

基于级联干扰观测器的货运列车分布式控制研究^{*}

程翔¹ 吴家仪² 张昌凡³ 贾林³

(1. 华中师范大学物理科学与技术学院 武汉 430079; 2. 湖南铁道职业技术学院人工智能学院 株洲 412000;

3. 湖南工业大学轨道交通学院 株洲 412007)

摘要:针对货运列车在多源扰动下的跟踪控制问题,提出一种基于级联干扰观测器的固定时间替换滑模控制方法。首先构建了考虑车间作用力的多质点动力学模型,针对匹配与非匹配扰动同时存在的情形,设计了一种级联结构扰动观测器同时估计多源扰动,放宽了传统扰动观测器要求“扰动缓慢变化”的前提条件。基于扰动观测信息,将非匹配扰动下的列车动力学模型转化为匹配模式。最终,提出了一种基于替代滑模法的分布式控制策略。仿真结果表明,所提的级联干扰观测器能够在0.5 s内准确估计多源干扰;相比于传统的列车跟踪控制研究,所提出的控制策略能够在快速处理多源扰动带来的一系列失稳问题,在保障车间作用力稳定的同时,实现了速度-位移双指标鲁棒跟踪控制;相对于传统控制方法系统收敛时间提高5 s以上,体现了较好的实时性与鲁棒性。

关键词: 货运列车;多源干扰;替换滑模;干扰观测器

中图分类号: U266.2;TN98

文献标识码: A

国家标准学科分类代码: 470.4099

Research on distributed control of freight train based on cascade disturbance observer

Cheng Xiang¹ Wu Jiayi² Zhang Changfan³ Jia Lin³

(1. School of Physical Science and Technology, Central China Normal University, Wuhan 430079, China;

2. School of Artificial Intelligence, Hunan Railway Professional Technology College, Zhuzhou 412000, China;

3. School of Railway Transportation, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412007, China)

Abstract: In response to the tracking control challenges faced by freight trains under multi-source disturbances, this paper proposes a fixed-time replacement sliding mode control method based on a cascaded disturbance observer. Initially, a multi-mass dynamic model that takes into account the inter-vehicular forces is constructed. To address the scenario where both matched and unmatched disturbances coexist, a cascaded structure disturbance observer is designed to estimate multi-source disturbances concurrently, thereby relaxing the traditional prerequisite of disturbance observers that dictates disturbances must vary slowly. Utilizing the disturbance observation data, the train dynamics model under unmatched disturbances is transformed into a matched mode. Ultimately, a distributed control strategy based on the alternative sliding mode approach is put forward. Simulation results demonstrate that the proposed cascaded disturbance observer can accurately estimate multi-source disturbances within 0.5 seconds. Compared with traditional research on train tracking control, the proposed control strategy manages to swiftly handle a series of destabilizing issues caused by multi-source disturbances. While ensuring the stability of inter-vehicular forces, it achieves robust tracking control of both speed and displacement indices. Relative to conventional control methods, the system convergence time is enhanced by more than 5 seconds, reflecting superior real-time performance and robustness.

Keywords: freight train; multi-source disturbance; replace sliding mode; disturbance observer

0 引言

一直以来,货运列车都是区域大宗货运与国际陆运的最重要交通工具之一^[1]。为高效安全地保障列车的行驶,其控制策略需具备优良性能。因此,货运列车的控制问题备受关注,相关学者开展了一系列控制方法的研究,如自适应控制^[2]、迭代学习控制^[3]、智能控制^[4-5]等。

通常,在开展控制研究之前要对列车进行动力学分析与建模。在以往研究中,一般把列车作为单质点进行整体考虑,这种高度抽象的模型无疑给控制策略的探究带来极大便利,如文献[6]针对列车节能控制问题,构建了单质点动力学模型,以行车的平稳性和目标速度为控制指标开展了研究;文献[7]针对列车减速制动过程建立了单质点模型,并利用迭代识别方法辨识模型参数。然而,实际的货运列车是由若干个动力单元拖动若干个载货车厢构成的多质点动力系统,在列车的控制过程中不仅要考虑最终运行指标是否与预设相一致(如位移^[8]、速度^[9]),还需考虑车厢之间的相互作用力问题,因为实际的车钩无法承受超限的拉伸或挤压^[10]。因此,近年来学者们开始以列车多质点模型为基础展开列车控制研究,如文献[11]构建了多质点列车模型,利用最优控制原理以速度跟踪与节能性为目标开展研究,但未考虑干扰对控制系统的影响;文献[12]针对货运列车下坡制动控制进行了研究,提出了一种基于 Q 学习的制动力控制策略,但遗憾的是未考虑车钩力的演化情况与车钩位移的动态变化。

除此之外,噪声干扰对货运列车控制性能的影响不容忽视^[13],通常在列车状态空间模型中,位移和速度会被选作状态变量,构成一个二阶的动力学方程,列车受到的干扰会有两种情况,即匹配干扰和不匹配干扰。如文献[14]考虑了强风带来的扰动,设计了干扰观测器,最终实现了列车的抗扰动控制;文献[15]考虑了多种扰动下的列车控制策略,通过设计适当的控制律消除了干扰对控制性能的影响,然而上述文献中的考虑的都是匹配干扰,通过观测之后可以设计控制律对其完全消除;也有学者研究了不匹配干扰下的列车控制^[16],但其研究的是速度跟踪控制,不匹配干扰存在于位移方程中,只要保障速度变量不受干扰影响即可,并没有关注车辆位移的实际情况。

虽然已有相当多的学者研究了抗干扰控制,但值得注意的是,多数研究在估计干扰时是基于两种假设,一是干扰缓慢变化^[17],二是所有状态变量都已知^[18];而在控制方面,一般只关注二阶系统的一个输出量,如文献[19]针对二阶系统提出一种抗干扰控制策略,实现了

对不匹配干扰的消除,但匹配干扰反而未能很好的抑制;文献[20]将非匹配干扰观测值引入了滑模面设计中,以构建有限时间控制条件,最终消除了非匹配干扰的影响。在某些仅需要考虑一个输出变量的场合,上述处理方法是可行的。然而,货运列车的控制需要同时考虑位移与车速,因此无法进行类似处理。

综上,现有研究多数针对一种干扰开展抗扰控制研究,考虑观测器的级联策略较少。实际上单一观测器的性能不足能够通过级联有效增强,如文献[21]针对传统扩张观测器对特定扰动估计效果不佳的问题,引入级联策略有效提高了PMSM控制精度;文献[22]针对列车黏着过程中轮轨黏着系数不可测问题,在文献[23]的基础上设计了级联观测器,一部分负责观测行车负载转矩,另一部分利用滑模收敛后的等值原理估计黏着系数。鉴于级联观测器的优良性能,受上述研究启发,本文提出一种基于级联干扰观测器的货运列车控制策略,本方法放宽了传统干扰观测器的预设条件,即无需状态可知及干扰缓变。具体地,是对状态变量及非匹配干扰的导数进行同步估计,然后将多源干扰下的列车模型转化为受匹配干扰下的控制模型,最后设计基于滑模理论的分布式控制策略,以减轻多源干扰对控制性能的影响。为了验证本文所提控制策略的有效性,最终进行了对比仿真研究。

1 问题描述

考虑一辆由若干个机车和若干个货车厢组成的货运列车动力系统,如图1所示,将“一动一拖”视为1个虚拟车厢。 u_i 是第 i 个机车的牵引力, e_i 是第 i 和 $i+1$ 个车厢之间的缓冲器位移, $2l$ 是车厢长度。



