弧插补方法^[16],利用同步运动控制^[17-20],确保各个同步从轴的位置和速度严格同步,通过不断改变同步比,实现圆弧插补,插补

过程中速度变化平滑,显著提高了圆弧插补精度和运行效率。然而,该方法并未考虑同步建立过渡过程,认为同步比改变后,轴无需经过加速或减速过程,将立即达到新的同步速度,由于实际运动过程中速度无法突变,当忽略同步建立过渡过程时,将使得实际运动轨迹相对于目标轨迹发生偏移,降低了该方法的圆弧插补精度,且偏移程度对插补速度敏感,制约了圆弧插补精度的进一步提高。

针对现有变同步比圆弧插补方法未考虑同步建立过渡过程,导致插补误差较大且插补精度对速度敏感的问题,本文提出了一种基于同步建立时机优化的变同步比圆弧插补方法,通过计算同步建立过渡过程时间,提前改变同步从轴的同步比,从而优化同步建立时机,使得从轴运动到圆弧上时,刚好与同步主轴达到新的同步状态,进一步提高插补精度。实验结果验证了该方法的有效性。

1 基于同步建立时机优化的变同步比圆弧插补方法

1.1 现有变同步比圆弧插补方法存在的问题

变同步比圆弧插补方法^[16]巧妙地利用了驱动轴位置与圆心角的映射关系,以匀速变化的圆心角作为位置输出,构建了虚拟同步主轴,并将实际运动的驱动轴作为同步从轴,跟随主轴同步运动。

不失一般性,以顺时针整圆插补为例,令同步主轴为 G ,同步从轴分别为 X 和 Y ,圆弧插补期间,从轴跟随主轴同步运动。设待插补整圆半径为 R ,圆心为 O ;插补起点为 P_0 ,第 i 个插补周期的终点为 P_i , θ_i 表示 P_0 与 P_i 所对应的圆心角,即 $\theta_i = \angle P_0 O P_i, i = 1, 2, \dots, n, i \in \mathbb{N}, n$ 为插补步数,当 $i = n$ 时, P_n 和 P_0 重合, $\theta_n = 2\pi$,如图1所示。

以 $v_i(t)$ 表示各轴速度,其中, \cdot 对应轴名称。圆弧插补过程中,由于从轴跟随主轴同步运动,从轴速度将与主轴速度保持严格比例关系,因此,在第 i 个插补周期内,从轴的速度可表示为:

$$\begin{cases} v_{x_i}(t) = k_{x_i} v_c \\ v_{y_i}(t) = k_{y_i} v_c \end{cases} \quad (1)$$

式中: k_i 表示从轴在第 i 个插补周期的同步比; v_c 为常量,表示主轴速度。

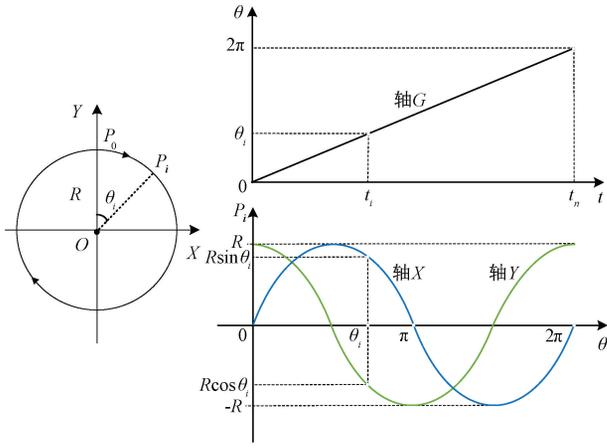


图 1 变同步比圆弧插补方法示意图

Fig. 1 Schematic diagram of circular interpolation method for variable synchronous ratios

令 P_i 表示第 i 个插补周期终点各轴所对应的位置, 则依据式(1), 可进一步获得从轴与主轴间的位置关系, 即:

$$\begin{cases} P_{X_i} = P_{X_{i-1}} + k_{X_i}(P_{C_i} - P_{C_{i-1}}) \\ P_{Y_i} = P_{Y_{i-1}} + k_{Y_i}(P_{C_i} - P_{C_{i-1}}) \end{cases} \quad (2)$$

将式(2)移项, 可得第 i 个插补周期的同步比, 即:

$$\begin{cases} k_{X_i} = \frac{P_{X_i} - P_{X_{i-1}}}{P_{C_i} - P_{C_{i-1}}} \\ k_{Y_i} = \frac{P_{Y_i} - P_{Y_{i-1}}}{P_{C_i} - P_{C_{i-1}}} \end{cases} \quad (3)$$

由于主轴的位置代表了插补起点与当前插补点所对应的圆心角, 因此, 可将式(3)中 P_{C_i} 用 θ_i 替换, 得到以插补点对应圆心角和从轴位置为中间参量的同步比, 即:

$$\begin{cases} k_{X_i} = \frac{P_{X_i} - P_{X_{i-1}}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \\ k_{Y_i} = \frac{P_{Y_i} - P_{Y_{i-1}}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \end{cases} \quad (4)$$

根据圆的参数方程, 可得出从轴位置与 θ_i 的对应关系, 即:

$$\begin{cases} P_{X_i} = R \sin \theta_i \\ P_{Y_i} = R \cos \theta_i \end{cases} \quad (5)$$

将式(5)代入到式(4)中, 得到第 i 个插补周期的同步比, 即:

$$\begin{cases} k_{X_i} = \frac{R(\sin(\theta_i) - \sin(\theta_{i-1}))}{\theta_i - \theta_{i-1}} \\ k_{Y_i} = \frac{R(\cos(\theta_i) - \cos(\theta_{i-1}))}{\theta_i - \theta_{i-1}} \end{cases} \quad (6)$$

其中, 等式右侧的分母表示每个插补周期的圆心角

增量, 令 $\Delta\theta = \theta_i - \theta_{i-1}$, 由于插补点对应圆心角匀速变化, $\Delta\theta$ 为常量, 可利用 $\Delta\theta = (\theta_n - \theta_0)/n$ 获得, 则式(6)可进一步表示为:

$$\begin{cases} k_{X_i} = \frac{R(\sin(i\Delta\theta) - \sin((i-1)\Delta\theta))}{\Delta\theta} \\ k_{Y_i} = \frac{R(\cos(i\Delta\theta) - \cos((i-1)\Delta\theta))}{\Delta\theta} \end{cases} \quad (7)$$

在每个插补周期, 利用式(7)不断计算并改变同步比, 使得当主轴运动到圆弧终点对应圆心角 θ_n 时, 从轴 X、Y 刚好到达圆弧终点, 圆弧插补完成。

上述变同步比圆弧插补方法, 当同步比改变后, 由式(1)可知, 从轴速度将立即达到新的同步比对应的速度, 即认为同步建立瞬间完成。但实际运动过程中, 当同步比改变时, 由于速度无法突变, 从轴需按照一定的加减速控制策略, 在同步建立过渡过程完成后, 才能够达到新的同步状态, 当忽略同步建立过渡过程时, 将使得实际运动轨迹相对于目标轨迹发生一定程度偏移, 从而导致较大插补误差。

