

DOI: 10.13382/j.jemi.B2508925

鲁棒判别二维主成分分析在人脸图像识别中的应用*

孙 倩 毕鹏飞

(南京信息工程大学人工智能学院(未来技术学院) 南京 210044)

摘要:目前,二维主成分分析方法(two-dimensional principal component analysis, 2DPCA)因其固有的小协方差矩阵特性已在人脸识别中获得广泛应用。然而,在现实世界中,采集到的人脸图像往往会受到噪声干扰,导致现有许多基于2DPCA的方法存在特征提取不稳定、无法有效感知到类别间关键判别信息的问题。为了克服上述局限,提出一种新颖的鲁棒判别二维主成分分析方法(RD-2DPCA)并在人脸识别领域中开展应用。首先,引入原型驱动的量对比学习机制,其通过动量更新与在线聚类构建语义一致的正负样本对以收缩类内散度,从而形成可分性更强的判别子空间投影;其次,在该投影上进一步嵌入自适应正弦角度约束,其在保证其解与保护数据全局结构的加权协方差矩阵存在紧密关联的同时,进一步缓解了离群点对最终投影方向的影响;最后,针对优化求解问题,采用黎曼梯度更新与自设计的非贪婪迭代算法的组合策略,使其能稳定收敛至判别引导下的鲁棒最优解。为了验证方法的可行性,选取3个公开人脸数据集进行实验,各个数据集上取得的最优识别精度分别为73.90%、61.31%、87.74%。综合各项实验结果表明,RD-2DPCA在判别性、鲁棒性与收敛稳定性等方面相较单阶段或纯2DPCA变体展现出更为优越的性能表现,充分验证了该方法在复杂观测环境下的抗干扰能力与实际应用价值。

关键词:二维主成分分析;对比学习;自适应正弦角度;特征提取;人脸识别

中图分类号: TP391.41; TH74; TN06 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520.2040

Robust discriminant two-dimensional principal component analysis for face recognition

Sun Qian Bi Pengfei

(School of Artificial Intelligence/School of Future Technology, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

Abstract: Currently, the two-dimensional principal component analysis (2DPCA) method has been widely applied in facial recognition due to its inherent low-covariance matrix characteristic. However, in the real world, captured facial images are often subject to noise interference, leading to issues such as unstable feature extraction and the inability to effectively perceive key discriminative information between categories in many existing 2DPCA-based methods. To overcome these limitations, a novel robust discriminative 2DPCA (RD-2DPCA) method is proposed and applied to facial recognition. First, this method introduces a prototype-driven momentum contrastive learning mechanism. Through momentum updates and online clustering, it constructs semantically consistent positive-negative sample pairs to reduce intra-class divergence, thereby forming a more separable discriminative subspace projection. Second, an adaptive sine angle constraint is embedded in the projection. This constraint ensures a strong association between the solution and the weighted covariance matrix that preserves the global data structure, while further mitigating the influence of outliers on the final projection direction. Finally, to address the optimization problem, a combined strategy of Riemannian gradient updates and a custom non-greedy iterative algorithm ensures stable convergence to a robust optimal solution guided by discriminative principles. To validate the feasibility of this method, experiments were conducted on three publicly available facial datasets, achieving optimal recognition accuracies of 73.90%, 61.31%, and 87.74% respectively. Comprehensive experimental results demonstrate that RD-2DPCA exhibits superior performance compared to single-stage or pure 2DPCA variants in terms of discriminative capability, robustness, and convergence.

收稿日期: 2025-12-01 Received Date: 2025-12-01

* 基金项目: 江苏省基础研究计划基金(BK20220452)项目资助

stability. This fully validates the method's interference resistance and practical application value in complex observation environments.

Keywords: two-dimensional principal component analysis (2DPCA); contrastive learning; adaptive sinusoidal angle; feature extraction; face recognition

0 引言

随着人工智能领域的快速发展,人脸识别方法已逐渐在安防、金融、交通、教育、医疗等众多领域展开广泛应用^[1],其关键在于如何能从图像数据里提取出准确且稳定的判别性特征。然而,在实际应用场景中,人脸图像多由固定或移动摄像头在非理想成像环境下采集,一方面具有高维小样本特性,另一方面极易受遮挡、光照变化和各種噪声等外部干扰^[2],这在依托图像测量实现身份识别的门禁考勤与视频监控系统中尤为突出。因此,构建一种兼顾鲁棒性与判别性且计算效率高的特征提取方法已成为当前人脸识别领域亟待解决的关键难题之一。

近年来,子空间学习因能够有效挖掘图像中的主要结构信息而受到广泛关注^[3]。典型方法涵盖主成分分析(principal component analysis, PCA)^[4],线性判别分析(linear discriminant analysis, LDA)^[5],独立成分分析(independent component analysis, ICA)^[6]以及局部保持投影(locality preserving projections, LPP)^[7]等方法。然而,使用上述方法处理图像数据时需要将二维图像矩阵展平为一维向量,这既会造成协方差矩阵的维度过于庞大,又无形中破坏了原始图像数据的空间结构。针对上述问题,诸多面向二维矩阵的特征提取方法被提出,包括二维主成分分析(two-dimensional principal component analysis, 2DPCA)、二维线性判别分析、二维独立成分分析、二维局部保持投影等。目前,上述方法统一采用 F 范数的平方作为距离度量准则,这会导致异常数据点在特征提取阶段呈现指数放大趋势,降低方法对真实数据分布的拟合精度。因此,构建具备抗干扰能力的鲁棒子空间学习方法尤为重要。

为了寻找解决上述问题的突破口,许多通过改变距离度量准则的策略相继提出并率先在2DPCA方法中展开探索^[8]。在众多鲁棒距离度量准则中, l_1 范数因其能够有效抑制异常值带来的不利影响已被广泛应用于2DPCA方法。例如,Li等^[9]提出了基于 l_1 范数的2DPCA方法(2DPCA based on l_1 -norm, 2DPCA-L1),其采取贪婪算法优化基于 l_1 范数度量下的方差最大化。针对贪婪算法无法获取最优解的不足,Wang等^[10]设计出一种非贪婪算法求解2DPCA-L1的目标函数。然而,这类方法的解与协方差矩阵无关且 l_1 范数本身并不具有旋转不变性,导致其无法全面描述输入数据的空间几何结构,从而削弱了其对图像全局结构特征的有效表达能力。

针对上述问题,后续研究从度量准则与目标函数两个方向展开。Wang等^[11]不再以固定均值为中心,提出了带有 F 范数最小化的最优均值2DPCA(Optimal mean 2DPCA with F -norm minimization, OMF-2DPCA)。Gao等^[12]利用图像的几何结构信息将 R_1 范数应用到二维空间,提出了基于 R_1 范数的二维主成分分析(R_1 -norm 2DPCA, R1-2DPCA)。值得注意的是,上述方法在体系结构上存在缺陷,未能考虑重构误差与方差之间的互补关系。因此,Gao等^[13]通过最小化重构误差与方差之间的比值,提出角度2DPCA(Angle-2DPCA)。在此基础上,Wang等^[14]提出了带有加权投影最大化技术的余弦2DPCA方法(Cos-2DPCA)。沿着这一思路,陈璇等^[15]选用 $l_{2,p}$ 范数作为距离度量准则,提出任意三角形结构2DPCA方法(arbitrary triangle structure 2DPCA, ATS-2DPCA)。继而,Tan和Yang^[16]提出重加权二维主成分分析(reweighted angle 2DPCA, RA-2DPCA)。进一步地,Bi等^[17]构建了双层鲁棒学习机制,提出双层鲁棒二维主成分分析(double layer robust 2DPCA, DLR-2DPCA)。然而,这些方法在高鲁棒性和低计算复杂度之间仍存在失衡现象,从而可能出现因数据复杂性和噪声干扰造成的性能波动。

鉴于现有鲁棒2DPCA方法的局限性,首先提出自适应正弦角度2DPCA方法(AS-2DPCA)。该方法考虑引入自适应正弦角度策略,其在兼顾投影数据重构误差与原始输入数据之间结构关系的基础上,借助自适应正弦角度参数校准机制为每个样本数据动态匹配当前条件下的最小重构误差。这能有效抑制噪声干扰带来的消极影响。此外,在优化层面,设计了一种具有非贪婪属性的快速迭代算法。该算法在每轮迭代中均可获得封闭形式的解,确保了AS-2DPCA在短时间内寻找到局部最优解。

然而,包括AS-2DPCA在内的上述鲁棒2DPCA方法主要依据数据的全局统计特性进行降维,导致其无法充分刻画不同类别间的判别信息,因此提取出的特征往往可分性不佳。为了从根本上缓解这一问题,近期研究逐步引入对比学习^[18]以挖掘数据内在的结构化判别信息。其核心思想是通过构造正负样本对,在特征空间中实现同类聚合和异类分离。在该方向上,简单对比学习框架(a simple framework for contrastive learning of visual representations, SimCLR)^[19]以同一样本的多视角增强为正样本、同一批次的其他样本为负样本,通过最小化对比损失直接强化表示的可分性;动量对比学习(momentum contrast, MoCo)^[20]采用动量编码器配合动态队列构建参

照字典,使其即便在小批量条件下仍能获得相对稳定的对比信号;原型对比学习(prototypical contrastive learning, PCL)^[21]则以类原型替代海量实例作为参照,在强化全局结构一致性的同时降低计算开销。综上,在无监督场景下,稳定的对比参照和具有代表性的负样本是提升方法判别性的关键要素。但对于降维任务而言,仅提升表示的可分性仍然不足,还需要在保留样本空间结构的基础上,使所学判别信息能够与后续子空间求解过程有效衔接。

