

DOI: 10.13382/j.jemi.B2508722

低信噪比下加速度计寻北的科里奥利分量稳健提取*

李珂¹ 程为彬¹ 徐洋² 叶立川¹ 胡少兵¹ 陈旭爽¹ 陈廷雕¹

(1. 长江大学地球物理与石油资源学院 武汉 430100; 2. 吉林大学地球信息探测仪器教育部重点实验室 长春 130026)

摘要:为提升加速度计寻北系统中微弱科里奥利加速度信号的提取精度,提出一种基于 CiSSA-GSWOA-VMD 三阶协同信号处理框架。首先对加速度计原始输出信号进行循环奇异谱分解(CiSSA),通过循环矩阵的频率-特征映射提取具有明确周期特征的有效分量,从而抑制宽带噪声干扰。然后引入基于全局搜索策略的鲸鱼优化算法(GSWOA)对变分模态分解(VMD)中的关键参数进行自适应寻优。最后在最优参数条件下对有效分量集合进行分解,进一步去除残余噪声并精确分离目标分量。实验结果表明,在解算精度方面本方法相较于 EWT 与原始 CiSSA 的总体平均 MAE 分别降低 1.781°和 2.276°。与 CiSSA-VMD 方法相比,总体平均 MAE 降低 1.271°。在解算稳定性方面,本文方法的平均标准差较 EWT 和 CiSSA 分别下降约 1.048°和 0.489°。与 CiSSA-VMD 相比平均标准差也降低 0.140°。综上,所提方法在整体解算精度与稳健性方面均优于 EWT 与原始 CiSSA,并相较 CiSSA-VMD 方法实现了小幅但稳健的性能提升,适用于高噪声环境下加速度计寻北系统中微弱科里奥利分量的高精度提取。

关键词:加速度计寻北;科里奥利加速度;循环奇异谱分解;全局搜索策略;变分模态分解

中图分类号: V249.32;TN911.7 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40

Robust extraction of Coriolis components for accelerometer north-seeking in low-SNR environments

Li Ke¹ Cheng Weibin¹ Xu Yang² Ye Lichuan¹ Hu Shaobing¹ Chen Xushuang¹ Chen Tingdiao¹

(1. School of Geophysics and Petroleum Resources, Yangtze University, Wuhan 430100, China;

2. Key Lab of Geo-Exploration Instrumentation (Ministry of Education), Jilin University, Changchun 130026, China)

Abstract:To improve the extraction accuracy of weak Coriolis acceleration signals in accelerometer-based north-seeking systems, a three-stage collaborative signal processing framework based on CiSSA-GSWOA-VMD is proposed. In the first stage, circulant singular spectrum analysis (CiSSA) is applied to the raw accelerometer output, where effective components with distinct periodic characteristics are extracted through frequency-feature mapping of the cyclic matrix, thereby suppressing broadband noise. In the second stage, a global-search whale optimization algorithm (GSWOA) is employed to adaptively optimize the key parameters of variational mode decomposition (VMD). In the final stage, the optimized VMD is applied to the selected components to further remove residual noise and accurately isolate the target signal. Experimental results demonstrate that, in terms of solution accuracy, the proposed method reduces the overall average MAE by 1.781° and 2.276° compared with EWT and the original CiSSA, respectively. Relative to the CiSSA-VMD method, the overall average MAE is further reduced by 1.271°. With regard to solution stability, the average standard deviation decreases by approximately 1.048° and 0.489° compared with EWT and CiSSA, respectively, and by 0.140° compared with CiSSA-VMD. Overall, the proposed framework outperforms EWT and the original CiSSA in both solution accuracy and robustness, while achieving a small but robust performance improvement compared to the CiSSA-VMD method. It is suitable for high-precision extraction of weak Coriolis components in accelerometer-based north-seeking systems under high-noise environments.

Keywords: accelerometer north-seeking; coriolis acceleration; circulant singular spectrum analysis; global search strategy; variational mode decomposition

0 引言

随着惯性导航技术的发展,传统陀螺寻北装置因结构复杂、体积庞大与功耗较高等固有缺陷,难以满足现代平台对导航系统微型化与低功耗的严苛需求^[1]。在此背景下,加速度计因其体积小、抗磁场干扰能力强以及响应速度快等优势,逐渐成为新一代惯性传感器的核心组件。20 世纪末,有学者提出基于科里奥利效应 (Coriolis effect) 的加速度计寻北系统^[2],通过测量地球自转产生的微弱科里奥利加速度以解算真北方向,具有无磁依赖、低能耗与结构简化的显著优点,为动态环境下的寻北提出新的解决思路。然而,该寻北技术的核心瓶颈在于如何从强噪声中精确提取仅 $10^{-5}g$ 量级的科里奥利加速度信号^[3]。作为系统的核心观测量,其提取精度直接决定方位角解算的可靠性。在信号处理领域,该问题的核心在于如何在极低信噪比条件下实现有效的信号分解与噪声抑制。其难点主要体现在 2 个方面:一是目标信号幅值极小,易被背景噪声掩盖;二是实测数据普遍存在工频干扰、载体运动干扰、转台端面跳动等多重干扰,增加了信号分离的难度^[4]。因此,如何在复杂噪声环境中高精度分离科里奥利分量,成为微弱信号检测研究中的典型难题。

按照发展进程分类,微弱信号检测方法可以分为传统方法和新兴方法两类。传统方法主要包括相关检测法^[5]、锁相放大法^[6]和自适应滤波法^[7]等,具有结构相对简洁与计算效率较高的优点。在目标信号特征稳定且噪声特性已知或能获得有效参考源的情况下,此类方法能够实现良好的性能。然而,这些优势也伴随着不可忽视的局限性:对信号先验知识的依赖性较强、对非平稳宽带噪声的抑制能力不足以及在极端低信噪比和动态环境下的鲁棒性有限。相比之下,新兴方法逐渐成为研究热点,包括自适应信号分解法^[8-9]、混沌检测法^[10-11]以及基于机器学习的检测方法^[12]等。