1.2 同步建立过渡过程分析

现有的变同步比圆弧插补方法, 本质是在同步从轴跟随同步主轴运动过程中, 通过不断更新同步比, 改变从轴合成运动方向, 进而实现圆弧插补, 由于从轴能够始终与主轴保持同步, 有效降低了轴运动过程不同步导致的插补误差, 圆弧插补精度得到显著提高, 但该方法并未考虑同步建立过渡过程, 使得实际运动轨迹相对于目标轨迹发生一定程度偏移, 导致了较大插补误差。

不失一般性, 令同步主轴为 M, 同步从轴为 S, 且轴 M 始终以速度 v_M 匀速运动, 以加速过程为例, 同步比改变时的实际同步运动过程如图 2(a) 所示。 t_1 之前, 轴 S 跟随轴 M 以同步比 k_1 同步运动; t_1 时刻同步比由 k_1 变为 k_2 ($k_1 < k_2$); 由于实际运动过程中速度无法突变, 当同步比改变后, 轴 S 需按照一定的速度控制策略, 经加速过程后, 在 t_2 时刻速度增至 $k_2 v_M$, 达到新的同步状态; t_2 之后, 轴 S 将一直以速度 $k_2 v_M$ 跟随轴 M 同步运动, 直至 t_3 , 即下一次同步比改变。

令 σ 表示速度控制策略, 则 t_1 至 t_3 过程中, 轴 S 的速度可表示为:

$$v_S(t) = \begin{cases} v(\sigma, k_1 v_M, t), & t_1 < t \leq t_2 \\ k_2 v_M, & t_2 < t \leq t_3 \end{cases} \quad (8)$$

式中: $v(\sigma, k_1 v_M, t)$ 表示速度控制策略为 σ , 且初速度为 $k_1 v_M$ 时, t 时刻的速度。

相应的, 可得到 t_1 至 t_3 过程中轴 S 的实际位移, 即:

$$d_S(t) = \int_{t_1}^{t_2} v(\sigma, k_1 v_M, t) dt + k_2 v_M (t_3 - t_2) \quad (9)$$

当忽略同步建立过渡过程时, 即认为 t_1 时刻, 从轴 S 立即以速度 $k_2 v_M$ 跟随主轴 M 同步运动, 如图 2(b) 所示。

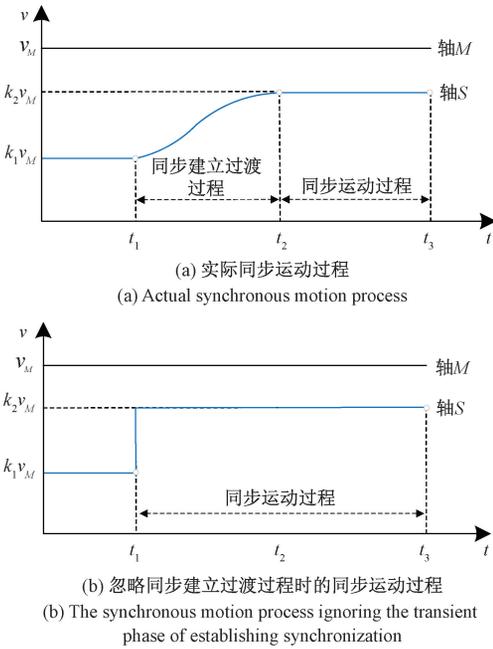


图2 同步比改变时的同步运动过程

Fig. 2 Diagram of synchronous motion process when the synchronization ratio changes

此时,轴S在 t_1 至 t_3 过程中始终保持匀速,轴S的位移可表示为:

$$d'_S(t) = k_2 v_M (t_3 - t_1) \quad (10)$$

比较式(9)和(10),可得到轴S实际位移与忽略同步建立过渡过程时的位移偏差,即:

$$\Delta d = d_S(t) - d'_S(t) =$$

$$\int_{t_1}^{t_2} v(\sigma, k_1 v_M, t) dt - k_2 v_M (t_2 - t_1) \quad (11)$$

对于图2所示的加速过程,一方面,由于 $\int_{t_1}^{t_2} v(\sigma, k_1 v_M, t) dt < k_2 v_M (t_2 - t_1)$,将使得 $\Delta d < 0$;对于减速过程,即当 $k_1 > k_2$ 时,由于 $\int_{t_1}^{t_2} v(\sigma, k_1 v_M, t) dt > k_2 v_M (t_2 - t_1)$,又将使得 $\Delta d > 0$,从而引起轨迹偏移,导致较大插补误差。

另一方面,当 v_M 增大时,也将使得同步建立过渡过程的初末速度偏差,即 $(k_2 - k_1) v_M$ 随之增大,同时,同步建立过渡过程时间也将相应延长,从而导致 Δd 增大,使得轨迹偏移程度对速度变化敏感。

1.3 基于同步建立时机优化的变同步比圆弧插补方法

本文方法充分考虑了同步运动过程中的同步建立过渡过程,通过提前改变同步比,优化同步建立时机,使得同步从轴运动到圆弧上时,刚好与同步主轴达到新的同步状态,从而减小轨迹偏移,进一步提高圆弧插补精度。

通常情况下,由于每个插补周期,不同从轴的同步建立过渡过程时间不同,因此,两个从轴的同步比改变时机也不相同。对于第 i 个插补周期,主轴G将由 θ_{i-1} 运动至 θ_i ,设当轴G由 θ_{i-1} 运动至 $\theta_{X_{\text{syn_ch}_i}}$ 时,轴X的同步比改变,随后,轴X经过同步建立过渡过程,并在轴G运动至 θ_i 时,刚好与轴G达到同步;同样的过程,当轴G由 θ_{i-1} 运动至 $\theta_{Y_{\text{syn_ch}_i}}$ 时,轴Y的同步比改变,当轴G由 $\theta_{Y_{\text{syn_ch}_i}}$ 运动至 θ_i 时,轴Y也刚好与轴G达到同步,其中, $\theta_{X_{\text{syn_ch}_i}}, \theta_{Y_{\text{syn_ch}_i}} \in (\theta_{i-1}, \theta_i)$ 。

令 $\Delta\theta_{X_{\text{tran}_i}}, \Delta\theta_{Y_{\text{tran}_i}}$ 分别表示第 i 个插补周期,主轴G在从轴X、Y同步建立过渡过程时间内的角度增量,则 θ_i 可进一步表示为:

$$\theta_i = \theta_{X_{\text{syn_ch}_i}} + \Delta\theta_{X_{\text{tran}_i}} = \theta_{Y_{\text{syn_ch}_i}} + \Delta\theta_{Y_{\text{tran}_i}} \quad (12)$$