基于上述认识,本文最终提出一种递进式鲁棒判别 2DPCA 方法(RD-2DPCA)。该方法将判别表示构建与鲁棒投影提炼分步完成,旨在使模型在噪声干扰条件下同时具备较强的判别性与鲁棒性。首先,在表示学习阶段构建原型驱动的动量对比学习机制,直接在二维矩阵投影空间中建立相似性约束,并结合动量编码器与在线原型聚类,同步实现特征更新与类别聚合,从而在保留样本空间结构信息的基础上增强类内聚合和类间分离,为后续鲁棒投影提供类别结构更清晰的中间表示。其次,在鲁棒降维阶段,于中间表示上进一步施加自适应正弦角度约束,在兼顾投影数据重构误差与原始输入数据结构关系的同时,自动地为每个样本数据在真正意义上寻找到最小的重构误差,从而减弱离群点对投影方向的干扰。最后,采用分阶段的递进式优化策略,将复杂的鲁棒判别学习问题解耦为两个目标明确的子任务,并分别通过黎曼梯度更新与自设计的非贪婪迭代算法进行求解,在保证数值稳定性的同时将整体计算开销控制在可接受范围内。在 3 个具有代表性的人脸图像数据集上的实验结果表明,RD-2DPCA 在复杂光照、姿态及表情变化等非理想条件下仍能保持稳定的识别性能,为人脸识别领域提供了一种高效、可靠且具有推广潜力的新思路。

1 相关工作

1.1 鲁棒二维主成分分析

假设存在一个数据集,包括 N 幅 $m \times n$ 维的参与训练的图像样本 $\mathbf{A}_i \in \mathbf{R}^{m \times n} (i = 1, 2, \dots, N)$, 其中 $\mathbf{A}_i$ 表示第 i 个用于训练的图像。假设这些图像样本已预先完成数据中心化处理,即满足 $\sum_{i=1}^N \mathbf{A}_i = \mathbf{0}$ 。2DPCA 通过最大化目标函数来寻求前 d 个最大特征值所对应特征向量组成的投影矩阵 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_d] \in \mathbf{R}^{n \times d}$, 其表达式如下:

$$\arg\max_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{A}_i \mathbf{W}\|_F^2 = \arg\max_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \|\mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W}\|_2^2 \quad (1)$$

式中: $\|\cdot\|_F^2$ 是矩阵的平方 F 范数; $\mathbf{I}_d \in \mathbf{R}^{d \times d}$ 表示 d 阶单位矩阵; $\mathbf{A}_i(j, :) \in \mathbf{R}^{1 \times n}$ 是第 i 个样本矩阵的第 j 行。

从式(1)可以看出,平方 F 范数会显著放大异常值带来的影响,导致实际投影方向与期望解之间存在明显

偏差,无法实现对噪声的有效抑制。针对此问题,基于 l_1 范数的 2DPCA 方法得以提出(2DPCA-L1),其目标函数的表达式为:

$$\arg\max_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{A}_i \mathbf{W}\|_{l_1} \quad (2)$$

式中: $\|\cdot\|_{l_1}$ 代表矩阵的 l_1 范数运算。

尽管 2DPCA-L1 比 2DPCA 的鲁棒性更强,但由于选用 l_1 范数作为距离度量,导致不能在实现方差最大化的同时最小化重构误差,其依据的表达式为:

$$\sum_{i=1}^N \|\mathbf{E}_i\|_{l_1} + \sum_{i=1}^N \|\mathbf{A}_i \mathbf{W}\|_{l_1} \neq \sum_{i=1}^N \|\mathbf{A}_i\|_{l_1} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{E}_i = \mathbf{A}_i - \mathbf{A}_i \mathbf{W} \mathbf{W}^T$ 是第 i 个训练样本数据的重构误差。

为了弥补式(2)中存在的缺陷,Gao 等^[13]提出了一种综合考虑方差和重构误差之间的关系的角度 2DPCA 方法(Angle-2DPCA),优化目标函数为:

$$\arg\min_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \frac{\|\mathbf{E}_i\|_F}{\|\mathbf{A}_i \mathbf{W}\|_F} \quad (4)$$

式中: $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的 F 范数运算。

相比于 2DPCA-L1, Angle-2DPCA 具有更为出色的特征提取能力。然而, Angle-2DPCA 的整体结构较为复杂,导致实际求解过程中涉及到很多中间变量,影响了计算效率。此外, Angle-2DPCA 的距离度量准则在灵活性和鲁棒性方面存在局限性,没能在最大程度上实现重构误差最小化的本质诉求。

不可忽视的是,由于缺乏先验类别信息的引导,上述方法均未考虑样本间关系,导致数据经降维处理后重叠度较高,难以满足后续识别任务的精度需求。

1.2 对比学习

对比学习的基本原理是在无标签条件下,通过最大化正样本对的相似度并最小化负样本对的相似度,引导模型自主学习数据的内在特征。Wu 等^[22]将数据集的每个样本都视为独立的类别,通过直接拉近同一实例的不同视图并推远其他实例来提取数据潜在的判别信息,从而奠定了实例级对比学习的基础。随后, SimCLR 在此框架上进一步改进,通过对同一图像施加两次随机的数据增强构造正样本对,并将同一批次内的其他样本作为负样本。然而,为保证充足的负样本, SimCLR 通常需要超大批次训练,导致其计算成本高昂。此外,该方法采用的强几何变换在结构敏感的数据集上可能破坏数据的空间结构信息,进而削弱判别性。

为了解决上述问题,动量对比学习方法(MoCo)通过引入动量编码器与动态队列,使其在小批量的条件下仍能提供稳定且丰富的对比参照。给定图像样本 $\mathbf{A}_i$, 其一视图经查询编码器得到特征 $\mathbf{q}_i$, 另一视图经过密钥编码器提取特征后得到一组键向量 $\{\mathbf{k}_{i0}, \mathbf{k}_{i1}, \mathbf{k}_{i2}, \dots\}$ 。其中,

与 q_i 匹配的记为正样本 k_{i+} , 不匹配的记为负样本 k_{i-} , 其对比损失定义如下:

$$\mathcal{L}_q = -\log \frac{\exp(q_i \cdot k_{i+} / \tau)}{\sum_{j=0}^K \exp(q_i \cdot k_{ij} / \tau)} \quad (5)$$

式中: K 是负样本数目; τ 为规定的温度超参数。

从式(5)可以看出, 这是在一个包含 $K+1$ 个候选样本的集合中, 通过特征对比, 将 q_i 判定为与其匹配的 k_{i+} 。尽管 MoCo 通过动量更新与队列显著提升了时序一致性并扩大了负样本规模, 但其负样本多数来源于随机实例级采样, 未能充分利用数据的潜在类别结构信息。

为了克服上述不足, PCL 将对目标从单个实例提升到由聚类生成的类别原型, 进而为整个学习过程提供全局语义参照, 在一定程度上缓解了随机实例级负样本所带来的噪声扰动。然而 PCL 的原型更新依赖于在全局特征库上进行的周期性聚类, 导致原型分配与样本特征之间存在更新时滞, 同时增加了额外的计算开销, 从而难以在小批量训练条件下保持稳定。

2 AS-2DPCA

2.1 目标函数

根据第 1.1 节的相关分析, 首先提出一种新颖的鲁

$$\begin{aligned} \argmin_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \min \left(a, \sum_{j=1}^m \frac{\| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2^2}{\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2 \| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2} \right) = \\ \argmin_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \min \left(a, \sum_{j=1}^m \frac{\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2^2 - \| \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2^2}{\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2 \| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

为了避免分母 $\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2 \| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2 = 0$ 的情况出现, 考虑对其加一个极小值 ε 。因此, 式(8)可变为:

$$\begin{aligned} \argmin_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \min \left(a, \sum_{j=1}^m \frac{\| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2^2}{\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2 \| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2 + \varepsilon} \right) = \\ \argmin_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \min \left(a, \sum_{j=1}^m \frac{\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2^2 - \| \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2^2}{\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2 \| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2 + \varepsilon} \right) = \\ \argmin_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m v_{ij} (tr(\mathbf{A}_i(j, :)^T \mathbf{A}_i(j, :)) - tr(\mathbf{W}^T \mathbf{A}_i(j, :)^T \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W})) + \lambda a \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $tr(\cdot)$ 表示矩阵的迹运算; λ 表示经 $\min(a, \cdot)$ 截断后的样本个数, 故在给定截断结果下, λa 为与投影矩阵 $\mathbf{W}$ 无关的常数项; v_{ij} 定义如下:

$$v_{ij} = \begin{cases} 1 & FL_i \leq a \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $FL_i = \sum_{j=1}^m \| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2 / \| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2$ 。

棒 2DPCA 方法, 其称作 AS-2DPCA。该方法能够在保证削弱噪声干扰的前提下增强对重要特征信息的有效表达能力, 最大程度上实现重构误差最小化。AS-2DPCA 的目标函数定义如下:

$$\argmin_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \min \left(a, \sum_{j=1}^m \frac{\| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2}{\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2} \right) \quad (6)$$

式中: a 为自适应正弦角度参数, 其规定了处理离群点的数目, 故 AS-2DPCA 在面对噪声数据时可有效抑制异常值, 减少其对投影方向的影响。为提高普遍性, 将自适应正弦角度参数 a 设置为:

$$a = h \times N \quad (7)$$

式中: h 为自适应正弦率, 确定 h 即确定 a 。该方法以最小化正弦角度为目标, 将确定的自适应正弦角度参数与每一个输入图像的正弦角度作比较, 将所有大于自适应正弦角度参数的正弦角度值统一调整为 a 来构建目标函数式(6)。通过最小化相对重构误差的结构和自适应调整每个输入数据的正弦角度, 所提出方法的鲁棒性得到了显著增强, 其计算效率也得以优化, 进而有效地抑制了噪声的负面影响。