针对极低信噪比与复杂噪声环境的挑战,研究者在传统与新兴两类方法上均展开研究。李旭东等^[13]提出一种基于相关滤波的信号去噪方案,并结合推导的姿态补偿算法实现全姿态加速度计寻北。王成宾等^[14]将平稳小波多尺度分析应用于旋转加速度计寻北仪的信号处理,有效缓解传统小波变换的平移敏感性,提升去噪性能。Lu 等^[3]构建基于科里奥利效应的加速度计寻北系统,通过滤波电路硬件预处理和小波包去噪算法协同提升信号质量与寻北精度。

为全面提升微弱科里奥利信号的提取精度,本文提出一种基于循环奇异谱分解—全局搜索鲸鱼优化算法—变分模态分解 (circulant singular spectrum analysis-global

search whale optimization algorithm-variational mode decomposition, CiSSA-GSWOA-VMD) 的混合信号处理框架。首先,采用循环奇异谱分解对加速度计采集的原始时序数据进行处理,通过循环矩阵的频率—特征映射提取信号中的有效周期性分量,从而抑制宽带噪声干扰。在此基础上,引入全局搜索鲸鱼优化算法对变分模态分解的模态数 K 与惩罚因子 α 进行全局寻优。该算法在鲸鱼优化算法 (whale optimization algorithm, WOA) 的基础上融合自适应惯性权重调整、变螺距位置更新及最优解邻域扰动三重优化机制,以增强全局探索能力^[15]。不同于传统依赖单一评价指标的参数选择方式,本文从频率一致性、波形相似性及能量聚集性 3 个方面对 VMD 分解结果进行综合评价,并将其归一化后按权重构建适应度函数,以此作为 GSWOA 的优化目标,从而在参数搜索过程中引导分解结果更好地匹配目标信号的物理与统计特性。最后,在最优参数条件下对 CiSSA 预处理信号实施 VMD 分解,进一步削弱残余噪声并实现微弱科里奥利加速度分量的精确分离。

1 旋转加速度计寻北仪原理

根据经典力学原理,地球自转角速度 ω_E 在地球表面可分解为 2 个正交分量(图 1(a)),沿线经线指向真北的水平分量 ω_N ,以及沿地球垂线方向垂直向上的垂直分量 ω_V 。由此可见,测量地球自转角速度的水平分量 ω_N 是基于科里奥利效应的寻北系统获得真北方向信息的物理基础。

基于这一物理基础,加速度计寻北系统中的科里奥利加速度源于两类运动的耦合,如图 1(b) 所示。

1) 以地球自转为动参考系的牵连运动,其北向分量角速度为:

$$\omega_N = \omega_E \cos \lambda \quad (1)$$

2) 转台边缘切点相对于转台中心的匀速圆周运动,其切向速度可表示为:

$$v = \rho \omega_{\text{转台}} \quad (2)$$

二者向量形成复合运动产生科里奥利加速度:

$$a = 2\omega_N v \quad (3)$$

经转台动态调制,所观测到的加速度计输出可表示为:

$$a(t) = f + F_M \cos(\Omega t + \varphi) + n(t) \quad (4)$$

$$f = -g_z + a_0 \quad (5)$$

$$F_M = 2\Omega \rho \omega_N \quad (6)$$

式中: a_0 为加速度计的零偏; g_z 为敏感轴上的重力加速度分量; $F_M \cos(\Omega t + \varphi)$ 是由科里奥利效应引起的余弦分量; F_M 为最大科里奥利加速度; ρ 为加速度计敏感轴距转台中心的位置; Ω 为转台的转动角速度; φ 为转动平面

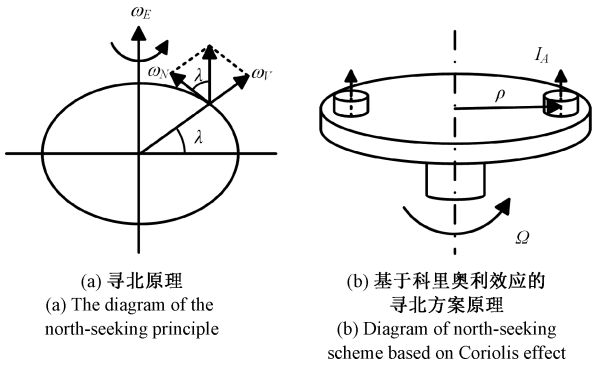


图1 基本原理

Fig. 1 Basic schematic diagram

北向基准角与真北方向的夹角; $n(t)$ 为输出噪声。

通过提取该余弦信号峰值所对应的相位信息,即为地球上所在位置的北方向^[16]。由于加速度计实际输出信号常被噪声 $n(t)$ 污染,必须对余弦成分进行精确分离与估计,才能实现高精度寻北。

2 算法框架与原理分析

2.1 循环奇异谱分解

奇异谱分析是一种基于矩阵分解的时间序列分析方法。其基本流程为将原始序列经滞后排列构造轨迹矩阵,然后对该矩阵进行奇异值分解以提取不同的信号成分^[17]。循环奇异谱分解作为 SSA 的一种改进形式,采用循环矩阵替代传统轨迹矩阵。该结构将信号频率分量与奇异向量一一对应,实现对时间序列信号的自动化频率成分提取^[18]。

基于循环矩阵的频率—特征映射特性, CiSSA 算法按以下步骤实现信号分解。

1) 输入: 原始时间序列 $\{x_t\}_{t=1}^T$ 和窗口长度 L ($1 < L < T/2$)。

2) 嵌入: 将长度为 T 的时间序列 $\{x_t\}$ 通过窗口长度 L 滞后嵌入, 构造一个 $L \times N$ 的轨迹矩阵, 其中 N 决定嵌入过程中生成的特征子序列数量。

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_N \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{N+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & \cdots & x_T \end{bmatrix}, N = T - L + 1 \quad (7)$$