利用式(12),可得到第 i 个插补周期,同步比改变时主轴G的位置 $\theta_{X_{\text{syn_ch}_i}}, \theta_{Y_{\text{syn_ch}_i}}$,即:

$$\begin{cases} \theta_{X_{\text{syn_ch}_i}} = \theta_i - \Delta\theta_{X_{\text{tran}_i}} \\ \theta_{Y_{\text{syn_ch}_i}} = \theta_i - \Delta\theta_{Y_{\text{tran}_i}} \end{cases} \quad (13)$$

由于 $\theta_i = i\Delta\theta$,可利用圆心角增量直接计算得到,因此,准确获得轴G在同步建立过渡过程时间内的角度增量 $\Delta\theta_{X_{\text{tran}_i}}, \Delta\theta_{Y_{\text{tran}_i}}$,成为了确定从轴同步比改变时机的关键。

由于轴G作匀速运动,则第 i 个插补周期,轴G在同步建立过渡过程时间内的角度增量满足:

$$\begin{cases} \Delta\theta_{X_{\text{tran}_i}} = v_G \Delta t_{X_{\text{tran}_i}} \\ \Delta\theta_{Y_{\text{tran}_i}} = v_G \Delta t_{Y_{\text{tran}_i}} \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\Delta t_{X_{\text{tran}_i}}, \Delta t_{Y_{\text{tran}_i}}$ 表示第 i 个插补周期,从轴的同步建立过渡过程时间。

因此,同步比改变时机的确定,转变为同步建立过渡过程时间的计算。

以常用的S型加减速控制策略^[21]为例,当轴需要经过加速达到新的同步状态时,同步建立过渡过程通常需经过如图3所示的加加速、匀加速和减加速3个阶段,同步建立过渡过程时间为上述3个阶段所用时间的总和。令速度、加速度、加加速度分别用 v, a, j 表示,且第 i 个插补周期同步建立过渡过程的初速度为 v_{sta_i} ,最大加速度为 a_{max} ,最大加加速度为 j_{max} 。

则从轴在第 i 个插补周期的加加速度 $j_{\cdot i}(t)$ 可表示为:

$$j_{\cdot i}(t) = \begin{cases} j_{\cdot \text{max}}, & t_0 \leq t \leq t_{1.1} \\ 0, & t_{1.1} < t \leq t_{2.2} \\ -j_{\cdot \text{max}}, & t_{2.2} < t \leq t_{3.3} \end{cases} \quad (15)$$

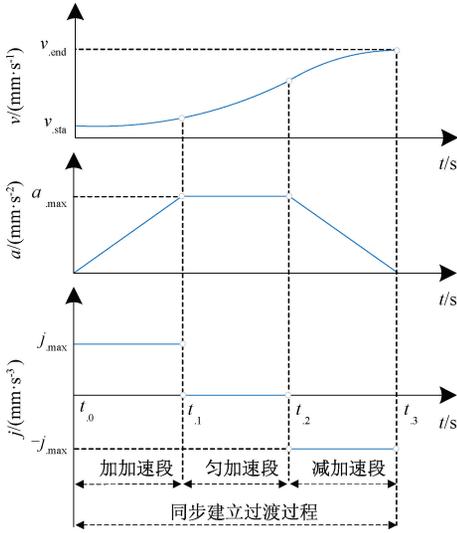


图3 S型加减速控制策略下的同步建立过渡过程

Fig. 3 The transition process of establishing synchronization under the S-shaped acceleration and deceleration control strategy

相应的,加速度 $a_{.i}(t)$ 可表示为:

$$a_{.i}(t) = \begin{cases} j_{.max}(t - t_{.0}), & t_{.0} \leq t \leq t_{.1} \\ j_{.max}(t_{.1} - t_{.0}), & t_{.1} < t \leq t_{.2} \\ j_{.max}(t_{.1} - t_{.0}) - j_{.max}(t - t_{.2}), & t_{.2} < t \leq t_{.3} \end{cases} \quad (16)$$

令 $v_{.stg1_i}, v_{.stg2_i}, v_{.stg3_i}$ 分别表示第 i 个插补周期,加加速、匀加速和减加速 3 个阶段的速度,则根据式(15)、(16),可得到从轴在同步建立过渡过程 3 个阶段的速度,即:

$$\begin{cases} v_{.stg1_i}(t) = v_{.sta_i} + j_{.max}(t - t_{.0})^2/2, & t_{.0} \leq t \leq t_{.1} \\ v_{.stg2_i}(t) = v_{.stg1_i}(t) |_{t=t_1} + j_{.max}(t_{.1} - t_{.0})(t - t_{.1}), & t_{.1} < t \leq t_{.2} \\ v_{.stg3_i}(t) = v_{.stg2_i}(t) |_{t=t_2} + j_{.max}(t_{.1} - t_{.0})(t - t_{.2}) - j_{.max}(t - t_{.2})^2/2, & t_{.2} < t \leq t_{.3} \end{cases} \quad (17)$$

其中,第 i 个插补周期同步建立过渡过程初速度 $v_{.sta_i}$,可利用 $v_{.sta_i} = k_{.i-1} v_G$ 得到。

利用式(15)~(17),可得到各从轴经过加速过程从原同步状态达到新的同步状态时,所需的同步建立过渡过程时间,即:

$$\Delta t_{.tran_i} = t_{.3} - t_{.0} = (t_{.1} - t_{.0}) + (t_{.2} - t_{.1}) + (t_{.3} - t_{.2}) = a_{.max}/j_{.max} + (v_{.sta_i} - v_{.stg3_i}(t) |_{t=t_3})/a_{.max} \quad (18)$$

对于需要经过减速达到新的同步状态时,所需的同步建立过渡过程时间仍然可利用上面方式计算得到。

从而可利用式(13)、(14),获得第 i 个插补周期,同步比改变时主轴 G 的位置 $\theta_{Xsyn_ch_i}, \theta_{Ysyn_ch_i}$ 。当轴 G 由 θ_{i-1} 分别运动至 $\theta_{Xsyn_ch_i}, \theta_{Ysyn_ch_i}$ 时,立即更新从轴同步比为 k_{X_i}, k_{Y_i} ,

其中, k_{X_i}, k_{Y_i} 仍然利用式(7) 计算得到,当轴 G 运动至 θ_i 时,从轴刚好与轴 G 达到同步,开始下一个插补周期,直至轴 G 运动到圆弧终点对应圆心角 θ_n ,圆弧插补完成。