2.2 算法求解

通过简单的代数运算, 对目标函数式(6)进行转化, 可以用如下等价公式来表示:

$$\argmin_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \min \left(a, \sum_{j=1}^m \frac{\| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2^2}{\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2 \| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2} \right) =$$

为了避免分母 $\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2 \| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2 = 0$ 的情况出现, 考虑对其加一个极小值 ε 。因此, 式(8)可变为:

$$\argmin_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \sum_{i=1}^N \min \left(a, \sum_{j=1}^m \frac{\| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2^2}{\| \mathbf{A}_i(j, :) \|_2 \| \mathbf{A}_i(j, :) - \mathbf{A}_i(j, :) \mathbf{W} \mathbf{W}^T \|_2 + \varepsilon} \right) =$$

令 $\mathbf{A}_v = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \mathbf{A}_i(j, :)^T \mathbf{A}_i(j, :) v_{ij}$, 式(9)可进一步表示为:

$$\argmin_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} tr(\mathbf{A}_v \mathbf{W}) - tr(\mathbf{W}^T \mathbf{A}_v \mathbf{W}) \quad (11)$$

目前, 本文的核心诉求已变为该如何求解目标函数式(11)中的最优投影矩阵 $\mathbf{W}$ 。经仔细观察, 目标函数式(11)中包含两个未知变量 $\mathbf{W}$ 和 $\mathbf{A}_v$, 且彼此之间存在着密切关联, 如果选择直接求解投影矩阵 $\mathbf{W}$, 会导致该问题将不存在封闭形式的解。因此, 本文设计了一种快

速非贪婪迭代算法对目标函数式(11)中的 $\mathbf{W}$ (固定 $\mathbf{A}_v$) 和 $\mathbf{A}_v$ (固定 $\mathbf{W}$) 进行迭代更新。在实际操作中表现为在第 t 次迭代下, 当 $\mathbf{A}_v^{(t-1)}$ 视为固定值时, 可通过最小化目标函数式(11)求解最优投影矩阵 $\mathbf{W}$ 。在这种情况下, 式(11)中的首项 $tr(\mathbf{A}_v)$ 的值可当作固定常量, 故目标函数式(11)可转化为如下表现形式:

$$\operatorname{argmax}_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} tr(\mathbf{W}^T \mathbf{A}_v \mathbf{W}) \quad (12)$$

令 $\mathbf{A}_v \mathbf{W}^{(t-1)} = \mathbf{G}^{(t-1)}$ 。此时, 目标函数(12)可表示为如下形式:

$$\max_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} tr(\mathbf{W}^T \mathbf{G}) \quad (13)$$

接下来, 选择对式(13)中的 $\mathbf{G}$ 执行奇异值分解(singular value decomposition, SVD)操作:

$$\mathbf{G} = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V}^T \quad (14)$$

式中: 矩阵 $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是 n 维正交矩阵; $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{d \times d}$ 是 d 维正交矩阵。

根据矩阵相关定理^[17], 目标函数式(13)的解 $\mathbf{W}$ 可由下述公式得到:

$$\mathbf{W} = \mathbf{U} \mathbf{I} \mathbf{V}^T \quad (15)$$

式中: $\mathbf{I} \in \mathbf{R}^{n \times d}$ 代表一个截断单位矩阵。

在此基础上, 根据当前时刻获取到的投影矩阵 $\mathbf{W}$ 完成对第 t 时刻 $\mathbf{A}_v^{(t)}$ 的更新操作。此时需要判断当前迭代次数下的最优投影矩阵是否满足收敛条件, 如不满足, 重复上述迭代步骤, 直至具备收敛性质的最优投影矩阵 $\mathbf{W}$ 出现; 否则, 停止迭代, 输出当前时刻的投影矩阵 $\mathbf{W}$ 。算法 1 为 AS-2DPCA 求解最优投影矩阵 $\mathbf{W}$ 的过程。

算法 1: 求解 AS-2DPCA 最优投影矩阵 $\mathbf{W}$ 伪代码

Require:

输入: 样本图像拼接构成的增广矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{mN \times n}$, 特征维度 d 和自适应正弦角度参数 α , 其中所有样本数据 $\mathbf{A}_i$ 已进行均值校正以实现中心化

初始化: 满足 $\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d$ 的 $\mathbf{W}^{(t-1)} \in \mathbf{R}^{n \times d}$, $t = 1, \gamma = 0.001$ 。

while not converge do

1: 利用公式(10)计算每个样本数据 $\mathbf{A}_i$ 对应的对角矩阵 $\mathbf{V}_i$ 的对角元素 $v_{ij}^{(t-1)}$ 。

2: 根据 $\mathbf{A}_v$ 的定义计算加权协方差矩阵 $\mathbf{A}_v^{(t-1)}$ 。

3: 通过 $\mathbf{G}^{(t-1)} = \mathbf{A}_v \mathbf{W}^{(t-1)}$ 计算 $\mathbf{G}^{(t-1)}$ 。

4: 根据式(14)将 $\mathbf{G}^{(t-1)}$ 进行 SVD 分解, 将分解得到的 $\mathbf{U}^{(t-1)}$ 和 $\mathbf{V}^{(t-1)}$ 代入式(15)求得当前最优投影矩阵 $\mathbf{W}^{(t)}$ 。

5: 判断收敛条件 $J(\mathbf{W}^{(t-1)}) - J(\mathbf{W}^{(t)}) \leq \gamma$ 是否成立; 如果成立, 则循环结束; 否则转至步骤 6。

6: $t \leftarrow t + 1$

end while

输出: $\mathbf{W}^{(t)} \in \mathbf{R}^{n \times d}$

根据算法 1 可知, 在每次迭代过程中, AS-2DPCA 的计算复杂度主要取决于投影矩阵 $\mathbf{W}$ 的求解方式, 而该算法主要依靠对加权协方差矩阵进行奇异值分解操作来获

取投影矩阵。在此基础上, 其计算复杂度可表示为 $O(\min(m, n)^3)$ 。假设 AS-2DPCA 在第 t 次迭代达到收敛, 那么该算法所需的总计算复杂度则为 $O(t \min(m, n)^3)$ 。

3 RD-2DPCA

3.1 目标函数

尽管 AS-2DPCA 在特征提取过程中能够有效抑制噪声干扰, 但与其他鲁棒 2DPCA 方法类似, 其忽略了样本间的类别判别信息, 难以从根本上解决判别性不足的问题。为了系统地弥补现有方法在鲁棒度量与判别能力方面的双重局限, 决定提出一种新颖的鲁棒判别 2DPCA 方法(RD-2DPCA)。该方法在 AS-2DPCA 的思想基础上引入原型驱动的对比学习机制, 其不仅能够有效抑制离群点的干扰, 而且实现了对类判别特征的高保真捕获, 从而保障了方法在判别性与鲁棒性上的协调统一。RD-2DPCA 的目标函数定义如下:

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}_d} \mathcal{L}_{\text{proto}}(\mathbf{A}; \mathbf{W}) + \gamma \mathcal{L}_{\text{robust}}(\mathbf{A}; \mathbf{W}) \quad (16)$$

式中: $\mathcal{L}_{\text{proto}}(\cdot)$ 是对比损失项; $\mathcal{L}_{\text{robust}}(\cdot)$ 代表重构损失项; $\gamma > 0$ 为权衡系数。

由于 $\mathcal{L}_{\text{proto}}(\cdot)$ 和 $\mathcal{L}_{\text{robust}}(\cdot)$ 的数学性质截然不同, 直接求解目标函数(16)往往会带来目标耦合强、收敛数值不稳等问题。为此, 设计了一种递进式解耦优化策略, 将整个问题分解为两个有序的子任务。最终的整体投影矩阵 $\mathbf{W}$ 可表示为:

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_c \mathbf{W}_r \quad (17)$$

式中: $\mathbf{W}_c \in \mathbf{R}^{n \times k}$ 表示用于学习判别性子空间的初始投影矩阵; $\mathbf{W}_r \in \mathbf{R}^{k \times d}$ 表示在该子空间内进行鲁棒提纯的最终投影矩阵, 两者均满足正交约束, 即 $\mathbf{W}_c^T \mathbf{W}_c = \mathbf{I}_k$, $\mathbf{W}_r^T \mathbf{W}_r = \mathbf{I}_d$ 。

首先, RD-2DPCA 创新性地引入原型驱动的动量对比学习机制。不同于 MoCo 和 PCL 主要在向量表征空间中构造实例级或原型级对比关系, 该机制将原型约束直接引入二维矩阵投影空间的学习过程中, 使判别性表示空间 $\mathbf{W}_c$ 的求解在保留样本空间结构的同时, 受到原型对比信息的引导。一方面, 与 MoCo 依赖实例队列进行随机实例级对比不同, RD-2DPCA 采用在线更新的原型集合作为稳定参照, 使对比约束由离散样本关系进一步提升到更稳定的类别结构层面。另一方面, 尽管 RD-2DPCA 与 PCL 同样采用原型参与对比学习, 但 PCL 主要在向量嵌入空间中通过样本与原型对齐来优化表征分布, 而该机制则将原型直接作用于二维矩阵投影表示的学习过程, 其优化目标不再是一般意义上的嵌入特征, 而是与 2DPCA 形式一致的判别性线性投影子空间。对于