图1 货运列车动力系统

Fig. 1 Longitudinal dynamics of freight train

将货运列车动力系统视作多智能体,控制指令视作虚拟领航者,其编号为0;车厢 $1 \sim n$ 作为跟随者,每个车厢单元只与其相邻的单元有通信链接,整体构成无向图关系 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$,其中 $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为顶点集,代指各跟随者; $\mathcal{E}$ 为图的边集,若 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$ 指跟随者 v_i 和 v_j 之间有通信联系,此时这二者互为相邻节点; $\mathcal{A} = [a_{ij}]$ 为图的邻接矩阵,本文中有通信链接的节点之间 $a_{ij} = 1$,否则 $a_{ij} = 0$,且 $i \neq j$ 。

列车动力学模型可表示如式(1)所示^[24]。

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i + d_{i1}, & i = 1, 2, 3, \dots, n \\ m_i \dot{v}_i = u_i + f(e_{i-1}) - f(e_i) + d_{i2} - m_i f_{Ri} \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_i 是第 i 节车厢的位移, v_i 是第 i 节车厢的速度, m_i 是第 i 节车厢的质量, d_{i1} 和 d_{i2} 是列车运行过程中受到的非匹配与匹配扰动, $f(e_i)$ 是第 i 与第 $i+1$ 节车厢之间缓冲器的恢复力, f_{Ri} 是第 i 节车厢的行驶阻力, k 和 d 是缓冲器恢复力的参数, a, b, c 是行车阻力的参数。上述相关变量具体表达式如式(2)~(4)所示。

$$f(e_i) = ke_i + d\dot{e}_i \quad (2)$$

$$f_{Ri} = a + bv_i + cv_i^2 \quad (3)$$

$$e_i = x_i - x_{i+1} - 2l \quad (4)$$

综合式(2)~(4)可知,式(1)最终可化简为式(5),

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i + d_{i1}, & i = 1, 2, 3, \dots, n \\ \dot{v}_i = \hat{u}_i + \psi \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_j - x_i + 2l(j-i)) - f_{Ri} + \vartheta \sum_{j=1}^n a_{ij}(v_j - v_i) + \tilde{d}_{i2} \end{cases} \quad (5)$$

2 控制策略设计

在本节中,提出了集成级联扰动观测器的货运列车控制策略。首先,设计了级联干扰观测器并证明其稳定性,以此来估计系统的多源干扰与非匹配扰动的导数,进而以观测值为基础,将多源干扰下的列车动力学模型转

换为匹配干扰下的控制模型;然后结合估计值基于替换滑模法设计控制律。

2.1 级联干扰观测器设计

理论 1: 考虑如下非线性系统,假设 d_{i1}, d_{i2} 可导且有界。

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = x_{i2} + d_{i1} \\ \dot{x}_{i2} = f(x_{i1}, x_{i2}) + u_i + d_{i2} \end{cases} \quad (6)$$

设计观测器为:

$$\begin{cases} \hat{\dot{x}}_{i1} = \hat{x}_{i2} + \phi_{i1} \\ \hat{\dot{x}}_{i2} = f(\hat{x}_{i1}, \hat{x}_{i2}) + u_i + \phi_{i2} \\ \phi_{i1} = k_{i1} \text{sign}(e_{i1}) \\ \phi_{i2} = k_{i2} \text{sign}(e_{i2}) \\ \dot{z}_i = -k_{i3} z_i - k_{i3} (k_{i3} \hat{x}_{i1} + \hat{x}_{i2}) - k_{i4} \text{sign}(e_{i3}) \\ \hat{\dot{d}}_{i1} = k_{i3} \hat{x}_{i1} + z_i \end{cases} \quad (7)$$

其中, $k_{i1}, k_{i2}, k_{i3}, k_{i4}$ 是观测器参数, $\hat{x}$ 是指 x 的观测值, z_i 是中间变量, $e_{i1} = x_{i1} - \hat{x}_{i1}, e_{i2} = x_{i2} - \hat{x}_{i2}, e_{i3} = \hat{d}_{i1} - d_{i1}, e_{fi} = f(x_{i1}, x_{i2}) - f(\hat{x}_{i1}, \hat{x}_{i2})$ 若满足干扰有界,设计 $k_{i1} > \max\{|e_{i2}| + |d_{i1}|\}, k_{i2} > \max\{|f(x_{i1}, x_{i2}) - f(\hat{x}_{i1}, \hat{x}_{i2})| + |d_{i2}|\}, k_{i3} > 0, k_{i3} > \max\{|k_{i3}| |e_{i3}| |k_{i1} \text{sign}(e_{i1}) - \hat{d}_{i1}| - |\dot{d}_{i1}|\}$, 则根据式(7)可以估计式(6)中的状态变量和扰动的导数。

本文提出的级联干扰观测器框架如图2所示。

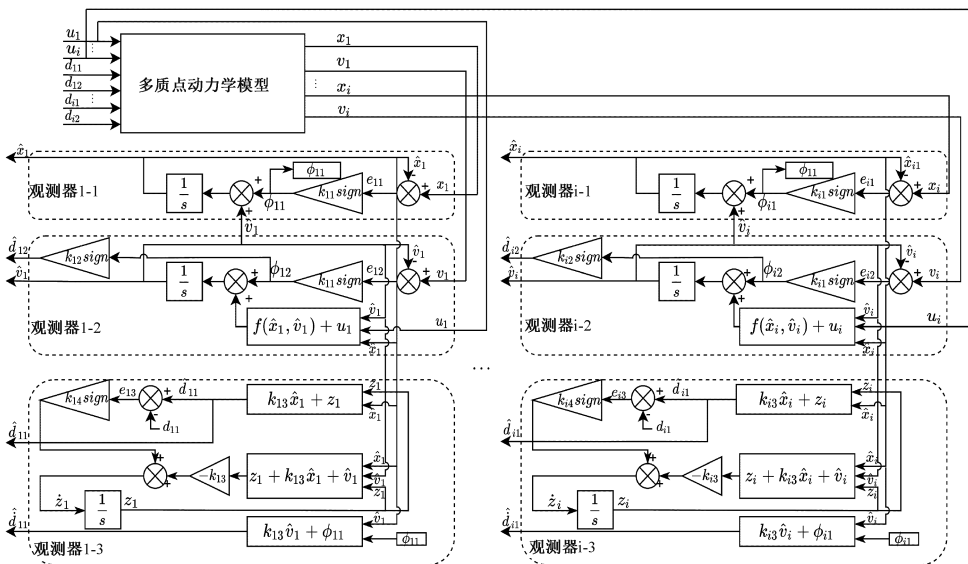


图2 级联干扰观测器结构

Fig. 2 Cascade disturbance observer structure

证明1:定义滑模面为 $\mathbf{S}_i = [e_{i1} \ e_{i2} \ e_{i3}]^T$, 将观测误差求导并代入式(6)和(7)中, 可得观测误差动态方程为:

$$\begin{cases} \dot{e}_{i1} = e_{i2} + d_{i1} - k_{i1} \text{sign}(e_{i1}) \\ \dot{e}_{i2} = e_{fi} + d_{i2} - k_{i2} \text{sign}(e_{i2}) \\ \dot{e}_{i3} = k_{i3} [k_{i1} \text{sign}(e_{i1}) - \hat{d}_{i1}] - k_{i4} \text{sign}(e_{i3}) - \dot{d}_{i1} \end{cases} \quad (8)$$

取李雅普诺夫函数 $V = \frac{1}{2} \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i = \frac{1}{2} (e_{i1}^2 + e_{i2}^2 + e_{i3}^2)$,