2 基于同步建立时机优化的变同步比圆弧插补算法

基于同步建立时机优化的变同步比圆弧插补算法流程图如图 4 所示。

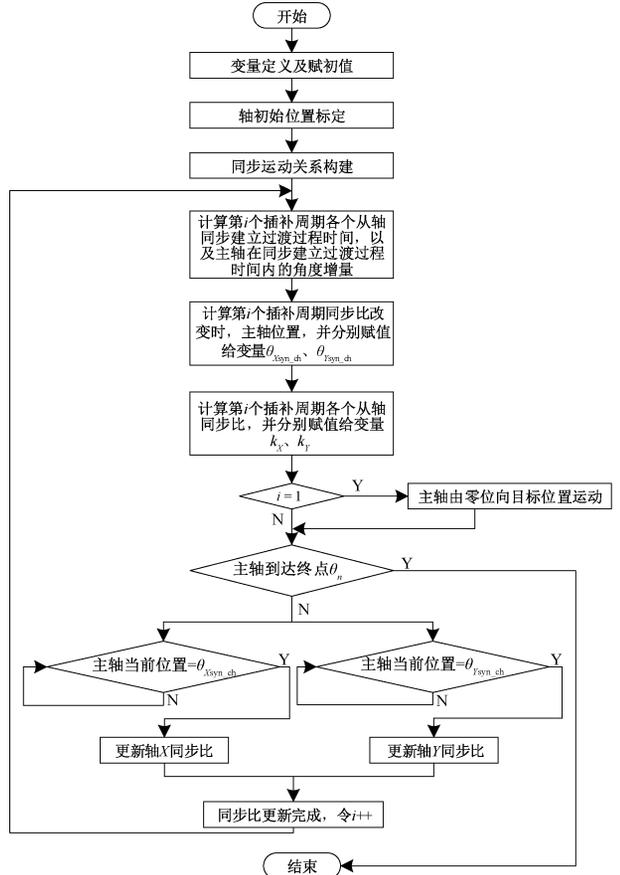


图4 基于同步建立时机优化的变同步比圆弧插补算法流程

Fig. 4 Flowchart of the variable synchronization ratio circular interpolation algorithm based on the optimization of synchronization establishment timing

具体步骤包括:

1) 变量定义及赋初值。定义待插补圆弧半径、起终点坐标、插补步数、同步主轴速度以及终点对应圆心角 θ_n 和圆心角增量 $\Delta\theta$; 利用起终点坐标和插补步数,计算出 θ_n 及 $\Delta\theta$; 定义存放插补次数的循环变量 i , 并赋初值为 1; 定义存放同步比的变量 k_X, k_Y , 以及同步比改变时,存放主轴对应位置的变量 $\theta_{Xsyn_ch}, \theta_{Ysyn_ch}$ 。

2) 轴初始位置标定。将驱动轴定位至待插补圆

弧起点,以起点坐标值作为初始位置,对驱动轴位置进行标定;同时,创建同步主轴,标定其初始位置为零位。

3) 同步运动关系构建。将各驱动轴作为同步从轴,建立同步主轴与同步从轴间的同步运动关系。

4) 利用式(18)计算第*i*个插补周期各从轴的同步建立过渡过程时间,并利用式(14)计算第*i*个插补周期主轴在同步建立过渡过程时间内的角度增量。

5) 利用式(13)计算第*i*个插补周期同步比改变时的主轴位置,并更新变量 $\theta_{x_{syn_ch}}$ 、 $\theta_{y_{syn_ch}}$ 。

6) 利用式(7)计算第*i*个插补周期各从轴的同步比,并更新变量 k_x 、 k_y 。

7) 主轴由零位向目标位置运动。若变量*i*=1,则表明当前插补周期为第1个插补周期,须利用绝对位移指令,使主轴从零位开始向 θ_n 运动。

8) 圆弧插补完成判断。若主轴未运动至 θ_n ,则执行下一步;反之,若主轴已运动至 θ_n ,则圆弧插补完成,算法结束。

9) 同步比更新。并行判断主轴当前位置是否到达变量 $\theta_{x_{syn_ch}}$ 、 $\theta_{y_{syn_ch}}$ 存储的位置值,若到达 $\theta_{x_{syn_ch}}$,则使用变量 k_x 的值更新从轴*X*同步比;若到达 $\theta_{y_{syn_ch}}$,则使用变量 k_y 的值更新从轴*Y*同步比。

10) 循环变量更新。执行*i*++,返回执行步骤4)。

3 仿真分析

利用西门子 TIA 博途 (V16 版本) 进行仿真实验,将本文方法与现有变同步比圆弧插补方法^[16]进行比较,通过 TIA 博途的 Trace 功能对轴位置、速度等过程数据实时采集,并在 MATLAB 中完成数据分析。

评价指标包括插补轨迹圆心偏移距离和插补轨迹均方误差 (mean squared error, MSE),分别用于评价不同方法的轨迹偏移和插补精度。

其中,插补轨迹圆心偏移距离定义为:

$$D \triangleq \sqrt{(x_c - \hat{x}_c)^2 + (y_c - \hat{y}_c)^2} \quad (19)$$

式中: (x_c, y_c) 为待插补圆弧圆心坐标; (\hat{x}_c, \hat{y}_c) 为利用插补轨迹采样点,通过最小二乘方法^[11]获得的圆心坐标估计。

插补轨迹 MSE 的定义与文献[16]保持一致,表示为:

$$MSE \triangleq \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \sqrt{\delta_m^2} \quad (20)$$

式中: *N* 和 *m* 分别表示采样点数量和序号; $\delta_m \triangleq \| \overline{d'_m d_m} \|$ 为插补轨迹采样点 d'_m 和理论采样点 d_m 间的偏差距离,如图5所示, d'_m 和 d_m 具有相同的圆心角。

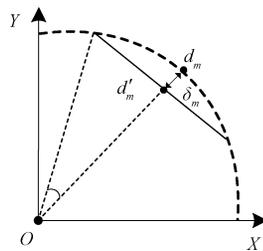
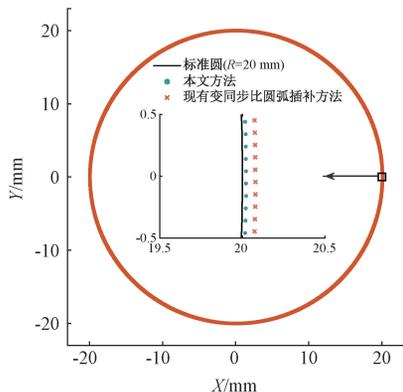


图5 偏差距离 δ_m

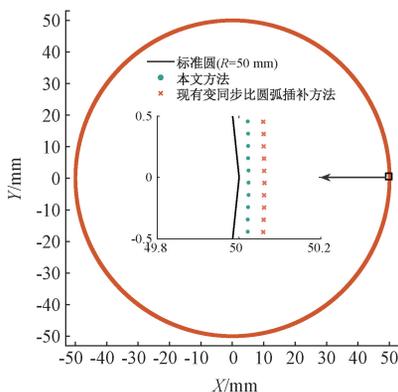
Fig. 5 The offset distance δ_m

选取3个不同半径的圆,分别进行顺时针整圆插补,圆心为坐标原点,起点坐标为(0, *R*)。从轴最大加速度 a_{\max} 为100 mm/s²,最大加加速度 j_{\max} 为 5×10^4 mm/s³。