3) 分解: 首先估计样本自协方差 $\hat{\gamma}_m$, 其中 m 为时间序列的自协方差计算中的滞后阶数, 其取值范围为 $[0, L-1]$:

$$\hat{\gamma}_m = \frac{1}{T-m} \sum_{t=1}^{T-m} x_t x_{t+m} \quad (8)$$

根据式(9)计算循环矩阵 S_C 的首行元素 $\{\hat{c}_m\}$, 进而构造一个 $L \times L$ 的循环矩阵 S_C , 其每一行都是上一行元素的循环右移。

$$\hat{c}_m = \frac{L-m}{L} \hat{\gamma}_m + \frac{m}{L} \hat{\gamma}_{L-m} \quad (9)$$

$$[S_C]_{m,n} = \hat{c}_{(n-m) \bmod L} \quad (10)$$

对 S_C 进行特征分解, 得到 L 个特征值 $\{\hat{\lambda}_k\}_{k=1}^L$ 与特征向量 $\{\hat{\mu}_k\}_{k=1}^L$ 。根据式(11)将特征对映射到频率 ω_k , 构造频率对应的初等矩阵 X_k , 其中 k 的取值范围为 $[1, L]$:

$$\omega_k = (k-1)/L \quad (11)$$

$$X_k = \hat{\mu}_k \hat{\mu}_k^H X \quad (12)$$

4) 分组: 基于频谱对称性, 按频率配对将分量合并成 B_k 组, 首先处理零频分量将索引 $k=1$ 分配至 $B_1 = \{1\}$, $X_{B_1} = X_1$ 。

随后对 $k=2, \dots, M$ (其中 M 为需配对的独立正频率分量的最大索引) 构造配对组:

$$M = \lfloor \frac{L+1}{2} \rfloor \quad (13)$$

$$B_k = \{k, L+2-k\} \quad (14)$$

$$X_{B_k} = X_k + X_{L+2-k} \quad (15)$$

若 L 为偶数, 则定义为:

$$B_{L/2+1} = \{\frac{L}{2} + 1\} \quad (16)$$

$$X_{B_{L/2+1}} = X_{L/2+1} \quad (17)$$

在所有配对组 $\{B_k\}$ 中, 根据预设的目标频率, 选出 G 个不相交子集 $\{I_j\}_{j=1}^G$, 其中每个 $I_j \subseteq \{B_k\}$, 并对每组 $j=1, \dots, G$ 进行合并:

$$X_{I_j} = \sum_{B_k \in I_j} X_{B_k} \quad (18)$$

5) 重构输出:

对每个 X_{I_j} 进行对角平均, 输出目标频率对应的重构

序列 $\{\tilde{x}_t^{(j)}\}$:

$$\tilde{x}_t^{(j)} = H(X_{I_j}), t = 1, \dots, T \quad (19)$$

其中 $H(\cdot)$ 是 Hankel 算子。通过循环矩阵的频谱对称性(步骤3)与分组映射(步骤4), CiSSA 可以自适应分离目标频率分量, 提升时序信号成分提取的精度与效率。

2.2 基于全局搜索策略的鲸鱼算法优化参数

传统鲸鱼优化算法在全局搜索能力和收敛速度方面存在一定局限^[15]。为此, GSWOA 将传统寻优过程融合自适应权重调整、变螺旋位置更新与最优解邻域扰动策略, 提升算法的搜索精度并加快收敛速度。针对 VMD 参数 (α, K) 的优化, 具体步骤如下。

1) 参数初始化

首先, 设置搜索区间 $\alpha \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$, $K \in [K_{\min}, K_{\max}]$, 并确定鲸鱼群体规模 N 与最大迭代次数 $T_{\max}$ 。为提高初始群体的多样性, 采用 Logistic 映射生成两条序列, 将其线性映射到 α 与 K 的区间, 并根据式 (21) 生成初始鲸鱼位置 (α_i, K_i) :

$$\begin{cases} \chi_{i+1}^{\alpha} = \mu \chi_i^{\alpha} (1 - \chi_i^{\alpha}) \\ \chi_{i+1}^K = \mu \chi_i^K (1 - \chi_i^K) \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} K_i = \text{round}(K_{\min} + \chi_i^K (K_{\max} - K_{\min})) \\ \alpha_i = \alpha_{\min} + \chi_i^{\alpha} (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \end{cases} \quad (21)$$

式中: μ 为分支参数, $3.569\,945\,6 < \mu \leq 4$ 时 Logistic 映射具有混沌特性。

2) 计算适应度

对每个候选解 (α_i, K_i) 执行 VMD 分解, 计算其适应度 f_i , 获得初始适应度向量 $\{f_i\}_{i=1}^N$:

$$F = \frac{|f_{\text{est}} - f_0|}{f_0} \quad (22)$$

$$W = - \sum_{k=1}^{K_i} |\text{corr}(\text{IMF}_k, \text{signal})| \quad (23)$$

$$E = 1 - R_{\text{energy}} \quad (24)$$

$$f = 0.5F + 0.3W + 0.2E \quad (25)$$

$$R_{\text{energy}} = \frac{\sum_{f \in [f_0 - \Delta f, f_0 + \Delta f]} P_{xx}(f)}{\sum_f P_{xx}(f)} \quad (26)$$

式中: 归一化频率误差 F 反映目标模态主频 f_{est} 与理论频率 f_0 之间的相对偏差; 波形相关性缺失 W 越小与原始信号的波形越一致。能量集中度 E 衡量频带的能量比重。所有指标均被归一化, 适应度越小分解质量越高。

3) 种群划分与迭代更新

在每一次迭代中, 首先根据式 (27) 计算自适应惯性权值 $\sigma(t)$, 用于平衡全局探索与局部收敛:

$$\sigma(t) = 0.2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \left(1 - \frac{t}{T_{\max}}\right)\right) \quad (27)$$