对其求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_{i1} [e_{i2} + d_{i1} - k_{i1} \text{sign}(e_{i1})] + e_{i2} [e_{fi} + d_{i2} - k_{i2} \text{sign}(e_{i2})] + \\ &e_{i3} [k_{i3} (k_{i1} \text{sign}(e_{i1}) - \hat{d}_{i1}) - k_{i4} \text{sign}(e_{i3}) - \dot{d}_{i1}] \leq \\ &|e_{i1}| |e_{i2}| - k_{i1} |e_{i1}| + |e_{i1}| |d_{i1}| + |e_{i2}| |e_{fi}| + |e_{i2}| |d_{i2}| - \\ &k_{i2} |e_{i2}| + k_{i3} |e_{i3}| |k_{i1} \text{sign}(e_{i1}) - \hat{d}_{i1}| - k_{i4} |e_{i3}| - |e_{i3}| |\dot{d}_{i1}| = \\ &|e_{i1}| (|e_{i2}| - k_{i1} + |d_{i1}|) + |e_{i2}| (|e_{fi}| + |d_{i2}| - k_{i2}) + \\ &|e_{i3}| (k_{i3} |e_{i3}| |k_{i1} \text{sign}(e_{i1}) - \hat{d}_{i1}| - k_{i4} - |\dot{d}_{i1}|) \leq \\ &-(k_{i1} - \max\{|e_{i2}| + |d_{i1}|\}) |e_{i1}| - (k_{i2} - \max\{|e_{fi}| + |d_{i2}|\}) |e_{i2}| - \\ &(k_{i4} - \max\{k_{i3} |e_{i3}| |k_{i1} \text{sign}(e_{i1}) - \hat{d}_{i1}| - |\dot{d}_{i1}|\}) |e_{i3}| \leq \\ &-\min\{(k_{i1} - \max\{|e_{i2}| + |d_{i1}|\}), (k_{i2} - \max\{|e_{fi}| + |d_{i2}|\}), \\ &(k_{i4} - \max\{k_{i3} |e_{i3}| |k_{i1} \text{sign}(e_{i1}) - \hat{d}_{i1}| - |\dot{d}_{i1}|\})\} \|\mathbf{V}\|, \end{aligned} \quad (9)$$

引理1^[25]:对于系统式(6)而言, 如果存在正定函数 $V(x)$, 满足于 $\dot{V}(x) + cV^a(x) \leq 0$, 其中 $c > 0, 0 < a < 1$, 则该系统有限时间稳定。

根据引理1, 由式(9)可知, 观测器是有限时间稳定的, 当观测误差收敛至0时, 有 $\mathbf{S}_i = \dot{\mathbf{S}}_i = 0$, 等价于:

$$\begin{cases} e_{i1} = 0 \\ \dot{e}_{i1} = 0 \\ e_{i2} = 0 \\ \dot{e}_{i2} = 0 \\ e_{i3} = 0 \\ \dot{e}_{i3} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{i1} = \hat{x}_{i1} \\ x_{i2} = \hat{x}_{i2} \\ \hat{d}_{i1} = d_{i1} \\ \hat{d}_{i2} = k_{i2} \text{sign}(e_{i2}) \\ \hat{d}_{i1} = k_{i3} (\hat{x}_{i2} + \phi_{i1}) + \dot{z}_i \end{cases} \quad (10)$$

说明在参数合理设置的情况下, 级联观测器可以有效观测所有状态变量和扰动及扰动变化率。

注释1:通常, 非线性干扰观测器的一个重要假设是非匹配干扰是缓慢时变的^[26], 即 $\dot{d}_1 = 0$ 。实际上, 多数干扰不符合这一假设, 本文提出的复合干扰观测器放宽了这一条件, 不要求干扰缓慢变化。

对于货运列车动力学系统式(5), 直接使用理论1构建级联干扰观测器如式(11)所示。

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i = \hat{v}_i + \phi_{i1}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \\ \hat{v}_i = \hat{u}_i + \psi \sum_{j=1}^n a_{ij} (\hat{x}_j - \hat{x}_i + 2l(j-i)) - f_{Ri} + \\ \quad \vartheta \sum_j a_{ij} (\hat{v}_j - \hat{v}_i) + \phi_{i2} \\ \phi_{i1} = k_{i1} \text{sign}(e_{i1}) \\ \phi_{i2} = k_{i2} \text{sign}(e_{i2}) \\ \dot{z}_i = -k_{i3} z_i - k_{i3} (k_{i3} \hat{x}_i + \hat{v}_i + k_{i4}/k_{i3} \text{sign}(e_{i3})) \\ \hat{d}_{i1} = k_{i3} \hat{x}_i + z_i \end{cases} \quad (11)$$

其中, $e_{i1} = x_i - \hat{x}_i, e_{i2} = v_i - \hat{v}_i, e_{i3} = \hat{d}_{i1} - d_{i1}$, 其中 $k_{i1}, k_{i2}, k_{i3}, k_{i4}$ 是观测器参数, $\hat{x}_i$ 是指 x_i 的观测值, z_i 是中间变量。

2.2 控制律设计

对于形如式(6)的二阶非线性系统, 控制律的设计中一般包含非匹配干扰导数与匹配干扰, 常规控制策略很难做到系统变量与干扰完全解耦, 因此多数研究未考虑匹配干扰与非匹配干扰同时存在的情况。

假设观测器的收敛时间为 T_{ob} , 当系统时间 $t > T_{ob}$ 时, 则有 $e_{i1} = e_{i2} = e_{i3} = 0$, 取 $\tilde{x}_{i2} = \hat{x}_{i2} + \hat{d}_{i1}, \dot{x}_{i1} = x_{i2} + d_{i1} = \tilde{x}_{i2} - \hat{x}_{i2} - \hat{d}_{i1} + x_{i2} + d_{i1} = \tilde{x}_{i2} + e_{i2} + e_{i3}$, 系统式(6)可以改写为:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = \tilde{x}_{i2} \\ \dot{\tilde{x}}_{i2} = \hat{x}_{i2} + \hat{d}_{i1} \end{cases} \quad (12)$$

注释2:式(12)中的系统变换需知道非匹配干扰的导数, 应用上文的理论1可以保障这一点, 将理论1的结论式(10)代入式(12)可得:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = \tilde{x}_{i2} \\ \dot{\tilde{x}}_{i2} = f(\hat{x}_{i1}, \hat{x}_{i2}) + u_i + \phi_{i2} + \hat{d}_{i1} \end{cases} \quad (13)$$

注释3:实际上, 对于不连续干扰, 本文设计的干扰观测器也能够快速对其本身及其导数进行估计, 详见数值仿真。

理论2:假设 $x_1^*, \tilde{x}_2^*$ 分别为 $x_{i1}, \tilde{x}_{i2}$ 的跟踪目标, 且 $\dot{x}_1^* = \tilde{x}_2^*, \tilde{x}_2^* = \gamma, \gamma$ 是一个自然数, 设计控制律为:

$$u_i = -f(\hat{x}_{i1}, \hat{x}_{i2}) - \phi_{i2} - \dot{\hat{d}}_{i1} - \dot{\mathbf{S}}_{au} - \alpha_2 \text{sig}^{p_2}(\mathbf{S}) - \beta_2 \text{sig}^{q_2}(\mathbf{S}) \quad (14)$$