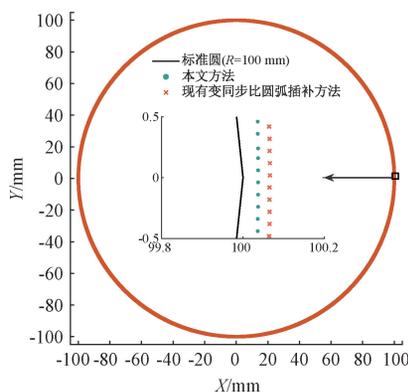
图6给出了步长分别为0.5和1 mm条件下,速度为10 mm/s时,两种方法的圆弧插补轨迹对比,可以直观看出,本文方法的圆弧插补轨迹更加接近待插补圆弧,由于未知因素影响,虽然本文方法的圆弧插补轨迹仍存在一定偏差,但与现有变同步比圆弧插补方法相比,轨迹偏移明显减小。



(a) 步长=0.5 mm, *R*=20 mm
(a) Step length=0.5 mm, *R*=20 mm



(b) 步长=0.5 mm, *R*=50 mm
(b) Step length=0.5 mm, *R*=50 mm



(c) 步长=0.5 mm, *R*=100 mm
(c) Step length=0.5 mm, *R*=100 mm

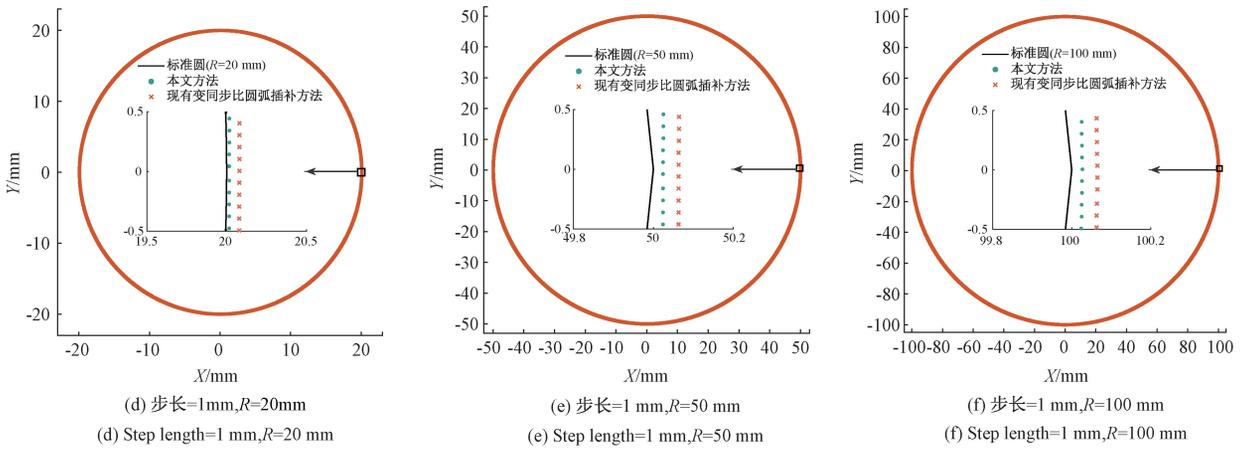


图 6 不同方法插补轨迹(10 mm/s)

Fig. 6 The interpolation trajectories using different methods (10 mm/s)

为了进一步观察轨迹偏移的量化结果,图 7 给出了通过最小二乘方法获得的插补轨迹圆心偏移距离 D 。

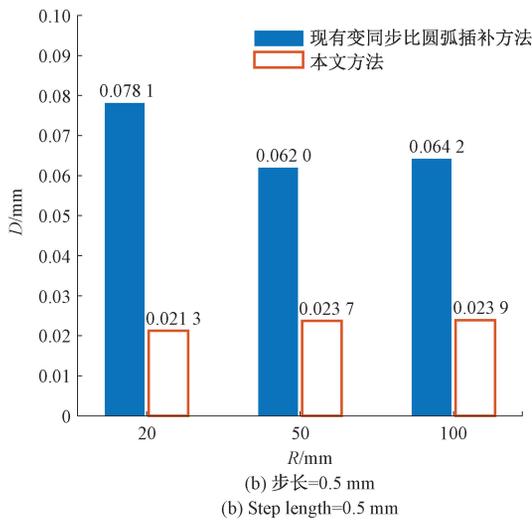
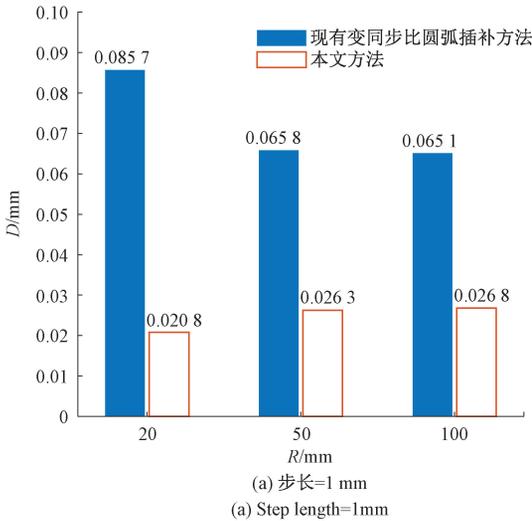
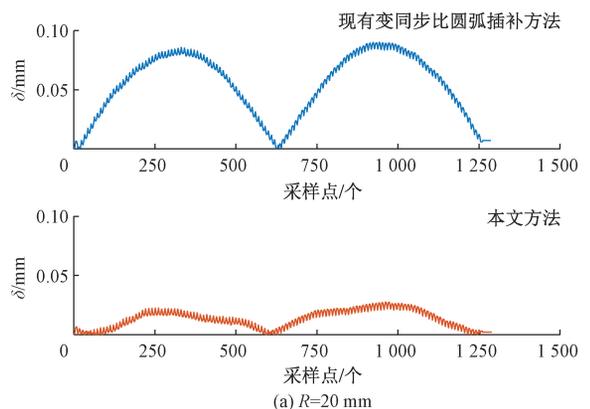


图 7 插补轨迹圆心偏移距离(10 mm/s)

Fig. 7 The offset distance of the interpolation trajectory center (10 mm/s)

可以明显观察到,一方面,现有变同步比圆弧插补方法未考虑同步建立过渡过程,其插补轨迹圆心偏移距离明显较大,与图 6 结果一致;另一方面,插补步长对两种方法的插补轨迹圆心偏移距离均有影响,随着插补步长的减小,两种方法的插补轨迹圆心偏移距离均有所减小,其中,以半径为 20 mm 圆弧为例,当插补步长由 1 mm 减小为 0.5 mm,现有变同步比圆弧插补方法的圆心偏移距离减小了 0.0076 mm,这主要是由于插补步长的减小,将使得相邻插补周期的同步比变化量减小,缩短了同步建立过渡过程时间,从而使得轨迹偏移程度降低;而本文方法的圆心偏移距离减小了 0.0015 mm,低于现有变同步比圆弧插补方法的圆心偏移距离减小量的 1/5,表明本文方法的轨迹偏移程度受插补步长变化影响较小,分析其仍然存在轨迹偏移的可能原因,主要有两方面:1) 利用了轨迹采样点而非圆上的插补点估计插补轨迹圆心,影响了圆心坐标估计结果;2) 同步建立过渡过程时间的计算,是基于运动学理论,在理想条件下获得的,由于存在未建模因素影响,使得计算出的同步建立过渡过程时间存在一定偏差,也是本文方法仍然存在较小轨迹偏移的可能原因。