给定的任一图像样本 A_i , 其经查询编码器 $W_q \in \mathbf{R}^{n \times k}$ 和密钥编码器 $W_k \in \mathbf{R}^{n \times k}$ 映射后生成一对特征视图 Y_q^i 和 Y_k^i 作为正样本对, 即 $Y_q^i = A_i W_q$, $Y_k^i = A_i W_k$ 。同时, 通过对近期 M 个密钥特征进行周期性在线 K-Means 聚类并结合原型动量更新, 动态生成稳定的类别原型集合 C 作为负样本, 即 $C = \{c_j\}_{j=1}^{K_c}$ 。最终, 表示学习阶段的原型对比损失函数定义如下:

$$\mathcal{L}_{proto} = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B -\log \frac{\exp(s(Y_q^i, Y_k^i)/\tau)}{\exp(s(Y_q^i, Y_k^i)/\tau) + \sum_{c_j \in C} \exp(s(Y_q^i, c_j)/\tau)} \quad (18)$$

式中: $s(Y_1, Y_2) = \text{tr}(Y_1^T Y_2) / \|Y_1\|_F \|Y_2\|_F$ 表示特征 Y_1 与特征 Y_2 之间的矩阵余弦相似度, B 为批大小。

通过最大化正样本对相似度且最小化样本与原型之间的相似度, 方法能够在特征空间中有效压缩类内分布并拉开类间间隔, 从而学习到类别结构更加清晰的子空间 W_c 。

随后, 在中间特征空间 AW_c 上进一步施加自适应正弦角度约束, 从而在保留前一阶段类别结构的基础上, 减弱噪声样本对最终投影方向的牵引作用, 并对受噪条件下的投影结果作进一步校正。该阶段在保持投影矩阵正交性的前提下, 最小化以下目标函数:

$$\mathcal{L}_{robust} = \sum_{i=1}^N f(A_i W_c, W_r; a) \quad (19)$$

式中: $f(\cdot)$ 是 AS-2DPCA 中定义的目标函数。

该设计在直角三角形结构中引入自适应正弦角度调节, 其在平衡投影数据重构误差与输入数据空间结构关系的基础上, 利用自适应正弦角度参数的校准机制为每个样本匹配当前条件下的最小重构误差, 从而有效削弱噪声扰动对投影方向的影响。

最终得到的投影矩阵 W_r 与 W_c 级联, 形成从输入样本到最终低维表示的整体投影映射。该映射不但保留了表示学习阶段学习的类判别结构, 还进一步增强了所提取特征的鲁棒性。

3.2 算法流程

RD-2DPCA 的整体算法流程, 严格遵循其递进式解耦的优化策略, 具体包括以下两个阶段。

为了在投影矩阵正交约束的前提下, 最小化原型对比损失式 (18), 决定在 Stiefel 流形上进行求解。在第 t 次迭代中, 首先根据链式法则计算损失函数对查询编码器 $W_q^{(t)}$ 的欧几里得梯度 $G_E^{(t)}$ 。表达式具体如下:

$$G_E = \frac{\partial \mathcal{L}_{proto}}{\partial W_q} \quad (20)$$

随后, 将该梯度投影到当前点 $W_q^{(t)}$ 所在的切空间上, 得到对应的黎曼梯度 $G_R^{(t)}$, 其定义具体如下:

$$G_R = G_E - W_q \text{sym}(W_q^T G_E) \quad (21)$$

式中: $\text{sym}(X) = (X^T + X)/2$ 为对称化算子。

接着, 动量向量 $P^{(t)}$ 按如下规则更新:

$$P \leftarrow \mu P - \alpha G_R \quad (22)$$

式中: $\alpha > 0$ 为学习率; $\mu \in [0, 1)$ 为动量系数。

据此, 查询编码器参数 $W_q^{(t)}$ 通过以下重正交化更新得到:

$$W_q \leftarrow qf(W_q + P) \quad (23)$$

式中: $qf(\cdot)$ 表示通过 QR 分解提取 Q 矩阵以保持正交性。

密钥编码器参数 $W_k^{(t)}$ 并不根据对比损失来反向传递更新, 而是作为一个稳定的参照, 通过如下的动量更新规则来平滑更新:

$$W_k \leftarrow m_o W_k + (1 - m_o) W_q \quad (24)$$

式中: $m_o \in [0, 1)$ 是动量更新系数。

上述过程在周期性在线聚类与损失反向传播之间交替迭代, 直至黎曼梯度大小收敛至阈值 δ , 最终得到判别性子空间投影 W_c 。

然后, 将所有训练样本投影到该判别性子空间, 得到中间特征 AW_c 。将 AW_c 作为 AS-2DPCA 的输入, 采用快速贪婪迭代算法求解鲁棒投影矩阵 W_r 。

最终, 将两个阶段得到的投影矩阵进行级联, 即可获得 RD-2DPCA 的整体投影 W 。该方法的整体求解过程如下。

算法 2: 求解 RD-2DPCA 最优投影矩阵 W 伪代码

Require:

输入: N 幅图像样本 $A_i \in \mathbf{R}^{m \times n} (i = 1, 2, \dots, N)$, 中间维度 k , 最终维度 d , 批大小 B , 原型数目 K_c , 编码器动量更新系数 m_o , 学习率 α , 动量系数 μ 和自适应正弦角度参数 a , 其中所有样本数据 A_i 已进行均值校正以实现中心化

1: 初始化: 满足 $W_q^T W_q = I_k$ 的 $W_q^{(t-1)} \in \mathbf{R}^{n \times k}$, $W_k^{(t-1)} = W_q^{(t-1)}$, $t = 1$, $\delta = 0.000\ 01$ 。

while not MaxEpoch do

1: 根据 Y_q^i 和 Y_k^i 的定义计算随机小批量下的每个样本数据 A_i 经动态编码器输出的 $Y_q^{i(t-1)}$ 和 $Y_k^{i(t-1)}$ 。

2: 通过对近期 M 个生成的特征视图 $\{Y_k^i\}_{i=1}^M$ 进行周期性在线 K-Means 聚类得到 K_c 个稳定更新的原型 $C^{(t-1)}$ 。

3: 根据式 (20) ~ (23), 采用带冲量的黎曼梯度下降来反向传递更新 $W_q^{(t)}$ 。

4: 将 $W_q^{(t)}$ 代入式 (24) 更新密钥编码器参数 $W_k^{(t)}$ 。

5: 判断收敛条件 $\mathcal{L}_{proto}^{(t-1)} - \mathcal{L}_{proto}^{(t)} \leq \delta$ 是否成立; 如果成立, 则循环结束; 否则转至步骤 6。

6: $t \leftarrow t + 1$

end while

输出: $W_c = W_q^{(t)} \in \mathbf{R}^{n \times k}$

2: 将中间特征 AW_c 输入算法 1 以获得鲁棒投影矩阵 W_r 。

输出: $W = W_c W_r \in \mathbf{R}^{n \times d}$

根据算法 2 可知, RD-2DPCA 的总体计算复杂度由表示学习阶段与鲁棒降维阶段的计算开销共同决定。首先, 在表示学习阶段, RD-2DPCA 的计算开销主要来源于每次迭代中原型对比损失的梯度反向传播与参数更新。相比于 MoCo 将大规模实例字典作为负样本, RD-2DPCA 仅需有限数量的原型进行对比学习, 从而显著降低计算复杂度至 $O(BK_c mnk)$ 。假设表示学习阶段训练总轮数为 E , 那么其所需的计算复杂度则为 $O(ENK_c mnk)$ 。其次, 在鲁棒降维阶段, 其计算复杂度主要取决于所提出的非贪婪迭代算法。假设 AS-2DPCA 在第 t 次迭代达到收敛, 那么该阶段所需的计算复杂度则为 $O(t\min(m, k)^3)$ 。因此, RD-2DPCA 的总体复杂度为 $O(t\min(m, k)^3 + ENK_c mnk)$ 。这说明 RD-2DPCA 在兼顾判别性与鲁棒性的同时, 保持了可控的计算开销, 满足一般人脸识别场景的实时性要求。

4 实验结果与分析

为验证所提方法的有效性, 一方面选取了 Extended Yale B^[23]、CMU PIE^[24] 和 AR^[25] 3 个经典人脸图像数据集, 另一方面利用 MATLAB 生成了一个二维噪声数据集, 并与当前主流的鲁棒 2DPCA 方法 (2DPCA-L1、Cos-2DPCA、R1-2DPCA、OMF-2DPCA、Angle-2DPCA、ATS-2DPCA、RA-2DPCA 和 DLR-2DPCA) 进行了性能对比实验。这些数据集包含了不同光照条件、姿态变化以及表情差异下的大量人脸图像, 能够全面模拟复杂观测环境, 为方法的性能测试提供了丰富的样本基础。为了确保实验结果的一致性和可比性, 在实验过程中, 所有 2DPCA 方法均采用最近邻 (1-Nearest Neighbor, 1NN) 分类器来衡量其识别精度, 计算表达式具体如下:

$$ACC = N_{correct} / N_{total} \times 100\% \quad (25)$$

式中: $N_{correct}$ 为预测标签与实际标签一致的样本数; N_{total} 为测试集中的样本总数。

4.1 实验设置

Extended Yale B 数据集^[23] 包含 38 位个体在不同方向和强度的照明条件下的人脸图像。在实验中, 所有图像样本均被统一调整为 48×42 pixels。在此基础上, 随机选取 14 位不同的参与者的图像作为实验数据集。为模拟实际应用中的噪声干扰场景, 从实验数据集中随机抽取 50% 的图像样本, 并对其像素添加符合高斯分布的随机噪声。噪声强度设置为覆盖图像像素总量的 2% ~ 20%。这可以近似刻画实际成像过程中由观测环境光照波动和传感器读出误差引入的灰度扰动。在数据集划分阶段, 随机选取实验数据集中 50% 的图像构成训练集, 其余样本作为测试集, 图 1 呈现了 Extended Yale B 数据集的部分样本图像及其对应的含高斯噪声图像。