然后将当前种群按初始适应度从低到高排序, 将最优的前 10% 归为精英组, 随机分配 30% 至探索组, 其余为开发组。对开发组种群, 采用以精英组内随机领头者 X^* 为中心的变螺旋位置更新策略 (式 (29)):

$$b = e^{5 \cdot \cos(\pi \cdot (1 - \frac{t}{T_{\max}}))} \quad (28)$$

$$X(t+1) = \sigma(t) X^*(t) + b \cdot e^l \cos(2\pi l) \quad (29)$$

其中, l 为 $[0, 1]$ 的随机数。

探索组种群以小概率在当前最优解 X^* 邻域施加随机扰动, 避免陷入局部最优。

$$\hat{X}(t) = \begin{cases} X^*(t) + 0.5 \cdot \text{rand}_1 \cdot X^*(t), & \text{rand}_2 < 0.5 \\ X^*(t), & \text{rand}_2 \geq 0.5 \end{cases} \quad (30)$$

式中: $\text{rand}_1, \text{rand}_2$ 均为 $[0, 1]$ 之间均匀生成的随机数。位置更新后, 将 K 值进行取整并约束到区间内。

4) 迭代终止

当最优解连续多代不变时或达到最大迭代次数时终止算法, 输出最优参数对 (α^*, K^*) 。

本研究基于 GSWOA 在 VMD 参数优化过程中增加了 2 个步骤: 一是构建融合归一化频率、误差波形相关性缺失和能量集中度缺失 3 个指标的多目标适应度函数, 以提高参数对目标模态的判别能力; 二是引入种群分层策略, 增强全局搜索能力。

2.3 变分模态分解

VMD 是一种基于变分优化的模态分解方法, 适用于非平稳时变信号的自适应分解^[19]。相较于经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD) 存在的模态混叠问题^[20], 以及集合经验模态分解 (ensemble empirical mode decomposition, EEMD) 在噪声幅度选择上存在难以确定的局限^[21]。VMD 具有更为严格的数学基础和变分优化框架, 在噪声鲁棒性与收敛性方面存在优势。

算法步骤如下:

1) 初始化变量。设定模态数 K 、惩罚因子 α 、频域模态分量 $\hat{u}(0)_k(\omega) = 0$, 拉格朗日乘子频域分量 $\hat{\lambda}^{(0)}(\omega) = 0$, 将中心频率 $\omega_k^{(0)}$ 在信号频带内初始化。

2) 迭代更新。对迭代次数 $n=0, 1, 2, \dots$ 根据式 (31) ~ (33) 更新频域分量 $\hat{u}_k^{(n+1)}$, 中心频率 $\omega_k^{(n+1)}$ 以及拉格朗日乘子 $\hat{\lambda}^{(n+1)}(\omega)$ 。

$$\hat{u}_k^{(n+1)}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_i^{(n)}(\omega) + \frac{1}{\alpha} \hat{\lambda}^{(n)}(\omega)}{1 + 2 \frac{(\omega - \omega_k^{(n)})^2}{\alpha}} \quad (31)$$

$$\omega_k^{(n+1)} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega} \quad (32)$$

$$\hat{\lambda}^{(n+1)}(\omega) = \hat{\lambda}^{(n)}(\omega) + \tau \alpha (\hat{f}(\omega) - \sum_{k=1}^K \hat{u}_k^{(n+1)}(\omega)) \quad (33)$$

3) 检查收敛。当所有模态在相邻两次迭代的变化量综合足够小或所有模态中心频率的最大变化量足够小时停止迭代。

$$\sum_{k=1}^K \|\hat{u}_k^{(n+1)} - u_k^{(n)}\|_2^2 < \varepsilon \quad (34)$$

$$\max_k |\omega_k^{(n+1)} - \omega_k^{(n)}| < \varepsilon \quad (35)$$

4) 重构时域模态。对 $\hat{u}_k(\omega)$ 做 Hermitian 对称补全, 在保证时域实值性的基础上进行逆傅里叶变换得到时域

模态序列 $\hat{u}_k(t)$ 并输出。

2.4 基于 CiSSA-GSWOA-VMD 协同处理的算法框架

针对科里奥利加速度分量提取中信号非平稳性、参数敏感性和噪声干扰等核心挑战,设计图 2 所示的处理流程,具体步骤如下。

- 1) 对加速度计原始输出信号进行去直流和零相位带通滤波等处理。
- 2) 利用 CiSSA 对预处理后的信号进行初步分解,根据科里奥利加速度的理论频率范围识别有效分量。
- 3) 确定 GSWOA 优化算法的初始配置和 VMD 参数的可行域。
- 4) 按式 (19) 计算适应度,将当前种群按照适应度由优到劣进行排序。
- 5) 按适应度将种群划分为 3 层,最优的 10% 个体归为精英组,随机分配 30% 至探索组,其余为开发组。
- 6) 根据式 (23) 对开发组进行变螺旋位置更新,对探索组以式 (24) 在当前最优解施加邻域扰动。
- 7) 合并新种群,若未达到最大迭代次数或适应度收敛准则,返回步骤 4) 继续迭代;否则终止寻优并输出最优参数组合。
- 8) 进行 VMD 分解,选择与目标频率匹配的模式,对所选模式执行迭代分量重构并输出。

3 实验结果与分析

3.1 实验平台

采用图 3 所示的实验装置进行数据采集。实验装置初始方位设为 0°(指向真北),驱动水平转台以恒定角速度连续旋转。从该位置开始,将装置按顺时针方向旋转,每转 45°触发一次采集,记录此时加速度计的原始输出信号。装置的旋转过程中共采集 8 组数据,分别对应方位角 0°、45°、90°、135°、180°、225°、270°、315°,每组 100 万个采样点。在采集加速度计信号的同时,利用光电编码器同步记录 z 轴触发信号作为相位基准。

3.2 实测数据分析

以初始北向(0°)的数据为例,原始输出信号如图 5 所示。该信号存在明显的直流偏置,同时叠加机械振动干扰与随机噪声。图 4 中红色曲线为光电编码器生成的 z 轴触发信号,该信号周期稳定,可作为原始信号周期性分段与角度解算的相位基准。对去直流后的信号进行频谱分析,结果如图 5 所示。在约 28 Hz 处出现显著的谱峰,其主频与 z 轴脉冲信号频率一致,说明该分量由转台匀速旋转引起,而非外界随机干扰,从而验证了目标频率分量的存在。同时,频谱图中存在明显的 2 倍频与 3 倍频等高次谐波,通常源于转台转动不平衡与机械结构共