图 8 进一步给出了插补步长为 1 mm、速度为 10 mm/s 时,两种方法获得的插补轨迹采样点偏差距离变化曲线。



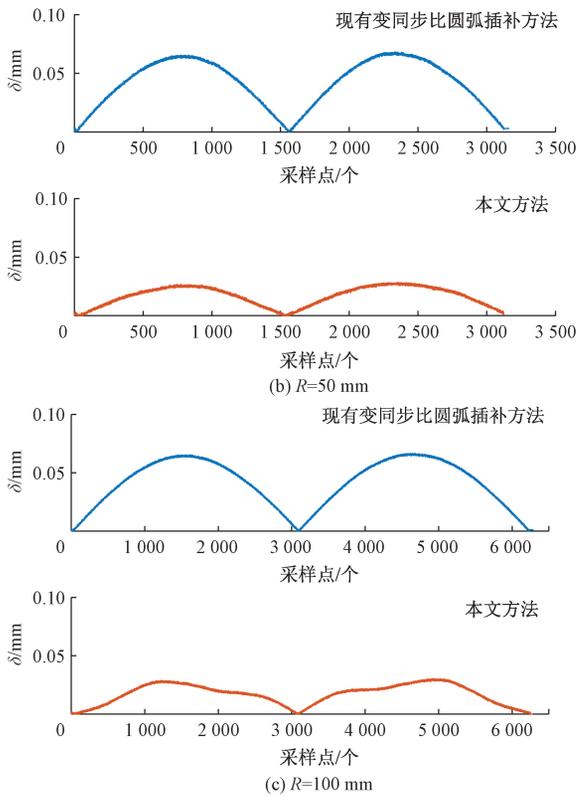


图8 插补轨迹采样点偏差距离变化曲线(10 mm/s)

Fig.8 Varied deviation distance of sampling points along the interpolation path (10 mm/s)

表1 不同速度下的MSE结果(步长=1 mm)

Table 1 MSE results under different speeds(step length = 1 mm)

方法名称	R=20 mm		R=50 mm		R=100 mm	
	v=5 mm/s	v=10 mm/s	v=5 mm/s	v=10 mm/s	v=5 mm/s	v=10 mm/s
现有变同步比圆弧插补方法	0.021	0.053	0.021	0.041	0.022	0.041
本文方法	0.006	0.010	0.009	0.014	0.011	0.016

4 二维运动平台变同步比圆弧插补验证

为进一步验证本文方法的有效性,将现有变同步比圆弧插补方法^[16]和本文方法分别应用于二维运动平台^[22-23]。所用二维运动平台如图9所示,控制器为西门子 SIMATIC S7-1515 2PN 可编程逻辑控制器(programmable logic controller, PLC),与伺服驱动器通过 Profinet 总线通信,两台伺服电机分别驱动 X 轴和 Y 轴直线模组,两个 Y 轴直线模组之间通过一根钢轴相连,直线模组有效行程均为 400 mm,精度 ± 0.02 mm。

仍然以插补轨迹圆心偏移距离和插补轨迹 MSE 作为评价指标,分别应用两种方法进行半径为 20 和

从图8中可以看出,两种方法的 δ 曲线均呈周期性变化,并在 $(\pm R, 0)$ 附近达到最大值,与现有变同步比圆弧插补方法,本文方法的 δ 值明显较小,插补轨迹采样点更接近待插补轨迹。

为了评价速度变化时对插补精度的影响,测试了不同速度下所获得的插补轨迹的 MSE,如表1所示。

从表1可以直观看出,相比现有变同步比圆弧插补方法,本文方法考虑了实际同步运动过程中存在的同步建立过渡过程,相同速度下具有更小的 MSE,如在速度为 10 mm/s 时, MSE 减小了约 81.1% ($R=20$ mm)、65.9% ($R=50$ mm) 和 61.0% ($R=100$ mm),插补精度显著提高。当插补速度由 5 mm/s 增大至 10 mm/s 时,现有变同步比圆弧插补方法由于忽略了同步建立过渡过程,插补精度对插补速度较为敏感, MSE 增加了约 152.4% ($R=20$ mm)、95.2% ($R=50$ mm) 和 86.4% ($R=100$ mm);而本文方法的 MSE 仅增大了约 66.7% ($R=20$ mm)、55.6% ($R=50$ mm) 和 45.5% ($R=100$ mm), MSE 增大幅度比现有变同步比圆弧插补方法降低约 56.2% ($R=20$ mm)、41.7% ($R=50$ mm) 和 47.4% ($R=100$ mm),表明本文方法的插补精度对速度敏感性降低。

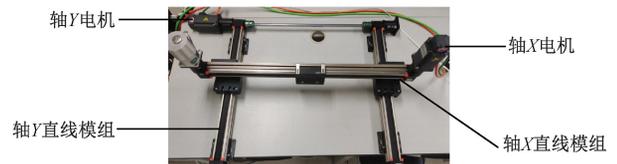


图9 二维运动平台

Fig.9 Two-dimensional motion platform

100 mm 的整圆插补,插补方向仍为顺时针,插补步长为 1 mm。驱动轴最大加速度为 100 mm/s^2 ,最大加加速度为 $5 \times 10^4 \text{ mm/s}^3$ 。采样间隔为 10 个 PLC 循环扫描周期。为降低随机误差的影响,每组实验重复 4 次, \bar{D} 和 $\overline{\text{MSE}}$ 分别为 4 次实验插补轨迹的圆心平均偏移距离和 MSE 平均值。

表 2 和图 10 分别给出了速度为 10 mm/s 时,插补轨迹圆心坐标估计结果和圆心平均偏移距离,与仿真实验结果趋势一致,进一步验证了本文方法在提高圆弧插补精度方面的优越性。

表 2 插补轨迹圆心坐标估计结果 (10 mm/s)

Table 2 Estimation results of the interpolation trajectory center coordinates (10 mm/s)

方法名称	R = 20 mm		R = 100 mm	
	\hat{x}_c	\hat{y}_c	\hat{x}_c	\hat{y}_c
现有变同步比圆弧插补方法	0.204 8	-0.037 6	0.184 6	0.016 8
本文方法	0.023 1	-0.021 1	0.022 7	0.014 1