可实现系统状态的跟踪控制。

引理 3^[27]: 如果存在一个有界的连续径向函数 V , 对于任意的 $x(t)$ 均可满足不等式: $\dot{V}(x) \leq -(\alpha V(x)^p + \beta V(x)^q)^k$, 其中 $\alpha, \beta, p, q, k > 0$, 且满足 $pk < 1, qk > 1$, 则原系统可在固定时间收敛至零域, 且收敛时间满足:

$$T \leq \frac{1}{\alpha^k(1-pk)} + \frac{1}{\beta^k(qk-1)} \quad (15)$$

证明 2: 定义误差 $e_{xi1} = x_{i1} - x_{i1}^*, e_{xi2} = \tilde{x}_{i2} - \tilde{x}_{i2}^*, \dot{e}_{xi1} = e_{xi2}$, 误差的向量形式表达如式 (16) 所示。

$$\begin{cases} \mathbf{e}_1 = [e_{x11} \ e_{x21} \ \cdots \ e_{xn1}]^T \\ \mathbf{e}_2 = [e_{x12} \ e_{x22} \ \cdots \ e_{xn2}]^T \end{cases} \quad (16)$$

由式 (16) 可得整个系统的误差动态方程为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{e}_1 \\ \dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{e}_2 \\ \dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{e}}_2 = f(\hat{x}_{i1}, \hat{x}_{i2}) + u_i + \phi_{i2} + \hat{d}_{i1}, i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (17)$$

选取滑模面为:

$$\mathbf{S} = \dot{\mathbf{E}} + \mathbf{S}_{au} \quad (18)$$

$$\mathbf{S}_{au} = \begin{cases} \alpha_1 \text{sig}^{k_1}(\mathbf{E}) + \beta_1 \text{sig}^{k_2}(\mathbf{E}), |\mathbf{E}| > \varepsilon \\ l_1 \text{sig}^{k_1}(\mathbf{E}) + l_2 \text{sig}^{k_2}(\mathbf{E}), |\mathbf{E}| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \text{sig}^{k_i}(\mathbf{E}) = |\mathbf{E}|^{k_i} \text{sign}(\mathbf{E}) \\ k_1 = \frac{m_1 + 1}{2} + \frac{m_1 - 1}{2} \text{sign}(|\mathbf{E}| - \varepsilon), m_1 > 1 \\ k_2 = \frac{m_2 + 1}{2} + \frac{1 - m_2}{2} \text{sign}(|\mathbf{E}| - \varepsilon), 1/2 < m_2 < 1 \\ l_1 = 0.5\alpha_1 \varepsilon^{k_1-1} + 0.5\beta_1 \varepsilon^{k_2-1} \\ l_2 = 0.5\alpha_1 \varepsilon^{k_1-2} + 0.5\beta_1 \varepsilon^{k_2-2} \end{cases} \quad (20)$$

定义 Lyapunov 函数为:

$$V_1 = \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (21)$$

求导并将式 (14)、(17) 代入可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2\mathbf{S}^T [f(\hat{x}_{i1}, \hat{x}_{i2}) + u_i + \phi_{i2} + k_{i3}(\hat{x}_{i2} + \phi_{i1}) + \dot{z}_i + \\ \dot{\mathbf{S}}_{au}] &= 2\mathbf{S}^T [-\alpha_2 \text{sig}^{p_2}(\mathbf{S}) - \beta_2 \text{sig}^{g_2}(\mathbf{S})] = 2[-\alpha_2 |\mathbf{S}|^{p_2+1} - \\ \beta_2 |\mathbf{S}|^{g_2+1}] &= 2[-\alpha_2 |\mathbf{S}^T \mathbf{S}|^{\frac{p_2+1}{2}} - \beta_2 |\mathbf{S}^T \mathbf{S}|^{\frac{g_2+1}{2}}] = \\ &= -2\alpha_2 V_1^{\frac{p_2+1}{2}} - 2\beta_2 V_1^{\frac{g_2+1}{2}} \end{aligned} \quad (22)$$

根据引理 3 可知系统状态可在固定时间到达滑模面, 且收敛时间的上界满足:

$$T_r \leq \frac{1}{2\alpha_2(1-\frac{p_2+1}{2})} + \frac{1}{2\beta_2(\frac{g_2+1}{2}-1)} \quad (23)$$

在系统到达滑模面后, 根据滑模等值原理有:

$$\mathbf{S} = \dot{\mathbf{S}} = 0 \quad (24)$$

结合式 (19) 可以推出:

$$\begin{cases} -\alpha_1 \text{sig}^{k_1}(\mathbf{E}) - \beta_1 \text{sig}^{k_2}(\mathbf{E}), |\mathbf{E}| > \varepsilon \\ -l_1 \text{sig}^{k_1}(\mathbf{E}) - l_2 \text{sig}^{k_2}(\mathbf{E}), |\mathbf{E}| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (25)$$

此时系统的控制误差变化率由 $\mathbf{S}_{au}$ 决定, 由式 (20) 可以看出, $\mathbf{S}_{au}$ 受设计参数 m_1, m_2, l_1, l_2 影响, 将式 (20) 代入式 (25) 可以推出:

$$\dot{\mathbf{E}} = -\mathbf{S}_{au} = \begin{cases} -\alpha_1 \text{sig}^{m_1}(\mathbf{E}) - \beta_1 \mathbf{E}, |\mathbf{E}| > \varepsilon \\ -l_1 \mathbf{E} - l_2 \text{sig}^{m_2}(\mathbf{E}), |\mathbf{E}| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (26)$$

此时系统状态在滑模面上的运动分为两种形式, 以情形 1) 为例, 当 $|\mathbf{E}| > 1$ 时定义 Lyapunov 函数为:

$$V_{E1} = \mathbf{E}^T \mathbf{E} \quad (27)$$

沿系统方向求导可得:

$$\dot{V}_{E1} = 2\mathbf{E}^T [-l_1 \text{sig}^{m_1}(\mathbf{E}) - l_2 \mathbf{E}] = -2l_1 V_{E1}^{\frac{m_1+1}{2}} - l_2 V_{E1} \quad (28)$$

根据引理 3 可知, 在情形 1) 下, 系统状态在滑模面上滑动到平衡点的时间是固定的, 情形 2) 的收敛情况也可以类似得出。利用中间变量可以推算收敛时间上限, 定义中间变量如式 (29) 所示。

$$\begin{cases} y = 1 + \ln |\mathbf{E}|, |\mathbf{E}| > 1, y > 1 \\ y = |\mathbf{E}|^{1-m_2}, |\mathbf{E}| \leq 1, 0 < y \leq 1 \end{cases} \quad (29)$$

对式 (29) 求导并将式 (26) 代入可得:

$$\begin{cases} \dot{y} = \frac{1}{\mathbf{E}} [-l_1 \text{sig}^{m_1}(\mathbf{E}) - l_2 \mathbf{E}] = -l_1 e^{(m_1-1)(y-1)} l_2, y > 1 \\ \dot{y} = -(1-m_2) l_1 y - (1-m_2) l_2, 0 < y \leq 1 \end{cases} \quad (30)$$

由式 (30) 可求解系统状态在滑模面上到达平衡点的时间, 从式中可看出, 系统状态被中间变量 y 的值分为两个区域, 定义区域 1 为 $y > 1$, 对应收敛时间为 T_1 , 区域 2 为 $0 < y \leq 1$, 对应收敛时间为 T_2 。

$$T_1 = \lim_{y_0 \rightarrow \infty} \int_1^{y_0} \frac{1}{-l_1 e^{(m_1-1)(y-1)} - l_2} dy \quad (31)$$

$$\begin{aligned} T_2 &= \int_0^1 \frac{1}{(1-m_2)(l_1 y + l_2)} dy = \\ &= \frac{1}{l_1(1-m_2)} \ln \left(\frac{l_1 + l_2}{l_2} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