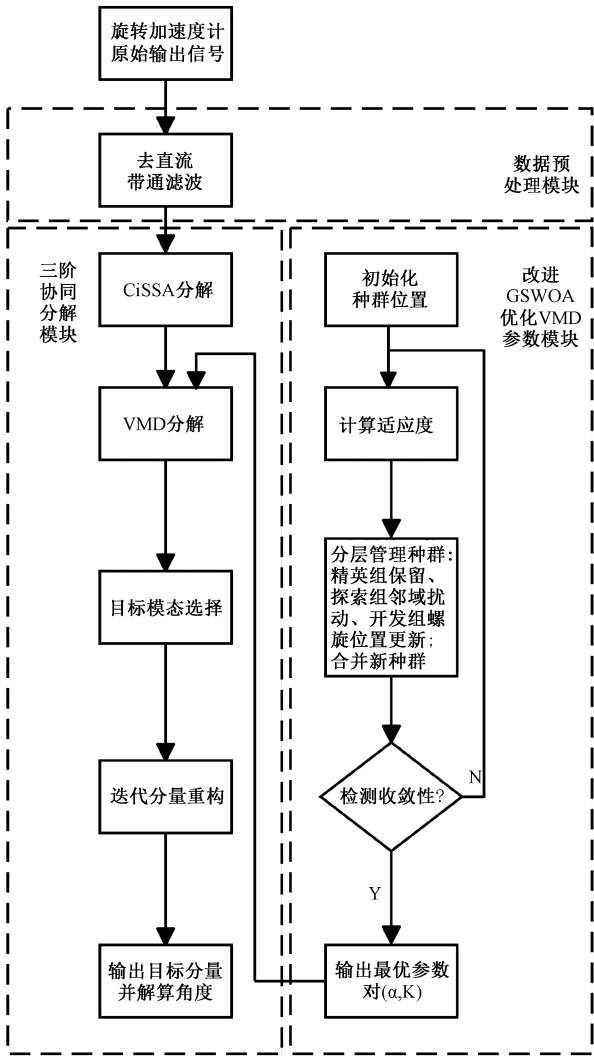


图 2 算法结构

Fig. 2 Algorithm structure diagram

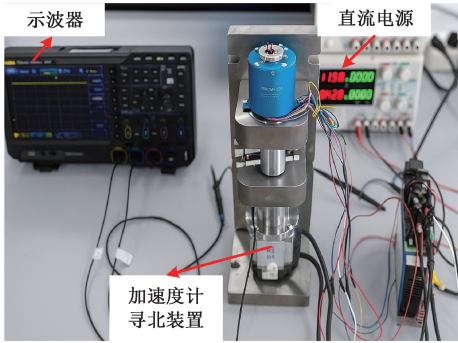


图 3 实验装置

Fig. 3 Experimental devices diagram

振。由此可见,尽管目标分量在频域中具有较高的能量集中度,但高次谐波成分与随机噪声会在时域中对其产生干扰。因此有必要引入分解与增强步骤实现对目标信号的稳健提取。

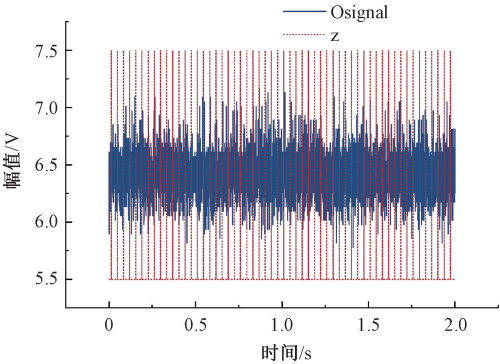


图 4 实测加速度计原始输出信号

Fig. 4 Measured accelerometer original output signal

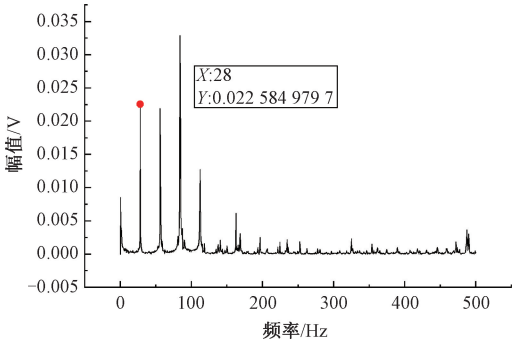
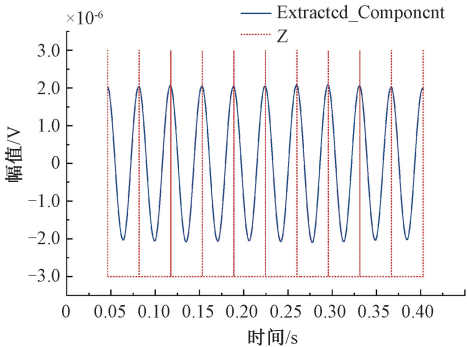
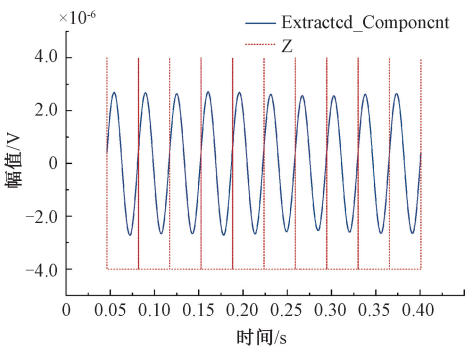