表 3 给出了两种方法 4 次实验的 MSE 及 \overline{MSE} 结果。从表 3 可以看出,与现有变同步比圆弧插补方法相比,一方面:1)在速度为 5 mm/s 条件下,本文方法的 \overline{MSE} 减小了约 34.2% ($R=20$ mm) 和 64.5% ($R=100$ mm);2)在速度为 10 mm/s 条件下,本文方法的 \overline{MSE} 减小了约 58.7% ($R=20$ mm) 和 68.1% ($R=100$ mm)。另一方面,当插补速度由 5 mm/s 上升至 10 mm/s 时,现有变同步比圆

表 3 MSE 及 \overline{MSE} 结果

Table 3 MSE and \overline{MSE} results

数据类型	实验序号	方法名称	R = 20 mm		R = 100 mm	
			v = 5 mm/s	v = 10 mm/s	v = 5 mm/s	v = 10 mm/s
MSE	1	现有变同步比圆弧插补方法	0.072	0.155	0.060	0.112
		本文方法	0.048	0.061	0.021	0.035
	2	现有变同步比圆弧插补方法	0.072	0.156	0.061	0.113
		本文方法	0.046	0.066	0.023	0.036
	3	现有变同步比圆弧插补方法	0.074	0.155	0.061	0.112
		本文方法	0.048	0.064	0.023	0.037
	4	现有变同步比圆弧插补方法	0.075	0.154	0.065	0.114
		本文方法	0.049	0.065	0.022	0.034
\overline{MSE}	现有变同步比圆弧插补方法		0.073	0.155	0.062	0.113
	本文方法		0.048	0.064	0.022	0.036

5 结 论

本文针对现有变同步比圆弧插补方法未考虑同步建立过渡过程,导致圆弧插补误差较大且插补精度对速度敏感的问题,提出了一种基于同步建立时机优化的变同步比圆弧插补方法。

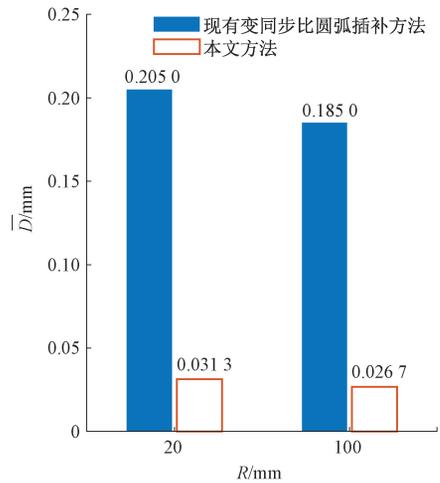


图 10 插补轨迹圆心平均偏移距离 (10 mm/s)
Fig. 10 Average offset distance of the interpolation trajectory center (10 mm/s)

弧插补方法的 \overline{MSE} 增大了约 112.3% ($R=20$ mm) 和 82.3% ($R=100$ mm);而本文方法的 \overline{MSE} 仅增大了约 33.3% ($R=20$ mm) 和 63.6% ($R=100$ mm),本文方法的 \overline{MSE} 受速度变化影响较小,插补精度对速度敏感性降低。

1)通过提前改变同步从轴同步比,优化同步建立时机,能够有效减小由于同步建立过渡过程导致的轨迹偏移,进一步提高了圆弧插补精度。二维运动平台变同步比圆弧插补实验结果表明,与现有变同步比圆弧插补方法相比,所提出方法在速度为 10 mm/s、插补步长为 1 mm 条件下,完成半径为 20 和 100 mm 整圆插补时,插补轨迹圆心平均偏移距离分别降低了约

84.7%和85.6%,MSE平均值分别减小了约58.7%和68.1%。

2)当插补速度改变时,所提出方法的MSE平均值改变幅度较小,有效降低了高速、高精度插补过程中,速度对插补精度的影响。二维运动平台变同步比圆弧插补实验结果表明,与现有变同步比圆弧插补方法相比,当插补速度由5 mm/s上升至10 mm/s时,所提出方法的MSE增大程度降低了约79($R=20$ mm)和19($R=100$ mm)个百分点。

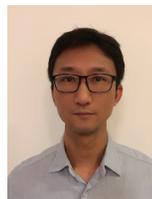
3)同步建立时机优化的关键,在于同步建立过渡过程时间的准确计算,受未建模因素影响,所提出方法仍然未能完全消除轨迹偏移,但相比于现有变同步比圆弧插补方法,轨迹偏移显著降低,插补精度得到进一步提高的同时,有效降低了插补精度对速度的敏感性。

参考文献

- [1] 韩之恒,马瑞,丁力,等.双绳驱动空中机械臂协同搬运控制研究[J].电子测量与仪器学报,2023,37(11):178-186.
HAN ZH H, MA R, DING L, et al. Research on cooperative transportation control of double Cable-driven aerial manipulators[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(11): 178-186.
- [2] 张成成,何斌,吕阳,等.小卫星空间跟踪遥感相机二维摆镜组件优化设计[J].仪器仪表学报,2022,43(7):54-62.
ZHANG CH CH, HE B, LYU Y, et al. Optimization design of two-dimensional scanning mirror component of small satellite space tracking remote sensing camera[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(7): 54-62.
- [3] 高跃,房立金,姜雪洁,等.一种基于D-H参数的7自由度机械臂机构精度综合方法研究[J].仪器仪表学报,2022,43(4):137-145.
GAO Y, FANG L J, JIANG X J, et al. Research on the precision synthesis method of a 7 DOF manipulator based on D-H parameters [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(4): 137-145.
- [4] 吕万德,罗晓曙,张盛明.基于一种改进逐点比较插补法的激光打标机控制加工算法[J].制造技术与机床,2020(2):195-198.
LYU W D, LUO X SH, ZHANG SH M. Control machining algorithms of laser marking machine based on an improved point-by-point comparison method [J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2020(2): 195-198.
- [5] 杨威,应保胜,邱新桥,等.逐点比较直线插补算法的优化[J].武汉科技大学学报,2012,35(3):222-224,231.
YANG W, YING B SH, QIU X Q, et al. Optimization of the point-to-point comparison linear interpolation algorithm [J]. Journal of Wuhan University of Science and Technology, 2012, 35(3): 222-224, 231.
- [6] 毕俊喜,薛志安,王飞,等.一种新的逐点比较圆弧插补算法的研究[J].机床与液压,2016,44(17):102-104.
BI J X, XUE ZH AN, WANG F, et al. Study on a new method of point by point comparison of the circular interpolation algorithm [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2016, 44(17): 102-104.
- [7] 韩赛飞,施佳,刘炎华,等.一种改进型逐点比较圆弧插补算法的FPGA实现[J].现代电子技术,2017,40(19):153-155,159.
HAN S F, SHI Q, LIU Y H, et al. Implementation of an improved circular interpolation algorithm with point-by-point comparison based on FPGA [J]. Modern Electronics Technique, 2017, 40(19): 153-155, 159.
- [8] 刘进闯,张融,洪宇,等.参数化插补算法与数字积分插补算法的比较研究[J].机床与液压,2019,47(19):62-66.
LIU J CH, ZHANG R, HONG Y, et al. Comparative study of parametric interpolation algorithm and digital integral interpolation algorithm [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2019, 47(19): 62-66.
- [9] 蒋晓瑜,蔡慧林,叶荫民.数字积分直线插补方法的研究[J].自动化技术与应用,2020,39(3):1-4,41.
JIANG X Y, CAI H L, YE Y M. Research on the method of line interpolation of digital integration [J]. Techniques of Automation and Applications, 2020, 39(3): 1-4, 41.
- [10] 李蚩行,雷志勇.基于FPGA的改进型DDA圆弧插补算法研究[J].国外电子测量技术,2018,37(12):21-25.
LI CH X, LEI ZH Y. Research on improved DDA circular interpolation algorithm based on FPGA [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2018, 37(12): 21-25.
- [11] 游达章,谈太振,张业鹏,等.DDA圆弧插补算法改