取 $\rho = e^{(m_1-1)(y-1)}$, 式 (32) 可转化为:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{m_1 - 1} \lim_{\rho_0 \rightarrow \infty} \int_1^{\rho_0} \frac{1}{\rho(l_1 \rho + l_2)} d\rho = \\ &= \frac{1}{m_1 - 1} \lim_{\rho_0 \rightarrow \infty} \int_1^{\rho_0} \left(\frac{1}{l_2 \rho} - \frac{1}{l_2(l_1 \rho + l_2)} \right) d\rho = \\ &= \frac{1}{l_2(m_1 - 1)} \ln \left(\frac{l_1 + l_2}{l_1} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

因此,总的收敛时间 T_{all} 满足关系如(34)所示。

$$T_{all} = T_1 + T_2 = \frac{1}{l_2(m_1 - 1)} \ln\left(\frac{l_1 + l_2}{l_1}\right) + \frac{1}{l_1(1 - m_2)} \ln\left(\frac{l_1 + l_2}{l_2}\right)$$

(34)

证明完毕。

综上,本节提出的控制律(理论 2)能够保障货运列车的速度、位移双指标跟踪控制,现对列车设计控制律如下:

针对系统模型式(5),利用式(12)中的变换原理,可将原模型转换为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \tilde{v}_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \\ \tilde{v}_i = \hat{u}_i + \psi \sum_{j=1}^n a_{ij}(\hat{x}_j - \hat{x}_i + 2l(j-i)) - f_{Ri} + \vartheta \sum_j a_{ij}(\hat{v}_j - \hat{v}_i) + \hat{d}_{iall} \end{cases}$$

(35)

其中, $\tilde{v}_i = v_i + d_{i1}, d_{iall} = \dot{d}_{i1} + d_{i2}$,使用理论 2,设计控制律为:

$$\begin{aligned} \hat{u}_i = & -\psi \sum_{j=1}^n a_{ij}(\hat{x}_j - \hat{x}_i + 2l(j-i)) + f_{Ri} - \\ & \vartheta \sum_j a_{ij}(\hat{v}_j - \hat{v}_i) - \hat{d}_{iall} - \dot{S}_{auc} - \alpha_2 sig^{p^2}(S_c) - \beta_2 sig^{q^2}(S_c) \end{aligned}$$

(36)

可保障货运列车在多元干扰下跟踪位移与速度目标运行, $e_{xi1} = x_i - x_r + (i-1)2l, e_{vi2} = v_i - v_r, S_c = \dot{E}_c + S_{auc}, E_c = e_{xi1} \circ$

3 数值仿真研究

本小节开展数值仿真研究,考虑货运列车动力学模型式(5),在仿真环节中,先利用级联干扰观测器对状态量和干扰信息进行估计,然后基于观测值构建系统式(32),最后使用理论 2 中的控制律。具体的仿真参数如表 1 所示。

表 1 系统仿真参数

Table 1 System simulation parameters

参数	取值	单位
m_i	8×10^4	kg
a	1.176×10^{-2}	/
b	1.6×10^{-5}	/
c	$7.761\ 6 \times 10^{-2}$	/
k	16×10^4	/
d	800	/

x_r 和 v_r 是位移和速度的跟踪目标,具体的表达式为:

$$x_r = \begin{cases} 12t, 0 \leq t < 10 \\ 120, 10 \leq t < 20 \\ 120 - 12 \times (t - 20), 20 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

(37)

$$v_r = \begin{cases} 12, 0 \leq t < 10 \\ 0, 10 \leq t < 20 \\ -12, 20 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

(38)

各车厢的位移初值 $x_0 = [108, 188, 268, 348, 428]^T$, 速度初值是 $v_0 = [0, 0, 0, 0, 0]^T$,观测器参数为 $k_{i1} = k_{i2} = 20, k_{i3} = 10, k_{i4} = 100$;控制器参数为 $\lambda_{i1} = \lambda_{i2} = 50, \alpha = 5/7, \beta = 5/3$;干扰分别为 $d_{i1} = 3 \times \sin(t + \frac{\pi}{6}), d_{21}$ 在 $t \in [0, 10)$ 时为 $6\sin(3t)\cos(t)$,在 $t \in [10, 20)$ 时为 $6\sin(-3t)\cos(t)$,在 $t \in [20, 30]$ 时为 $\sin(t)\tanh(t), d_{31} = \sin(t)\cos(t), d_{41} = \tanh(\sin(t)), d_{51} = 2\tanh(t)\sin(t), d_{12} = d_{21}, d_{22} = 6\sin(3 \times t)\cos(t), d_{32} = 5\sin(3t), d_{42} = 3\cos(4t), d_{52} = 6\sin(\cos(t))$ 。

在式(5)模型中,使用式(11)获得的干扰信息观测结果如图 3~10 所示,其中图 3~7 为各节车厢所受匹配干扰的观结果,图 8~10 为各节车厢所受非匹配干扰导数的观测结果,图中“实际值”为 d_{i1}, d_{i2} ,即非匹配和匹配干扰,“本文”为 $\hat{d}_{i1}, \hat{d}_{i2}$,“对比”为文献[28]提出的观测器的干扰观测值,其参数与引文中一致。

从仿真结果可以看出,本文提出的级联干扰观测器能有效地观测各车厢受到多源干扰,且收敛速度较快,约 0.5 s 左右可准确跟踪实际干扰。

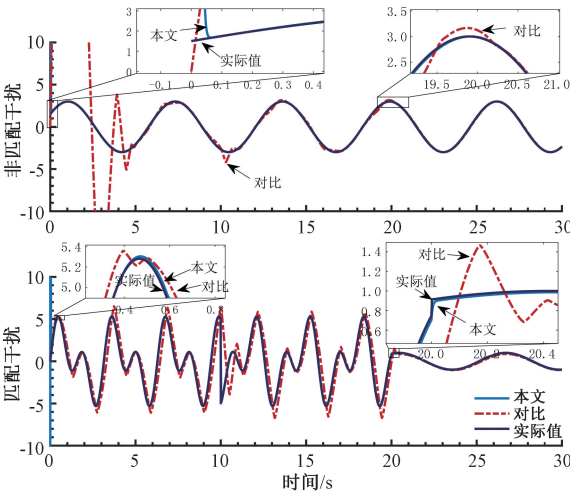


图 3 车厢 1 干扰观测值

Fig. 3 Observation value of disturbance suffered by car 1

从图 3~10 可知,本文提出的级联干扰观测器能够准确估计匹配干扰与非匹配干扰,并且能够对非匹配干扰的导数进行有效估计;尤其从图 8 中可以看出,在干扰不连续的情况下(第 10 和 20 s 时刻)干扰的导数无定