图 5 原始信号频谱图

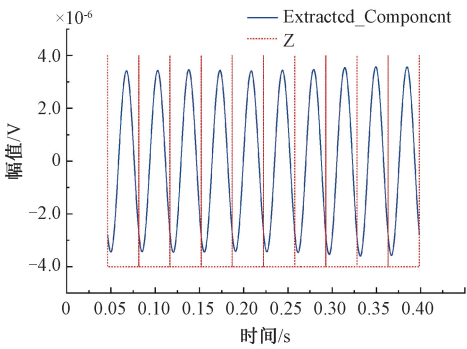
Fig. 5 Original signal spectrum map



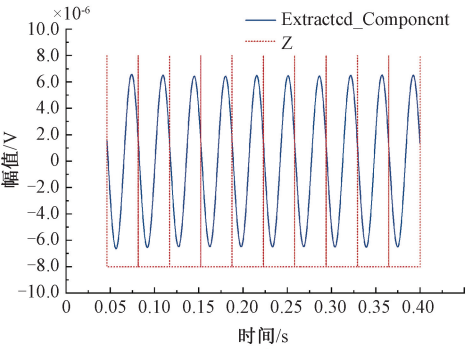
(a) 提取结果:0°
(a) Extraction result:0°



(b) 提取结果:90°
(b) Extraction result:90°



(c) 提取结果:180°
(c) Extraction result:18°



(d) 提取结果:270°
(d) Extraction result:270°

图 7 CiSSA-GSWOA-VMD 提取结果

Fig. 7 CiSSA-GSWOA-VMD extraction results

3.3 角度解算方法

在图 6 中沿横轴建立坐标,令前一触发脉冲与信号的交点对应横坐标为 x_0 , 后一触发脉冲与信号的交点对应横坐标 x_1 , 区间 $[x_0, x_1]$ 内目标信号的峰值对应的横坐标为 x_p , 则角度的计算式为:

$$\theta = \frac{d}{D} \times 360^\circ = \frac{|x_p - x_0|}{x_1 - x_0} \times 360^\circ \tag{36}$$

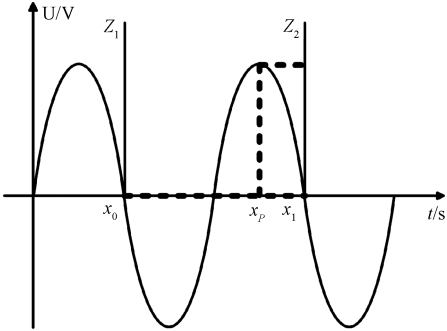


图 6 角度解算模型

Fig. 6 Angle calculation model diagram

3.4 CiSSA-GSWOA-VMD 分解结果和分析

1) CiSSA-GSWOA-VMD 分解结果

对每组加速度计输出数据进行分解得到的目标分量 (以 0°、90°、180°、270°数据为例) 如图 7 所示。时域图展

示从目标分量中截取的 10 个连续周期的波形。幅值与相位在所示区间内均保持高度一致,在时域上具有稳定性。进一步观察表明,随着真实方位角的变化,目标分量峰值的相位与 z 轴之间的角度发生同步变化,实验验证基于科里奥利效应寻北原理的可行性。图 8 为目标分量(以 0°数据为例)的频谱图,在 28 Hz 处出现显著的主峰,其幅值明显高于邻近频带的幅值。由此可见,该分量在时频域上均表现出高度一致性与稳定性,可用于后续的方位角解算。

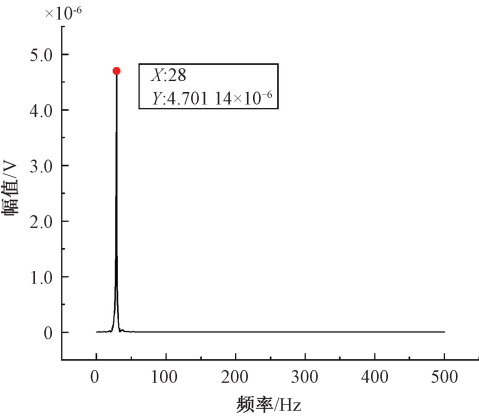


图 8 基于 CiSSA-GSWOA-VMD 提取的目标分量频谱(以 0°为例)

Fig. 8 Target component spectrum extracted based on CiSSA-GSWOA-VMD (0° as an example)

2) 基于误差与稳定性的算法比较

在误差与稳定性对比分析中,各对比方法的参数设置说明如下。在合理范围内通过试验确定 EWT 的最大谱峰数;CiSSA 的窗口长度及频率搜索区间依据采样条件与目标频率先验设置;CiSSA-VMD 中 VMD 的模态数与惩罚因子采用常用经验参数。上述参数均在合理范围内进行了必要验证,并选取误差与稳定性表现较为稳定的配置作为最终对比方案。各对比方法均未针对单一数据集或特定角度进行专门调参,从而保证了不同方法在相同实验条件下比较结果的公平性。

为验证所提方法的可行性,本研究从解算精度与稳定性两个维度进行系统评估。图 9 所示为不同角度下各方法的平均偏差误差(mean bias error, MBE)分布,反映解算值相对理想角度的整体偏离方向与程度。表 1 则定量对比各算法在关键角度上的平均绝对误差(mean absolute error, MAE)与其标准差^[22]。所有数值均基于每组 N=45 个周期的角度误差样本得出,其中单周期角度误差定义为解算角度与理想角度的差值。

在解算精度方面,将总体平均 MAE(即对 8 个测试角度平均绝对误差取算术平均)作为度量指标,并结合绝对降低量与相对降低量来比较方法的改进幅度:前者定

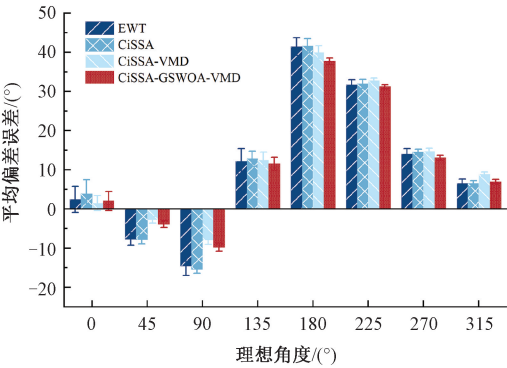


图 9 不同角度解算平均偏差误差分布

Fig. 9 Distribution of mean bias error calculated at different angles

表 1 各算法角度解算误差对比 (MAE±σ)
Table 1 Comparison of calculation errors from various algorithm perspectives (MAE±σ)