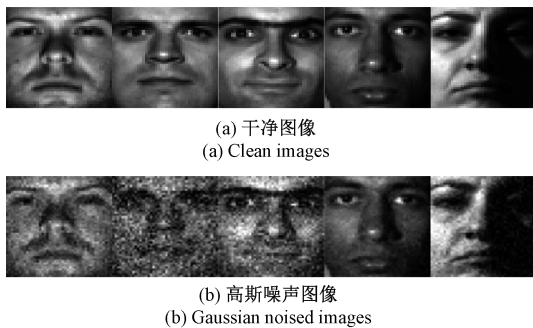


图 1 Extended Yale B 数据集中部分样本示例
Fig. 1 Some samples in the Extended Yale B dataset

CMU PIE 数据集^[24] 收录了 68 位个体在 13 种姿态、43 种光照条件和 4 种表情下的共计超过 40 000 张图像。相较于 Extended Yale B 数据集, CMU PIE 数据集不仅考虑了光照变化, 还广泛涵盖了人的姿态和表情的差异。该数据集更适合测试算法在更复杂、多变条件下的鲁棒性和泛化能力。本实验选取 CMU PIE 数据集的子集 C29 进行实验。该子集包含 68 位个体的图像, 每位个体在相同姿态条件下拍摄了 24 张图像, 共计 1 632 张图像。在实验中, 每张图像被统一裁剪为 64×64 pixels。随机选取 35 位不同个体的图像作为实验数据, 并随机选取 50% 的图像样本, 对其像素施加密度在 16% 至 32% 范围内随机波动的椒盐噪声。所叠加的椒盐噪声有助于模拟复杂观测环境中由局部坏点、随机遮挡及压缩误差等因素造成的离散干扰。最终, 数据被随机划分为 50% 和 50% 的训练集和测试集。图 2 所示为 CMU PIE 数据集中的样本图像及其对应的含椒盐噪声图像对比示例。

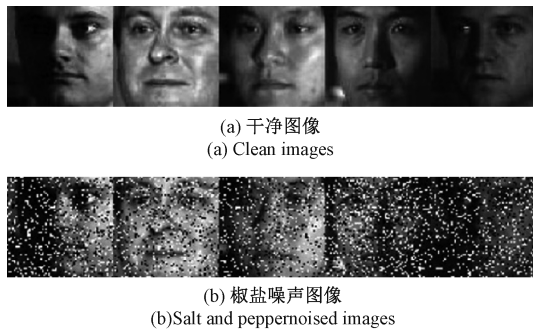


图 2 CMU PIE 数据集中部分样本示例
Fig. 2 Some samples in the CMU PIE dataset

AR 数据集^[25] 采集了 126 位个体在两个不同时段采集的共计 4 000 余张彩色图像。每位个体包含 26 张图像, 涵盖了不同的面部表情、光照变化以及遮挡条件。该数据集模拟实际应用中常见的面部遮挡情况, 用于评估算法在局部信息缺失下的鲁棒性。在实验中, 图像被调整尺寸至 50×40 pixels。随机选取 35 位不同个体的图

像,并在随机选择的 30% 的图像样本上叠加块状黑白点噪声,其面积占比在 0.02 到 0.2 之间随机分布。该遮挡设置主要用于反映佩戴口罩或眼镜等实际场景中常见的局部缺失情况。在此基础上,图库中 50% 的图像被随机分配组成训练集,其余图像作为测试集。图 3 所示为 AR 数据集中部分个体图像及其对应的含遮挡噪声图像。

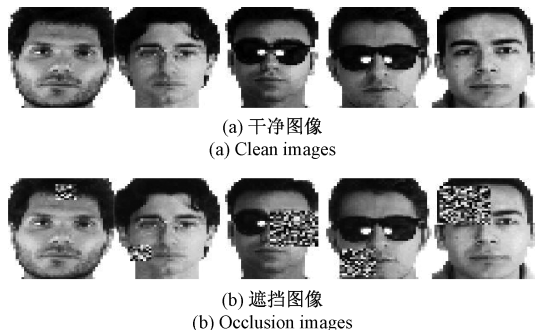


图 3 AR 数据集中部分样本示例
Fig. 3 Some samples in the AR dataset

二维合成数据集:该数据集包含 3 个类别,每个类别均由 20 个样本点组成。具体而言,3 类样本点分别从 3 个独立的高斯分布中采样得到,其均值向量分别设定为 $\mu_1 = (2, 0)^T$, $\mu_2 = (10, -0.5)^T$, $\mu_3 = (4, 3)^T$, 协方差矩阵则统一设定为 $\Sigma = \text{diag}(0.2, 0.2)$, 从而生成 3 个分布均匀的类簇结构。此外,为评估各类方法的鲁棒性,数据集额外设置 3 个异常点,并将其标签指定为第 3 类。该二维合成数据集的空间分布如图 4 所示。

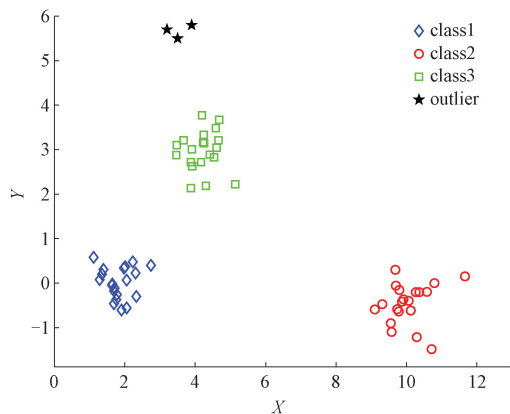


图 4 二维合成数据集的数据分布
Fig. 4 Data distribution of 2D synthetic dataset

在 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 3 个人脸数据集中,表示学习阶段的中间子空间维度统一设为 30,鲁棒降维阶段的最终投影维度分别设为 15、25 和 20。小批量大小取 32,原型数目分别为 28、38 和 38。学习率设为 0.001,动量系数为 0.9,编码器动量更新系数为 0.999。所有算法均在 MATLAB R2018b 环境下实现,并在配备

AMD Ryzen 7 7840H 处理器与 16 GB DDR5 内存的 Windows 11 计算平台上运行。

4.2 实验结果分析

为获取包含人脸图像主要特征信息的低维表示,本文利用 2DPCA-LI^[10]、Cos-2DPCA^[14]、R1-2DPCA^[12]、OMF-2DPCA^[11]、Angle-2DPCA^[13]、ATS-2DPCA^[15]、RA-2DPCA^[16]、DLR-2DPCA^[17] 以及所提出的 AS-2DPCA 和 RD-2DPCA 所得的最优投影矩阵,将原始人脸图像特征映射至判别空间。为了最大程度地降低实验结果的偶然性,所有对比实验均在每个人脸数据集上重复进行 10 次。在实际情况下,由于噪声的类别与大小及应用数据集的分布未知,无法规范离群点具体数目。因此,采用基于知识经验的方法来确定自适应正弦角度参数 a 。经过反复实验,在 3 个人脸图像数据集里, h 分别取 0.07、0.071 和 0.058 时可以获得最优识别精度。

1) 分类性能仿真分析

为了全面评估所提方法在分类任务上的表现能力,将 RD-2DPCA 与当前主流的鲁棒 2DPCA 方法在 3 个经典人脸数据集上进行对比实验。其中,AS-2DPCA 作为 RD-2DPCA 的前导方法一并纳入比较,用以验证其在鲁棒特征提取方面的效果,并进一步分析在此基础上扩展的 RD-2DPCA 的性能改进。图 5 分别展示 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 3 个人脸图像数据集中所有对比方法在不同特征维度下的平均最优识别准确率。3 个人脸数据集中所有方法在 10 次实验下的平均最优识别准确精度(%)及其所对应的标准差如表 1 所示。通过分析上述实验结果,可以得出如下结论。

(1) 根据表 1 以及图 5 的实验结果可知,AS-2DPCA 在 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 数据集集中的平均最优识别精度优于其他 8 种基于 2DPCA 的改良方法。这主要得益于以下 3 点原因。首先,AS-2DPCA 引入的自适应正弦角度机制可为每个样本数据自动寻找到当前状态下的最小重构误差,其有效削弱了噪声干扰所带来的异常影响。此外,该方法继承了传统 2DPCA 方法中的宝贵性质。其一是 AS-2DPCA 具备旋转不变性,这能确保经过低维投影矩阵作用后的数据在特征空间中结构信息不发生改变。其二是所得的最优解与加权协方差矩阵密不可分,使其能够保留原始输入数据的空间几何结构。最后,AS-2DPCA 采用最小化重构误差的模式完成对目标函数的构建,实现了基于 2DPCA 方法的真正目的,有助于进一步提高方法在观测环境中对噪声的鲁棒性。

(2) 同时,表 1 以及图 5 的实验结果表明,RD-2DPCA 在 3 个人脸数据集集中的分类性能均优于 AS-2DPCA。这一性能提升主要源于所提出的原型驱动的动量对比学习机制,其为后续的鲁棒降维阶段提供可分性