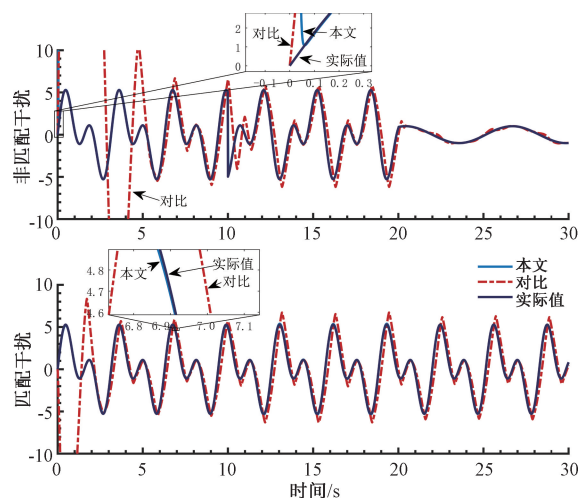


图4 车厢2干扰观测值

Fig. 4 Observation value of disturbance suffered by car 2

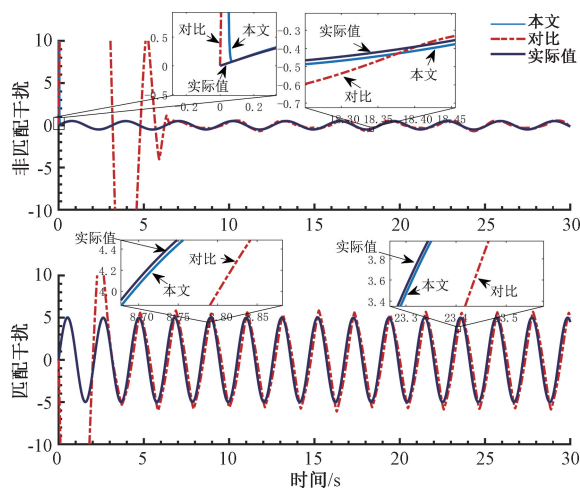


图5 车厢3干扰观测值

Fig. 5 Observation value of disturbance suffered by car 3

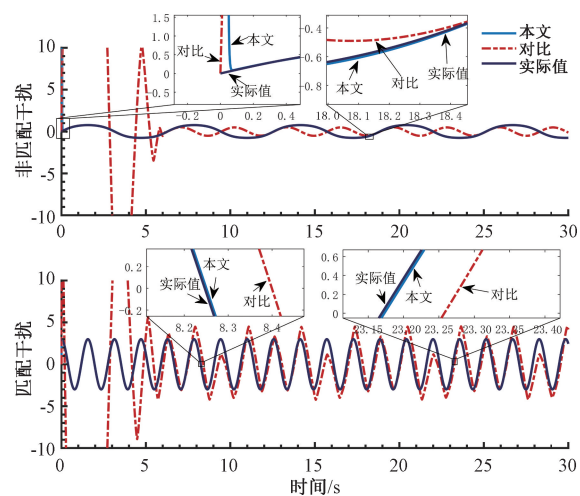


图6 车厢4干扰观测值

Fig. 6 Observation value of disturbance suffered by car 4

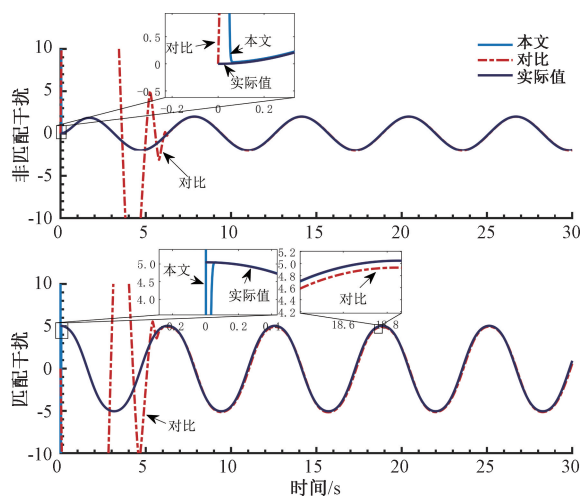
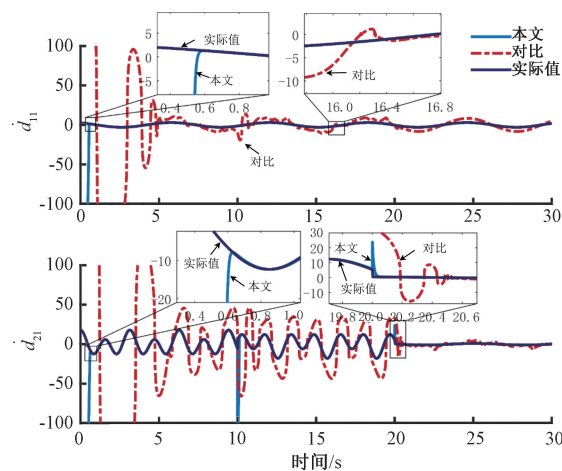


图7 车厢5干扰观测值

Fig. 7 Observation value of disturbance suffered by car 5

图8 非匹配干扰 d_{11} 和 d_{21} 的导数观测结果Fig. 8 Derivative observation results of d_{11} and d_{21}

义,因此观测值产生跳变,但过渡到连续处之后,观测器仍然能够很好的估计干扰导数。因此,可以在非匹配干扰导数准确观测的前提下,利用式(35)展开列车控制研究。

利用本文所提的控制律式(36)的仿真结果如下,图11~13分别是本文框架下的速度、位移、耦合器(钩缓)位移曲线;图14~16为文献[29]控制策略在本文条件下的速度、位移、耦合器(钩缓)位移控制效果。

从图11可以看出,在本文提出的控制框架下,各动力单元的车速在1.7 s左右能够准确跟踪速度给定值,且能够保持平稳无波动;图12是位移目标曲线与实际运行曲线演化关系,各动力单元的位移轨迹完全跟随了目标轨迹,且整个行驶过程中车厢间距始终保持为定值,这一点从图13中也可以得出结论,车间缓冲装置的位移能够

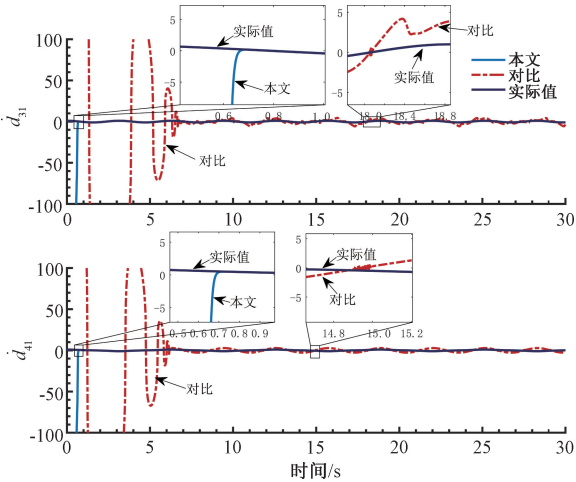


图 9 非匹配干扰 d_{31} 和 d_{41} 的导数观测结果
Fig. 9 Derivative observation results of d_{31} and d_{41}

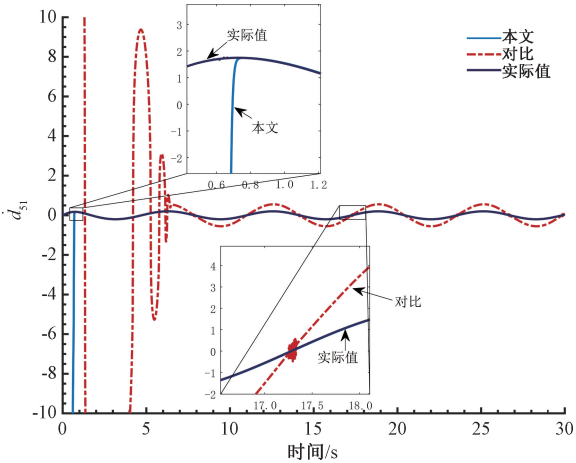


图 10 非匹配干扰 d_{51} 的导数观测结果
Fig. 10 Observation of derivative of d_{51}

迅速到达 0,在目标速度的跳变时刻(第 10 s,第 20 s 处),缓冲装置的位移和恢复力也能保持为 0;反观对比文献所提的方法,从图 14 可以看出,各车厢速度在 7 s 左右才跟随了目标速度,且在目标速度突变的时刻无法快速响应,相应的车辆位移如图 15 所示。对比方法缓冲装置的位移如图 16 所示,到第 5 s 左右才收敛到 0,初始时刻的各钩缓位移甚至高达 150 m,这显然是实际缓冲装置无法承受的;值得一提的是,本文设置了更加苛刻极端的仿真时长,多数关于列车一致性控制的研究将运行时间设置的较长,因此许多微小问题可能被忽略,如:速度和位移跟踪的精确放大图、缓冲装置的微小时间间隔内的精确放大等。