角度/ (°)	EWT	CiSSA	CiSSA-VMD	CiSSA-GSWOA-VMD
0	2.441±3.331	3.918±3.528	1.482±1.917	2.047±2.407
45	7.703±1.587	7.746±1.177	2.761±0.870	3.903±0.867
90	14.517±2.451	15.373±1.052	7.974±1.061	9.751±1.067
135	12.166±3.197	12.836±1.935	12.549±1.949	11.564±1.622
180	41.435±2.262	41.68±1.848	40.039±1.660	37.740±0.839
225	31.782±1.265	31.954±1.137	32.833±0.601	31.251±0.513
270	14.065±1.346	14.549±0.679	14.788±0.661	13.085±0.658
315	6.532±1.103	6.541±0.717	8.869±0.559	6.961±0.545

义为参考方法误差与所提方法误差之差,后者为绝对降低量占参考方法误差的比例。根据表 1 数据,与 EWT 相比,CiSSA-GSWOA-VMD 总体平均 MAE 降低 1.781°。其中绝对降低量最大出现在 90°,为 4.776°(相对降低 32.830%);而相对降低量最大出现在 45°,达 49.331%(绝对降低 3.800°)。与原始 CiSSA 比较,所提方法总体平均 MAE 降低 2.276°,其中 90°方向的绝对降低量最大,为 5.622°(相对降低 36.571%);45°方向的相对降低量最大,为 49.613%(绝对降低 3.843°)。相较于引入 VMD 分解的 CiSSA-VMD 方法,本方法在 5 个角度上实现误差下降,总体平均 MAE 约降低 1.271°,其中 180°方向取得最大绝对降低量,为 2.299°(相对降低 5.742%);315°方向取得最大相对降低量,为 21.513%(绝对降低 1.908°)。

在解算稳定性方面,CiSSA-GSWOA-VMD 同样表现出优势。相较于 EWT,本方法的平均标准差降低约 1.048°。其中 135°的绝对降低量最大,为 1.575°(相对降低 49.265%);180°的相对降低量最大,达 62.909%(绝对降低 1.423°)。与 CiSSA 相比,平均标准差降低约 0.489°,其中 0°的绝对降低最大,为 1.121°(相对降低

31.774%);在 225° 处相对降低最大,达54.881%(绝对降低 0.624°)。与CiSSA-VMD相比,在多数角度也实现了下降,平均约 0.140° ,且在 180° 的标准差下降最为显著,绝对降低 0.821° (相对降低49.458%)。

综上所述,基于每组 $N=45$ 个周期样本计算得到的平均绝对误差与标准差统计量表明,CiSSA-GSWOA-VMD在总体解算精度与稳健性方面相较于EWT与原始CiSSA均实现显著提升。与CiSSA-VMD方法相比,该方法在多数测试条件下呈现出小幅但较为稳定的性能改进。需要指出的是,本文选取的8个测试角度在4个象限内均匀分布,能够较全面地反映寻北系统在不同方位下的整体解算表现。在少数角度(如 0° 、 45° 和 90°),CiSSA-GSWOA-VMD的平均绝对误差相较于CiSSA-VMD略有增加。这一现象表明,针对特定角度的参数配置下,CiSSA-VMD在局部误差指标上具备一定优势。然而,由于CiSSA-VMD的分解结果对参数设置较为敏感,其性能在不同角度条件下易出现波动。相比之下,CiSSA-GSWOA-VMD在参数选择过程中更注重跨角度的稳健性,尽管在个别角度上可能牺牲少量局部最优性能,但从整体统计结果来看,平均误差水平仍然有所降低。对于加速度计寻北系统而言,全角度范围内持续、稳定的解算性能更具工程价值,因此所提方法在实际应用中具有更好的适用性。

4 结 论

面向加速度计寻北系统中微弱科里奥利分量的高精度提取问题,本文构建了一种融合循环奇异谱分解、改进鲸鱼优化策略与变分模态分解的3阶段协同信号处理方法。该方法以CiSSA预处理为基础,通过引入全局搜索鲸鱼优化算法实现对VMD关键参数的自适应寻优,从而提高目标频率成分的分离准确性。实验结果表明,相较于经验小波变换和原始CiSSA方法,所提方法在分解精度和解算稳定性方面表现出明显优势。与CiSSA-VMD方法相比,该方法在多数测试角度下的解算结果表现出稳定的改进趋势,有效缓解了参数依赖所导致的性能波动。此外,后续工作将进一步结合误差曲线建模与补偿方法,以持续提升复杂环境下的寻北解算精度。