更强的中间特征表示,实现了各阶段间的有效协同作用。包括 AS-2DPCA 在内的传统鲁棒 2DPCA 方法是直接在原始的高维像素空间中进行降维。而 RD-2DPCA 则是通过最小化原型对比损失将原始数据首先投影到一个类别结构清晰的判别性子空间中。这种解耦设计为最终的鲁棒降维带来了两大协同优势。一方面,AS-2DPCA 不再需要直接处理原始数据中由光照、姿态等外部因素导致的复杂类内差异;另一方面,在类内分布更紧凑的特征空间中,AS-2DPCA 的自适应正弦角度机制能够更精准地识别并处理真正的异常值,从而大大降低了将不同类别间的边界样本误判为噪声的风险。此外,RD-2DPCA 在 3 个人脸数据集上的标准差整体较小,这说明在不同随机划分条件下方法仍能保持较为稳定的分类性能,具有一

定的统计稳定性。

(3) 深入观察表 1 以及图 5 的实验结果可知,选取 l_1 范数作为距离度量准则虽然让 2DPCA-L1 的鲁棒性在一定程度上得到提升,但其在 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 数据集上的全局表现力明显不如其他对比方法,其可能是由以下 3 点原因导致。第 1,2DPCA-L1 在衡量数据之间相似性过程中所选用的度量模式缺乏旋转不变性;第 2,2DPCA-L1 在执行优化处理任务时获取到的解并未依赖图像的协方差矩阵,导致其难以充分描述图像像素间的统计相关性;第 3,由于 l_1 范数本身的不光滑性和非可导性,其求解过程较为繁琐。这不仅显著增加了计算开销,也在一定程度上影响了算法的稳定性与收敛速度。

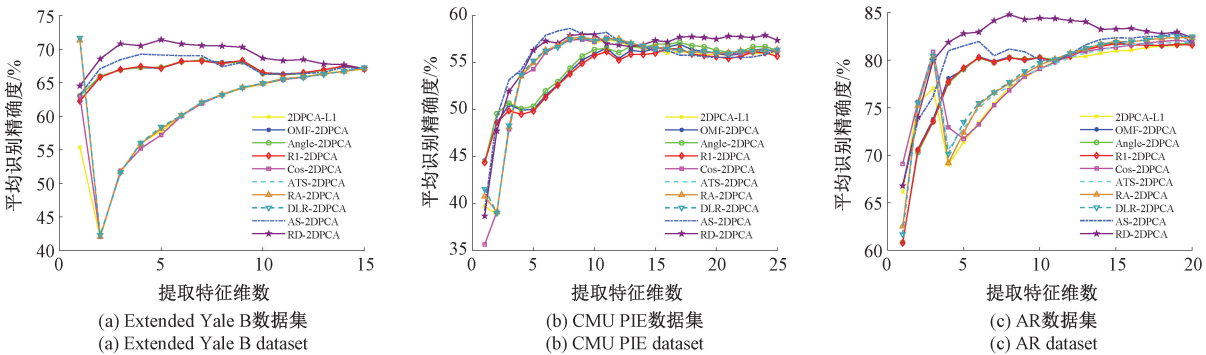


图 5 3 个人脸数据集中 10 种对比方法在不同特征维度下的平均最优识别精度

Fig. 5 The average optimal recognition accuracy of ten comparison methods in three face datasets under different feature dimensions

表 1 各个方法的平均最优识别精度及其所对应的标准差

Table 1 The average optimal recognition with the corresponding standard deviation (Std) of each method in three face datasets (%)

方法	2DPCA-L1	Cos-2DPCA	R1-2DPCA	OMF-2DPCA	Angle-2DPCA	ATS-2DPCA	RA-2DPCA	DLR-2DPCA	AS-2DPCA	RD-2DPCA
Extended Yale B	67.12±1.07	68.19±1.79	71.90±3.64	71.75±3.55	72.11±3.73	71.52±1.93	71.43±1.75	71.70±1.73	72.88±3.57	73.90±1.07
CMU PIE	58.12±1.62	58.31±1.70	58.79±3.75	59.10±3.58	59.21±3.48	58.24±1.67	58.33±1.65	58.21±1.59	60.00±2.46	61.31±2.27
AR	81.85±2.50	82.31±2.48	84.84±2.32	84.84±2.26	84.84±2.31	82.31±2.53	82.42±2.54	82.46±2.51	86.22±4.36	87.74±1.66

(4) 进一步分析表 1 的实验结果可以看出, Cos-2DPCA 相较于 2DPCA-L1 并未展现出明显的性能提升,这可能是因为其以最大化投影数据的方差作为优化目标,并没有触及传统 2DPCA 方法的核心诉求。相比之下,尽管 R1-2DPCA 同样选择最大化方差的模式用于建立目标函数,但其从整体而非分量上衡量投影结果,这在一定程度上减弱局部物理变化对于分类性能的影响。ATS-2DPCA 虽然在最大化方差和最小化重构误差取得折中,但是也弱化了方向可分性。而 RA-2DPCA 借助重加权策略削弱了异常样本对投影结果的干扰,但也容易带来局部细节表达不足的问题。DLR-2DPCA 依据重构误差大小分配权值,因此由光照、姿态等正常变化产生的较大误差也可能被误判并受到抑制,进而削弱部分有效

样本的作用。最后, Angle-2DPCA 和 OMF-2DPCA 的总体表现要逊色于 AS-2DPCA 和 RD-2DPCA,出现这一现象的主要原因可能是其所选取的距离度量策略缺乏灵活性,导致在特征提取方面仍具有一定的局限性。

2) 消融实验

为了定量评估 RD-2DPCA 的对比学习阶段及其内部的动量编码器与原型聚类的贡献,考虑在 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 数据集上进行消融实验。表 2 和表 3 为 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 数据集中 2DPCA、AS-2DPCA、RD-2DPCA 及其变体在 10 次实验下的平均最优识别准确精度及其所对应的标准差。针对上述实验结果,可以得出如下结论。

(1) 如图 5、表 1 和 2 所示,当移除表示学习阶段后,

RD-2DPCA 退化为 AS-2DPCA,其在上述 3 个数据集上的识别精度均出现明显下降,这初步验证了所提出的对比学习机制对方法判别性的贡献。为了进一步探究该机制的作用,将原型对比损失替换为经典二维主成分分析(2DPCA)损失,同时保持两阶段架构不变。实验结果显示,该变体的性能虽然优于 2DPCA,但是始终低于 AS-2DPCA。原因在于,2DPCA 仅以最大化方差为目标,易保留与类别无关的噪声方向,而忽视低方差但具有判别

力的特征维度,从而限制了后续鲁棒投影的表现。相比之下,所提出的对比学习机制能够在中间特征空间中显式压缩类内分布并拉大类间间隔,为鲁棒降维阶段提供更结构化且判别性更强的输入表示,从根本上增强了 RD-2DPCA 的类别区分力。值得注意的是,这一性能提升在 3 个人脸数据集上均表现出高度一致性,表明所设计的对比学习阶段对于不同光照、姿态及遮挡条件具有较强的适用性。

表 2 3 个人脸数据集中 RD-2DPCA 及其消融变体的平均最优识别精度及其所对应的标准差

Table 2 The average optimal recognition accuracy with the corresponding standard deviation (Std) of RD-2DPCA and its ablated variants in three face datasets (%)

方法	2DPCA	AS-2DPCA	w/ 2DPCA-Init	RD-2DPCA
Extended Yale B	68.03±2.72	72.88±3.57	71.52±3.64	73.90±1.07
CMU PIE	55.02±2.14	60.00±2.46	58.95±4.40	61.31±2.27
AR	81.41±2.41	86.22±4.36	84.90±3.02	87.74±1.66

表 3 3 个人脸数据集中 RD-2DPCA 表示学习阶段不同配置下的平均最优识别精度及其所对应的标准差

Table 3 The average optimal recognition accuracy with the corresponding standard deviation of RD-2DPCA under different settings during the representation learning stage in three face datasets (%)

方法	AS-2DPCA	w/o Momentum Encoder	w/o Prototype	w/ Vector-Cosine	RD-2DPCA
Extended Yale B	72.88±3.57	71.90±3.61	73.36±2.92	69.59±2.56	73.90±1.07
CMU PIE	60.00±2.46	60.81±2.31	61.31±2.43	59.81±2.60	61.31±2.27
AR	86.22±4.36	87.49±2.16	87.68±2.01	84.11±3.38	87.74±1.66

(2)从表 3 可以清晰地观察到,当关闭动量更新后,方法在所有数据集上的识别精度均有所下降。这充分验证了动量编码器在对比学习阶段中的关键作用。具体而言,动量编码器作为一个缓慢演化的目标编码器,其通过引入时间一致性约束,确保正样本对中的目标表示不会随着每个训练批次的梯度更新而产生剧烈波动。这种由动量更新提供的平滑且稳定的学习目标,极大地抑制了训练过程中的潜在噪声干扰,并引导模型学习到分布更为一致和结构更为紧凑的特征表示。

(3)进一步观察表 3 可知,与传统的实例级对比策略相比,以原型为中心的对比学习范式在 3 个数据集上整体表现出更优的识别性能。其性能提升源于两方面。一方面,在线原型聚类通过动态更新类别中心,准确刻画了特征空间中各类别的宏观分布,从而在全球尺度上强化了判别边界;另一方面,原型由多样本特征均值构成,个别异常样本的影响在聚合过程中被显著削弱,有效缓解了实例级对比中的假阴性干扰。由此可见,将对比目标从随机个体提升到类别中心,有助于模型在特征空间中形成更稳定的类间边界。

(4)表 3 的结果进一步表明,当采用向量余弦相似度替代矩阵余弦相似度后,方法在 3 个数据集上的识别精度分别下降至 69.59%、59.81%和 84.11%,均明显低于