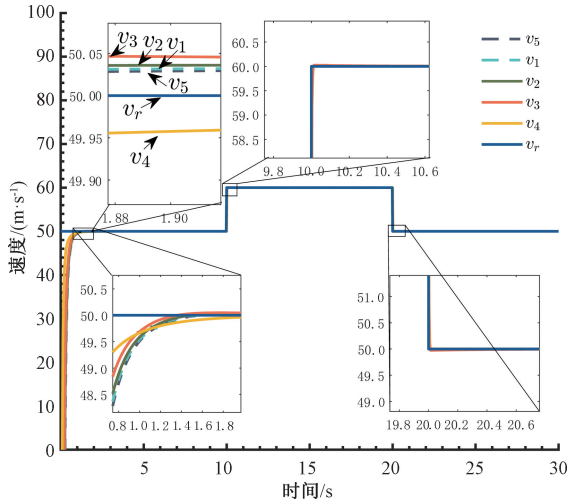


图 11 本文速度跟踪控制演化规律
Fig. 11 Evolution law of speed tracking control in this paper

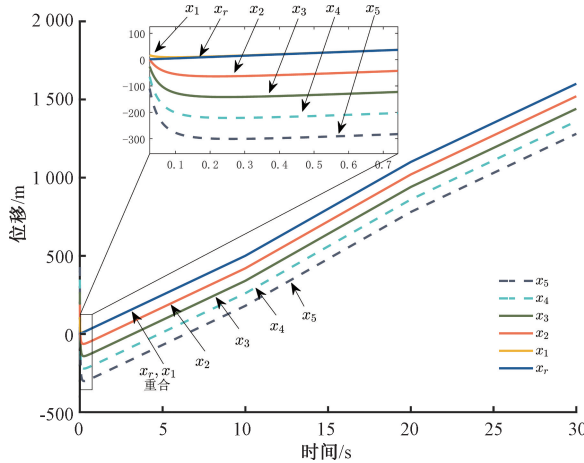


图 12 本文位移跟踪控制演化规律
Fig. 12 The evolution of displacement under control in this paper

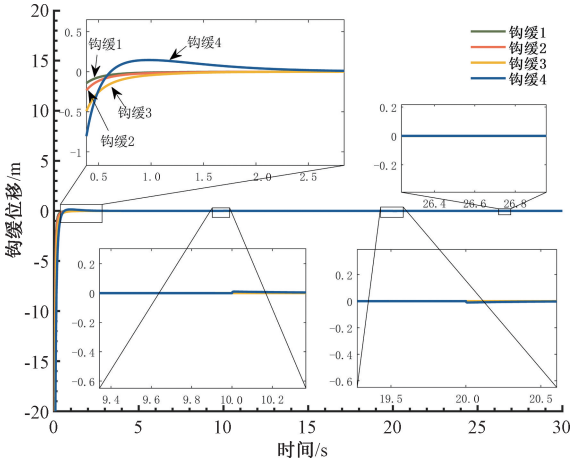


图 13 本文钩缓位移演化规律
Fig. 13 The evolution of coupler displacement in this paper

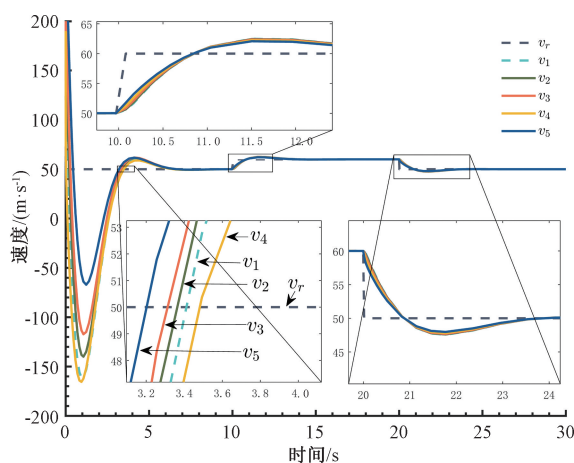


图 14 对比速度跟踪控制演化规律

Fig. 14 Evolution of comparative speed tracking control

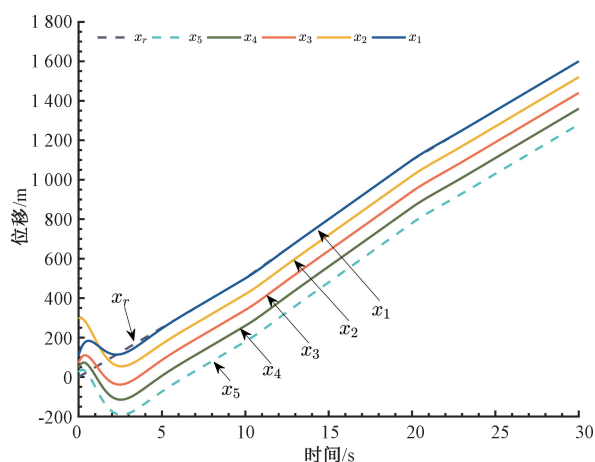


图 15 对比位移跟踪控制演化规律

Fig. 15 Evolution of comparative displacement tracking control

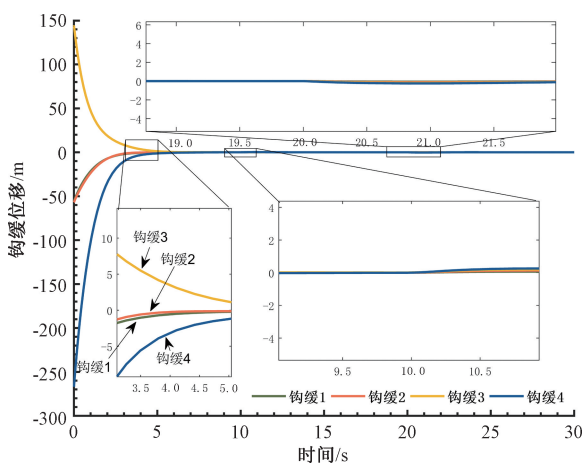


图 16 对比钩缓位移演化规律

Fig. 16 Evolution of comparative coupler displacement

4 结 论

本文研究了在多源外部干扰下的货运列车分布式控制问题,提出了一种基于级联扰动观测器的滑模控制方法。首先将不匹配扰动的导数进行了观测,将模型转化为匹配干扰下的控制模型。然后结合替换滑模方法设计了分布式控制律。通过和现有控制策略对比,得出如下结论:突破扰动缓慢变化的假设是可行的,本文提出的观测器能够对非匹配扰动的导数进行准确估计,从而将模型转化成匹配干扰下的控制模型,控制器的设计因此得以简化;与传统方法相比,本文提出的替换滑模控制法是基于固定时间理论的,因此在速度与位移的跟踪控制中响应速度更快;在更小的时间尺度下,本文所提控制策略与现有控制策略相比,有着更好的鲁棒性与实时性,兼顾了速度与位移双目标的精确跟踪控制。

因此,本文提出的控制策略在多源外部干扰下具有较强的鲁棒性,能够实现高效列车分布式控制,特别适合于匹配扰动与非匹配扰动共存的复杂情形。

参考文献

- [1] LIU W, SU S, TANG T, et al. Study on longitudinal dynamics of heavy haul trains running on long and steep downhill [J]. Vehicle System Dynamics, 2022, 60(12): 4079-4097.
- [2] YANG X, ZHENG Y. Heavy-load train model based on RBF neural network refers to the adaptive brake control strategy[C]//Journal of Physics: Conference Series: Iop Publishing, 2022: 012088.
- [3] HUANG D, HUANG T, CHEN C, et al. Iterative learning control for high-speed trains with velocity and displacement constraints [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2022, 32(6): 3647-3661.
- [4] HUA G, ZHU L, WU J, et al. Blockchain-based federated learning for intelligent control in heavy haul railway[J]. IEEE Access, 2020, 8: 176830-176839.
- [5] 徐凯,杨锐. 基于QPSO-DBN集成学习的城轨列车定位研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(9): 21-28.
- [6] XU K, YANG R. Study on urban rail transit train positioning based on QPSO-DBN integrated learning[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2022, 36(9): 21-28.
- [7] WANG L, JIANG S, JIN M. Multiobjective optimization and weight selection method for heavy haul trains trajectory[J]. IEEE Access, 2022, 10: 41152-41163.