- 进研究[J]. 现代电子技术, 2021, 44(3): 87-90.
- YOU D ZH, TAN T ZH, ZHANG Y P, et al. Research on improvement of DDA circular interpolation algorithm[J]. Modern Electronics Technique, 2021, 44(3): 87-90.
- [12] 李双成, 莫玉梅, 陈兴媚. 数据采样法圆弧插补运算研究[J]. 机电技术, 2017(3): 14-17, 25.
- LI SH CH, MO Y M, CHEN X M. Research on arc imputation operation by data sampling method [J]. Mechanical & Electrical Technology, 2017(3): 14-17, 25.
- [13] 刘宜, 丛爽, 钱炜, 等. 一种基于时间分割法和数字积分法混合实现的空间直线插补方法[J]. 机械设计, 2008, 25(12): 27-31.
- LIU Y, CONG SH, QIN W, et al. A kind of spatial straight line interpolation method based on the hybrid realization of time division method and digital integration method[J]. Journal of Machine Design, 2008, 25(12): 27-31.
- [14] 刘娟容, 陈章位, 李妮妮, 等. 一种优化的数据采样法在开环数控系统中的应用[J]. 机械科学与技术, 2011, 30(8): 1239-1242.
- LIU J R, CHEN ZH W, LI N N, et al. Application of an optimized sampled-data interpolation algorithm in open-loop CNC[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2011, 30(8): 1239-1242.
- [15] YANG L G, ZHANG G ZH. Research and development of sampled-data interpolation algorithm software in CNC system based on the Visual C++[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, 382(4): 042019.
- [16] 魏青轩, 李雪婷, 王世民, 等. 用于二维运动平台控制的变同步比圆弧插补方法[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(11): 89-100.
- WEI Q X, LI X T, WANG SH M, et al. Variable synchronization ratio circular interpolation method for two-dimensional motion platform control[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(11): 89-100.
- [17] 叶宇豪, 彭飞, 黄允凯. 多电机同步运动控制技术综述[J]. 电工技术学报, 2021, 36(14): 2922-2935.
- YE Y H, PENG F, HUANG Y K. Overview of multi-motor synchronous motion control technology [J]. Transaction of China Electrotechnical Society, 2021, 36(14): 2922-2935.
- [18] 徐志全, 刘轶, 盛明钢, 等. 基于虚拟时滞主轴的主轴式多轴同步策略[J]. 微电机, 2024, 57(8): 8-12.
- XU ZH Q, LIU Y, SHENG M G, et al. Active multi-axis synchronization strategy based on virtual time delayed spindle[J]. Micromotors, 2024, 57(8): 8-12.
- [19] 王新达, 孙祥溪, 吴翔, 等. 改进的S曲线时间最优点到点多轴同步算法[J]. 电子测量技术, 2023, 46(21): 93-99.
- WANG X D, SUN X X, WU X, et al. Time-optimal point-to-point multi-axis synchronization algorithm based on improved S-curve [J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(21): 93-99.
- [20] 张静, 仲济磊, 陈珍萍, 等. 面向柔性加工的拐角运动策略研究与应用[J]. 浙江工业大学学报, 2023, 51(3): 312-318.
- ZHANG J, ZHONG J L, CHEN ZH P, et al. Research and application of corner motion optimization for flexible machining [J]. Journal of Zhejiang University of Technology, 2023, 51(3): 312-318.
- [21] 刘远凯. 数控系统中S型曲线加减速控制算法研究[J]. 机械制造与自动化, 2023, 52(6): 18-23.
- LIU Y K. Study on acceleration and deceleration control algorithm of S-shape curve on NC system[J]. Machine Building & Automation, 2023, 52(6): 18-23.
- [22] 张威, 周海波, 黄珍里, 等. 电磁驱动二维精密平面运动平台设计与控制[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2020, 51(5): 1221-1227.
- ZHANG W, ZHOU H B, HUANG ZH L, et al. Design and control for electromagnetically driven two-dimensional precise plane motion platform [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2020, 51(5): 1221-1227.
- [23] DIAZ-PEREZ L, TORRALBA M, AIBAJEZ J A. 2D positioning control system for the planar motion of a nanopositioning platform [J]. Applied Sciences, 2019, 9(22): 4860.

作者简介



魏青轩(通信作者), 2018年于北京化工大学获得博士学位, 现为北京石油化工学院副教授, 主要研究方向为复杂过程运动控制、智能制造系统。

E-mail: weiqx@bipt.edu.cn

Wei Qingxuan (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Beijing University of Chemical Technology in 2018. He is currently an associate professor at Beijing Institute of Petrochemical Technology. His main research

interests include complex process motion control and intelligent manufacturing systems.



王世民,2022 年于齐鲁工业大学获得学士学位,现为北京石油化工学院硕士研究生,主要研究方向为复杂工业过程运动控制。

E-mail:863570780@qq.com

Wang Shimin received his B. Sc. degree from Qilu University of Technology in 2022.

He is currently a master student at Beijing Institute of Petrochemical Technology. His main research interest includes motion control of complex industrial processes.



白欣悦,2023 年于青岛农业大学获得学士学位,现为北京石油化工学院硕士研究生,主要研究方向为复杂工业过程运动控制。

E-mail:2313759681@qq.com

Bai Xinyue received her B. Sc. degree from Qingdao Agricultural University in 2023. She is currently a master student at Beijing Institute of Petrochemical Technology. Her main research interest includes motion control of complex industrial processes.



李浩,2008 年于哈尔滨工业大学获得硕士学位,现为临沂供电公司综合服务中心高级工程师,主要研究方向为机电系统运动控制、建筑电气设备智能控制。

E-mail:81650067@qq.com

Li Hao received his M. Sc. degree from Harbin Institute of Technology in 2008. He is currently a senior engineer in the General Services Center of Linyi Power Supply Company. His main research interests include motion control of electromechanical systems and intelligent control of building electrical equipment.