所提 RD-2DPCA。这说明,矩阵余弦相似度更适用于该方法的表示学习阶段。究其原因,向量余弦相似度需要预先将二维图像样本展开为一维向量,这不仅会破坏原始样本在行与列方向上的关联关系,还会削弱相似度度量与二维投影过程之间的一致性,从而影响中间特征空间的判别结构。相比之下,矩阵余弦相似度始终在二维形式下完成样本比较,既能更完整地保留图像的空间结构信息,也更符合 2DPCA 框架下的特征表达方式,因此更有利于后续鲁棒降维阶段提取稳定的判别信息。

3)鲁棒性和判别性可视化分析

主要验证了 RD-2DPCA 相较于其他对比方法具有良好的鲁棒性与判别性。图 6 所示为二维合成数据集经过各个对比方法降维后的数据分布情况。由此,可以得出以下结论。

(1)图 6 的结果显示,大多数鲁棒 2DPCA 方法未能有效区分第 1 类和第 3 类数据,导致其投影在一维特征空间上的重叠度较高。而 Cos-2DPCA 和 AS-2DPCA 方法虽然能够成功分离这 3 类数据,但是无法正确地将离群点分类到其所属的类别上。与上述方法形成鲜明对比的是,经 RD-2DPCA 投影后的数据呈现出类内高度紧凑、类间结构清晰的理想分布。这主要归因于对比学习机制的引入。该机制不仅缩小了相似类别之间的距离,而且

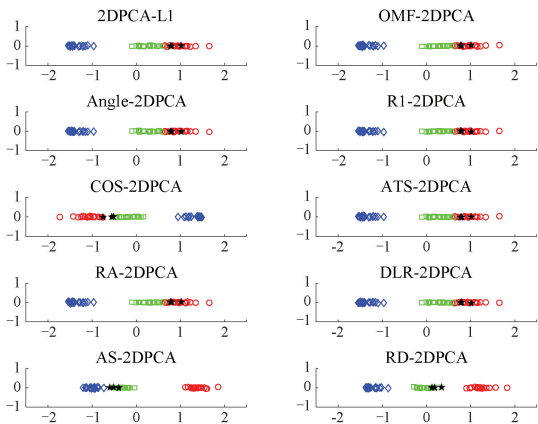


图 6 合成数据集经各个方法降维后的数据分布
Fig. 6 Data distribution of synthetic datasets after dimensionality reduction by each method

显著放大了不同类别之间的距离,从根本上增强了特征的判别能力。

(2) 进一步观察图 6 发现,相较于其他对比方法, RD-2DPCA 能够将异常值划分至其对应的正确类别。这是因为 RD-2DPCA 和仅仅关注数据统计方差的传统鲁棒 2DPCA 方法不同,其致力于挖掘定义数据类别身份的内在信息,从而使其对偏离主体分布的噪声信息具有更强

的鲁棒性。

4) 参数敏感性分析

为了探究自适应正弦参数 a 的取值对 RD-2DPCA 的识别精度所造成的具体影响,考虑在 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 数据集中对自适应正弦率 h 的 10 组不同取值进行识别性能评估实验。图 7 所示为 3 个人脸图像数据集中自适应正弦率 h 的取值与平均最优识别精度的关系。具体分析过程如下:

(1) 通过图 7 的实验结果可知,对于不同的提取特征维数,沿自适应正弦率 h 方向的精度变化趋势基本一致。当自适应正弦率 h 取值过小时, RD-2DPCA 的识别性能受限;随着 h 的增大,性能逐步提升并在一定区间内达到峰值;随后,若 h 继续增大,性能则开始下降或趋于平稳,但进一步增大 h 则可能导致性能下降或趋于饱和。这一结果清晰地揭示了参数 h 对 RD-2DPCA 整体分类性能的关键调控作用。当 h 取值过小时,自适应正弦角度参数 a 设定过低,鲁棒降维阶段会过滤大量正常样本的特征信息,导致表示学习阶段所学习到的判别细节被丢失,从而削弱了最终的分类性能。相反,当 h 取值过大时,自适应正弦角度机制失去了对离群点的有效截断作用,识别性能同样出现下降。因此,自适应正弦率 h 的合理设置对于平衡鲁棒性与判别性至关重要。

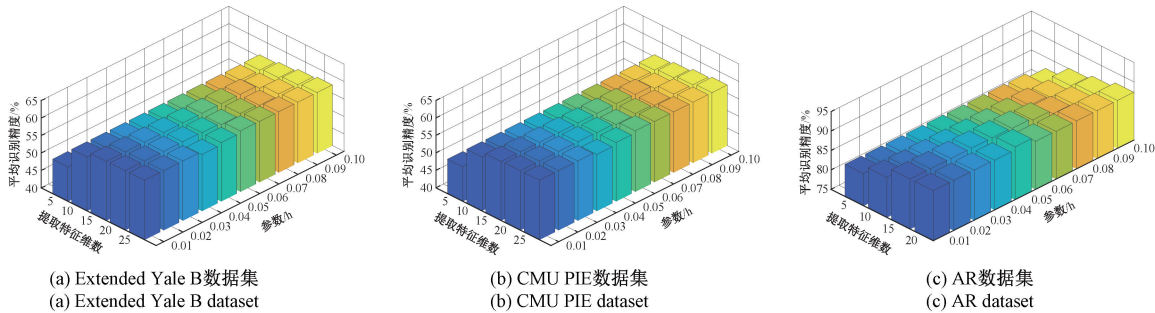


图 7 3 个人脸数据集中参数 h 的不同取值下的平均最优识别精度

Fig. 7 The average optimal recognition accuracy of RD-2DPCA under different values of parameter h in three face datasets

(2) 仔细观察图 7 可知,在 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 3 个数据集上,性能曲面在峰值附近均呈现出一个平坦的高值区域。这说明当 h 位于合理区间内时, RD-2DPCA 的识别精度不会因为 h 的选取而发生显著变化,表现出较强的稳定性。这主要归功于所提出的递进式解耦设计。在表示学习阶段,原始混杂的数据被映射至结构清晰的中间特征空间,使得不同类别的样本数据在鲁棒降维前便已实现明显分离。因此,鲁棒降维阶段中参数 h 的选择不再对性能产生决定性影响。只要 h 的取值处于能够有效剔除异常样本的合理范围内,表示学习阶段学习到的强判别结构即可确保 RD-2DPCA 保持优异的分类性能,从而验证了 RD-2DPCA 在实际应用中更

易于获得可靠结果,无需耗费大量精力去探索最佳初始参数。

5) 模型复杂度分析

为了更加直观地反映各方法在实际应用中的效率差异,本文在完成理论复杂度分析的基础上,进一步统计了各方法的平均运行时间。表 4 为 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 数据集上各方法的平均运行时间及其对应的标准差。由于各方法在分类阶段采用了相同的分类策略,因此表 4 所统计的总运行时间主要反映了投影矩阵求解与特征提取过程的计算开销。

(1) 仔细观察表 4 可知,AS-2DPCA 的运行速度明显快于 2DPCA-L1、Cos-2DPCA、R1-2DPCA、Angle-2DPCA

和 OMF-2DPCA,略快于 ATS-2DPCA、RA-2DPCA 和 DLR-2DPCA,在计算效率上展现出一定优势。此实验结果说明 AS-2DPCA 能在计算效率与识别精度之间取得平衡。该优越性主要归因于以下两点。一方面,根据前述理论复杂度分析可知,AS-2DPCA 的最终计算复杂度并不高于其他对比方法的;另一方面,其通过在构建加权协方差矩阵时具有稀疏化效应的自适应正弦角度约束,能够在特征学习过程中有效削弱冗余信息带来的干扰,进而提升整体计算效率并间接增强识别精度。

(2)对于 RD-2DPCA 而言,其平均运行时间虽略高

于 AS-2DPCA、RA-2DPCA 和 DLR-2DPCA,但仍明显优于 2DPCA-L1、Cos-2DPCA 和 Angle-2DPCA 等方法。出现这一现象的主要原因在于,RD-2DPCA 在鲁棒降维之前额外引入了原型驱动的动量对比学习过程,从而带来了一定的时间开销;但与此同时,该方法并未采用大规模实例级对比方式,而是借助有限数量的原型完成表示学习,因此整体计算代价仍处于可接受范围之内。尽管 RD-2DPCA 在运行效率上并不占据绝对优势,但其仅以较小的时间代价换取了更为显著的识别性能提升,因而体现出较好的综合表现。

表 4 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 数据集中各个方法的平均运行时间与对应的标准差

Table 4 The average running time and the corresponding standard deviation of each method in the Extended Yale B, CMU PIE and AR datasets (s)

方法	2DPCA-L1	Cos-2DPCA	R1-2DPCA	OMF-2DPCA	Angle-2DPCA	ATS-2DPCA	RA-2DPCA	DLR-2DPCA	AS-2DPCA	RD-2DPCA
Extended Yale B	4.55±0.27	5.14±0.29	2.41±0.10	1.84±0.07	3.17±0.07	1.56±0.06	1.17±0.04	1.37±0.06	1.04±0.06	1.67±0.04
CMU PIE	15.66±1.99	15.83±1.08	4.22±0.07	3.12±0.10	4.94±0.10	1.76±0.27	1.54±0.06	2.04±0.05	1.28±0.02	2.09±0.07
AR	5.50±0.61	8.36±1.15	3.20±0.30	2.20±0.04	3.68±0.28	1.49±0.06	1.31±0.05	1.33±0.03	1.18±0.02	1.90±0.03

6) 收敛性分析

为进一步验证所提算法的稳定性与可靠性,有必要对其收敛特性进行分析。图 8 所示为 RD-2DPCA 各个阶段在 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 这 3 个人脸数据集中的收敛曲线。