- [7] LIU X, XUN J, NING B, et al. Braking process identification of high-speed trains for automatic train stop control[J]. *Isa Transactions*, 2021, 111: 171-179.
- [8] PAN H, WANG H, YU C, et al. Displacement-constrained neural network control of maglev trains based on a multi-mass-point model [J]. *Energies*, 2022, 15(9): 3110.
- [9] WANG L, JIN X, JIANG P, et al. Research on information fusion preview control for freight train speed tracking[J]. *Recent Patents on Mechanical Engineering*, 2023, 16(1): 87-98.
- [10] JACKIEWICZ J. Coupler force reduction method for multiple-unit trains using a new hierarchical control system [J]. *Railway Engineering Science*, 2021, 29(2): 163-182.
- [11] WANG X, LI S, TANG T. Robust optimal predictive control of heavy haul train under imperfect communication[J]. *Isa Transactions*, 2019, 91: 52-65.
- [12] LIU W, SU S, TANG T. A DQN-based intelligent control method for heavy haul trains on long steep downhill section [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2021, 129: 103249.
- [13] HE J, YANG X, ZHANG C, et al. Tracking control via sliding mode for heavy-haul trains with input saturation[J]. *Measurement and Control*, 2020, 53(9-10): 1720-1729.
- [14] ZHANG T, KONG X. Adaptive fault-tolerant sliding mode control for high-speed trains with actuator faults under strong winds[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 143902-143919.
- [15] YAO X, LI S, LI X. Composite adaptive anti-disturbance fault tolerant control of high-speed trains with multiple disturbances [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23 (11): 21799-21809.
- [16] WANG X, LI S, TANG T. Robust efficient cruise control for heavy haul train via the state-dependent intermittent control[J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2020, 38: 100918.
- [17] WANG X, ZHU L, WANG H, et al. Robust distributed cruise control of multiple high-speed trains based on disturbance observer [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, 22 (1): 267-279.
- [18] YANG Y, LIU F, YANG H, et al. Distributed finite-time integral sliding-mode control for multi-agent systems with multiple disturbances based on nonlinear disturbance observers [J]. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2021, 34(3): 995-1013.
- [19] MOULAY E, LÉCHAPPÉ V, BERNUAU E, et al. Fixed-time sliding mode control with mismatched disturbances[J]. *Automatica*, 2022, 136: 110009.
- [20] NGUYEN N P, OH H, KIM Y, et al. Disturbance observer-based continuous finite-time sliding mode control against matched and mismatched disturbances [J]. *Complexity*, 2020, 2020: 1-14.
- [21] 朱良红, 张国强, 李宇欣, 等. 基于级联扩张观测器的永磁电机无传感器自抗扰控制策略[J]. *电工技术学报*, 2022, 37(18): 4614-4624.
- ZHU L H, ZHANG G Q, LI Y X, et al. Sensorless self-anti-disturbance control strategy for permanent magnet motors based on cascaded expansion observer [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2022, 37(18): 4614-4624.
- [22] 付雅婷, 朱虹燕, 杨辉. 一种考虑系统不确定性估计的重载列车最优黏着控制 [J]. *铁道科学与工程学报*, 2022, 19(6): 1734-1742.
- FU Y T, ZHU H Y, YANG H. Optimal adhesion control for heavy haul trains considering system uncertainty estimation [J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2022, 19(6): 1734-1742.
- [23] ZHANG C F, SUN J, HE J, et al. Online estimation of the adhesion coefficient and its derivative based on the cascading SMC observer[J]. *Journal of Sensors*, 2017, 2017: 8419295.
- [24] 周峰, 陶克武, 杨迎泽, 等. 面向乘客舒适性的多列车协同巡航控制 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2023, 37(2): 151-159.
- ZHOU F, TAO K W, YANG Y Z, et al. Cooperative cruise control for multiple trains aiming at passenger comfort [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrument*, 2023, 37(2): 151-159.
- [25] HADDAD W M, L'AFFLITTO A. Finite-time stabilization and optimal feedback control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 61(4): 1069-1074.
- [26] 赵凯辉, 邱鹏旗, 张昌凡, 等. 高速列车分布式速度协同跟踪控制方法研究 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2022, 36(9): 12-20.
- ZHAO K H, QIU P Q, ZHANG C F, et al. Research on distributed speed coordinated tracking control method for high-speed trains[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrument*, 2022, 36(9): 12-20.
- [27] YANG T, YI X, WU J, et al. A survey of distributed optimization[J]. *Annual Reviews in Control*, 2019, 47: 278-305.
- [28] YANG Y Z, LIU F, YANG H Y, et al. Distributed finite-time integral sliding-mode control for multi-agent

systems with multiple disturbances based on nonlinear disturbance observers [J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2021, 34(9): 1-19.

- [29] BAI W Q, LIN Z L, DONG H R, et al. Distributed cooperative control of a high-speed train [C]//2019 American Control Conference (ACC): IEEE, 2019: 2716-2721.

作者简介



程翔, 2014 年于南阳理工学院获得学士学位, 2018 年于湖南工业大学获得硕士学位, 现为华中师范大学物理科学与技术学院博士研究生, 主要研究方向为复杂非线性系统控制。

E-mail: chengxiang@petalmail.com

Cheng Xiang received his B. Sc. degree from Nanyang Institute of Technology in 2014, M. Sc. degree from Hunan University of Technology in 2018. Now he is a Ph. D. candidate at the School of Physics and Technology, Central China Normal University. His main research interest includes the control of complex nonlinear systems.



吴家仪 (通信作者), 2016 年于东北师范大学获得学士学位, 2019 年于中南大学获得硕士学位, 现为湖南铁道职业技术学院讲师, 主要研究方向为系统建模与控制。

E-mail: wujy161@163.com

Wu Jiayi (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Northeast Normal University in 2016, M. Sc. degree from Central South University in 2019. Now she is lecturer in Hunan Railway Professional Technology College. Her main research interests include system modeling and control.



张昌凡, 1989 年于西南交通大学获得硕士学位, 2001 年于湖南大学获得博士学位, 现为湖南工业大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性控制及应用等。

E-mail: zhangchangfan@263.com

Zhang Changfan received his M. Sc. from Southwest Jiaotong University in 1989 and Ph. D. from Hunan University in 2001, respectively. Now he is a professor in Hunan University of Technology. His main research interests include nonlinear control and applications.



贾林, 2014 年于湖南工业大学获得硕士学位, 2021 年于湖南大学获得博士学位, 现为湖南工业大学轨道交通学院讲师, 主要研究方向为复杂非线性系统智能控制。

E-mail: jialin@hnu.edu.cn

Jia Lin received his M. Sc. degree from Hunan University of Technology in 2014 and received his Ph. D. degree from Hunan University in 2021. Now he is a lecturer at Hunan University of Technology. His main research interest includes intelligent control of complex nonlinear systems.