参考文献

- [1] CHEN Z, YAN K, WANG X, et al. MEMS gyroscopes in different operation modes: A review [J]. Measurement, 2025; 116996.
- [2] 顾启泰,孙国富,刘学斌,等.非陀螺快速找北系统[J].清华大学学报(自然科学版),1999,(11):107-109.
Gu Qitai, Sun Guofu, Liu Xuebin, et al. Fast nongyroscopic north-seeking system [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 1999, 39(11): 107-110.
- [3] Lu Y, Pan Y, Ren C, et al. Accelerometer north finding system based on the wavelet packet de-noising algorithm and filtering circuit [J]. Sensors & Transducers, 2014, 175(7): 244.
- [4] 王显军.加速度计寻北仪的工程技术难点分析[J].微计算机信息,2010,26(34):130-131,81.
Wang Xianjun. Analyze of technical problems of accelerometer north-seeking instrument [J]. Microcomputer Information, 2010, 26(34): 130-131,81.
- [5] 沈仲弢,封常青,高山山,等.基于高速相关采样的锁模激光回波实时检测[J].红外与激光工程,2017,46(12):184-189.
Shen Zhongtao, Feng Changqing, Gao Shanshan, et al. Real-time detection of mod-locked laser echo signal based on high-speed correlation sampling [J]. Laser & Infrared, 2017, 46(12): 184-189.
- [6] Zhang Q, Jeong W, Kang D J. Lock-in amplifiers as a platform for weak signal measurements: Development and applications[J]. Current Applied Physics, 2024, 66: 95-109.
- [7] Cheng Y, Zhang S, Wang X, et al. Kalman Filter with adaptive covariance estimation for carrier tracking under weak signals and dynamic conditions [J]. Electronics, 2024, 13(7): 1288.
- [8] 凌威,梁竹关,李海燕.基于变分模态分解的脉搏信号联合去噪[J].国外电子测量技术,2023,42(9):1-8.
Lin Wei, Liang Zhuguan, Li Haiyan. Combine denoising of pulse signal based on variational modal decomposition [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2023, 42(9): 1-8.
- [9] 王辰辰,姚贞建,杨梦冉,等.基于经验与变分混合分解的超声回波信号噪声消除方法[J].仪器仪表学报,2023,44(6):197-204.
Wang Chenchen, Yao Zhenjian, Yang Mengran, et al. Noise elimination method of ultrasonic echo signal based on empirical and variational hybrid decomposition [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(6): 197-204.
- [10] 杨一,程为彬,汪跃龙,等.随钻弱SNR信号的Duffing振子混沌检测与恢复[J].仪器仪表学报,2020,41(2):235-244.
Yang Yi, Cheng Weibin, Wang Yuelong, et al. Chaos detection and parameters recovery of Duffing oscillator for weak SNR signal while drilling [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(2): 235-244.

- [11] 况昀, 闵可, 丁强, 等. 超再生接收机在 ISM 频段下的混沌现象[J]. 电子测量技术, 2023, 46(1): 43-48.
Kuang Yun, Min Ke, Ding Qiang, et al. Chaos of super regeneration receiver in ISM band [J]. Electric Measurement Technology, 2024, 46(1): 43-48.
- [12] 王海峰, 行鸿彦, 陈梦, 等. 基于 SSA-SVM 的海杂波背景下小信号检测方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(4): 24-31.
Wang Haifeng, Xing Hongyan, Chen Meng, et al. Small signal detection method based on SSA-SVM model in sea clutter [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 36(4): 24-31.
- [13] 李旭东, 孟范伟, 林玉荣. 基于相关滤波算法的全姿态加速度计寻北方案[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(1): 44-48.
Li Xudong, Meng Fanwei, Lin Yurong. All-attitude accelerometer north finder based on arithmetic of correlation filtering algorithm [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(1): 44-48.
- [14] 王成宾, 管斌, 白云超. 小波分析在旋转加速度计寻北仪信号处理中的应用[J]. 导航与控制, 2011, 10(3): 42-45.
Wang Chengbin, Guan Bin, Bai Yunchao. Application of stationary wavelet in rotating accelerometer north seeker[J]. Navigation and Control, 2011, 10(3): 42-45.
- [15] 刘磊, 白克强, 但志宏, 等. 一种全局搜索策略的鲸鱼优化算法[J]. 小型微型计算机系统, 2020, 41(9): 1820-1825.
Liu Lei, Bai Keqiang, Dan Zhihong, et al. Whale optimization algorithm with global search strategy [J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2020, 41(9): 1820-1825.
- [16] 赵岩, 翟百臣, 武克用, 等. 加速度计在非陀螺寻北系统中的应用研究[J]. 兵工学报, 2006, 27(2): 343-346.
Zhao Yan, Zhai Baichen, Wu Keyong, et al. Application study of a accelerometer in nongyroscopic north seeking system [J]. Acta Armamentarii, 2006, 27(2): 343-346.
- [17] Wang S, Lian G, Cheng C, et al. A novel method of rolling bearings fault diagnosis based on singular spectrum decomposition and optimized stochastic configuration network[J]. Neurocomputing, 2024, 574: 127278.
- [18] BóGalo J, Poncela P, Senra E. Circulant singular spectrum analysis: A new automated procedure for signal extraction[J]. Signal Processing, 2021, 179: 107824.
- [19] Dragomiretskiy K, Zosso D. Variational mode decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.
- [20] Colominas M A, Schlotthauer G, Torres M E. Improved complete ensemble EMD: A suitable tool for biomedical signal processing[J]. Biomedical Signal Processing and Control, 2014, 14: 19-29.
- [21] 刘韬, 徐爱功, 隋心. 惯性导航 EEMD 区间阈值降噪方法[J]. 测绘学报, 2018, 47(7): 907-915.
Liu Tao, Xu Aigong, Sui Xin. EEMD interval threshold de-noising method for inertial navigation [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2018, 47(7): 907-915.
- [22] Gao H, Li Z, Wang N, et al. SU-Net: Pose estimation network for non-cooperative spacecraft on-orbit [J]. Scientific Reports, 2023, 13(1): 11780.

作者简介



李珂, 2024 年于长江大学获得学士学位, 现为长江大学硕士研究生, 主要研究方向为地球物理仪器。

E-mail: 2024710449@yangtzeu.edu.cn

Li Ke received her B. Sc. degree from Yangtze University in 2024. She is a M. Sc. student at Yangtze University. Her main research interest is geophysical instruments.



程为彬 (通信作者), 1991 年于长江大学获得学士学位, 1994 年于中国石油大学 (北京) 获得硕士学位, 2007 年于西安理工大学获得博士学位, 现为长江大学教授, 主要研究方向为油气井下智能测控技术。

E-mail: wbcheng@yangtzeu.edu.cn

Cheng Weibin (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Yangtze University in 1991, M. Sc. degree from China University of Petroleum (Beijing) in 1994, and Ph. D. degree from Xi'an University of Technology in 2007. He is currently a professor at Yangtze University. His main research interest includes oil and gas downhole intelligent measurement and control technology.