(1)图 8(a)显示了 RD-2DPCA 在表示学习阶段的收敛行为。可以清晰观察到,在训练初期,原型对比损失便呈现出近似指数式的快速下降趋势,并在后续迭代中逐渐趋于平缓,最终收敛到一个极低且基本稳定的水平。这一收敛形态表明,在当前设置下,基于黎曼梯度的优化过程能够在较少迭代内有效降低原型对比损失并迅速进

入收敛区间,从而保证表示学习阶段训练过程的高效性与稳定性,为后续鲁棒降维阶段提供数值可靠的中间特征表示,并从实验角度进一步验证了算法 2 在随机扰动下的稳健收敛特性。

(2)图 8(b)的收敛曲线直观展示了算法 1 在迭代求解过程中目标函数值的变化趋势,反映了其动态特性。通过图 8(b)的实验结果可以发现,在 3 个数据集中其目标函数值均以严格单调递减的规律收敛,并在 10 次迭代内快速趋于稳定,由此确认了非贪婪迭代算法设计中闭式解的存在,并进一步支撑 RD-2DPCA 在实践中易于应用和性能可靠的优势。

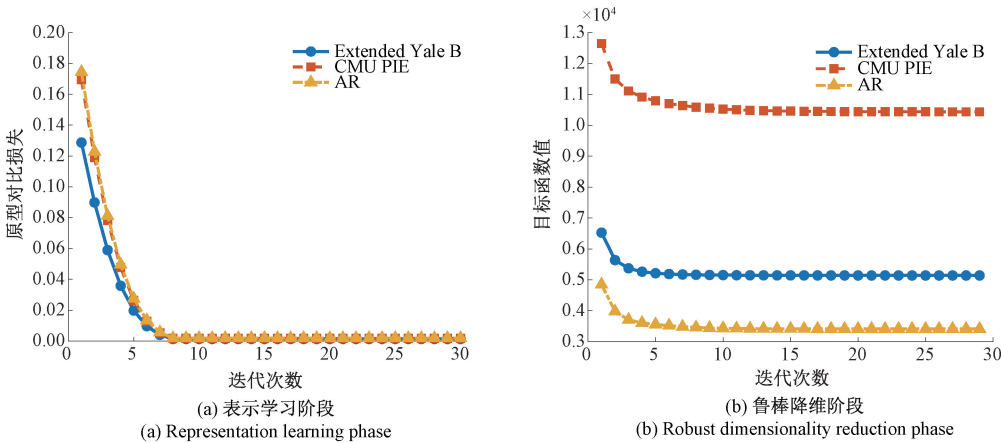


图 8 3 个人脸图像数据集中 RD-2DPCA 的收敛曲线

Fig. 8 The convergence curve of RD-2DPCA in three face image datasets

5 结 论

本文提出了一种新颖的递进式 RD-2DPCA 方法。RD-2DPCA 设计了原型驱动的动量对比学习机制,其通过动量更新维持特征表示的时序一致性,并利用在线聚类动态生成类别原型以在特征空间中构建语义一致的对比如约束,从而在全局尺度上增强类内一致性并扩大类间差异,为后续投影预先学习判别性更强且结构更稳定的判别性子空间。此外,RD-2DPCA 考虑构建自适应正弦角度策略,其能在兼顾投影数据重构误差与原始输入样本之间结构关系的基础上,自动地为每个样本数据匹配到当前状态下的最小重构误差,实现了在特征提取过程中对于噪声干扰的有效抑制。最后,黎曼梯度更新与自设计的非贪婪迭代算法的递进式设计,促使所提方法各阶段的目标函数值能够快速趋于稳定,保证了整体求解过程的数值稳定性与可实现性。在 Extended Yale B、CMU PIE 和 AR 3 个人脸图像数据集上的实验结果充分证实,RD-2DPCA 在识别性能和收敛速度方面均具有不俗的表现力。这项研究不仅为数据降维方法提供了新的思路,更为复杂观测环境下的人脸识别应用拓展了方向。

参考文献

- [1] 张晋婧,刘双峰,丰雷,等.融合注意力机制的人脸识别算法研究[J].国外电子测量技术,2023,42(2):107-113.
ZHANG J J, LIU S H F, FENG L, et al. Research on face recognition algorithm integrating attention mechanism[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2023, 42(2): 107-113.
- [2] 赖欣,王储,陈航.低照度下人脸检测 MSRCR 光频分段滤波增强算法[J].电子测量与仪器学报,2022,36(2):96-106.
LAI X, WANG C H, CHEN H. MSRCR optical frequency segmented filter enhancement algorithm in low-light face detection [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36 (2): 96-106.
- [3] 胡正平,何薇,王蒙,等.多层次深度网络融合人脸识别算法[J].模式识别与人工智能,2017,30(5):448-455.
HU Z H P, HE W, WANG M, et al. Multi-level deep network fused for face recognition [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2017, 30(5): 448-455.
- [4] GEWERS F L, FERREIRA G R, ARRUDA H F D, et al. Principal component analysis: A natural approach to

- data exploration[J]. ACM Computing Surveys (CSUR), 2021, 54(4): 1-34.
- [5] THARWAT A, GABER T, IBRAHIM A, et al. Linear discriminant analysis: A detailed tutorial [J]. AI COMMUNICATIONS, 2017, 30(2): 169-190.
- [6] NAIK G R, KUMAR D K. An overview of independent component analysis and its applications[J]. Informatica, 2011, 35(1): 63-81.
- [7] LU J, TAN Y P. Regularized locality preserving projections and its extensions for face recognition[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2010, 40(3): 958-963.
- [8] 施锦涛,陈磊,秦凯,等.基于时空相似性的即时学习在线建模[J].仪器仪表学报,2022,43(6):185-193.
SHI J T, CHEN L, QIN K, et al. Online modeling of just-in-time learning based on spatial-temporal similarity [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(6): 185-193.
- [9] LI X, PANG Y, YUAN Y. L1-Norm-Based 2DPCA[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2010, 40(4): 1170-1175.
- [10] WANG R, NIE F, YANG X, et al. Robust 2DPCA With Non-greedy ℓ_1 -Norm Maximization for Image Analysis[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, 45 (5): 1108-1112.
- [11] WANG Q, GAO Q, GAO X, et al. Optimal mean two-dimensional principal component analysis with F-norm minimization [J]. Pattern Recognition, 2017, 68: 286-294.
- [12] GAO Q, XU S, CHEN F, et al. R₁-2-DPCA and Face Recognition [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(4): 1212-1223.
- [13] GAO Q, MA L, LIU Y, et al. Angle 2DPCA: A new formulation for 2DPCA [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(5): 1672-1678.
- [14] WANG X, SHI L, LIU J, et al. Cosine 2DPCA with weighted projection maximization[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 34(12): 9643-9656.
- [15] 陈璇,毕鹏飞,胡志远.任意三角形结构2DPCA在水下光学图像识别中的应用[J].电子测量与仪器学报,2024,38(12):43-53.
CHEN X, BI P F, HU Z H Y. Arbitrary triangle structure 2DPCA and its application to underwater optical image recognition[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2024, 38(12): 43-53.
- [16] TAN Z, YANG H. Reweighted angle two-dimensional

- principal component analysis for feature extraction [J]. Pattern Recognition, 2025, 168: 111817.
- [17] BI P, CHEN M, DU X, et al. Double layer robust 2DPCA: Joint flexible cut norm and adaptive weighted learning for small sample size image recognition [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2025, 71(4): 10491-10506.
- [18] 程祺珺, 杨瑞峰, 郭晨霞. 基于掩码建模和对比学习的故障诊断方法[J]. 电子测量技术, 2024, 47(22): 129-135.
- CHENG Q J, YANG R F, GUO CH X. Fault diagnosis method based on masking modeling and contrastive learning [J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47(22): 129-135.
- [19] CHEN T, KORNBLITH S, NOROUZI M, et al. A simple framework for contrastive learning of visual representations[C]. International Conference on Machine Learning. PmlR, 2020: 1597-1607.
- [20] HE K, FAN H, WU Y, et al. Momentum contrast for unsupervised visual representation learning [C]. Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2020: 9729-9738.
- [21] LI J, ZHOU P, XIONG C, et al. Prototypical contrastive learning of unsupervised representations [J]. ArXiv, 2021. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2005.04966>.
- [22] WU Z, XIONG Y, YU S X, et al. Unsupervised feature learning via non-parametric instance discrimination[C]. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2018: 3733-3742.
- [23] 沈卉卉, 刘国武, 付丽华, 等. 一种基于修正动量的RBM算法[J]. 电子学报, 2019, 47(9): 1957-1964.
- SHEN H H, LIU G W, FU L H, et al. An algorithm based on modified momentum using restricted boltzmann machine[J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(9): 1957-1964.
- [24] 赵前进, 平昕瑞, 苏树智, 等. 标签敏感的多重集正交相关特征融合方法[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(10): 3458-3464.
- ZHAO Q J, PING X R, SU SH ZH, et al. Feature fusion method based on label-sensitive multi-set orthogonal correlation [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2022, 44(10): 3458-3464.
- [25] 梁志贞, 张磊. 面向 Kullback-Leibler 散度不确定集的正则化线性判别分析[J]. 自动化学报, 2022, 48(4): 1033-1047.
- LIANG ZH ZH, ZHANG L. Regularized linear discriminant analysis based on uncertainty sets from kullback-leibler divergence [J]. Acta Automatica Sinica, 2022, 48(4): 1033-1047.

作者简介



孙倩, 现为南京信息工程大学人工智能学院(未来技术学院)本科生, 主要研究方向为机器学习、深度学习、人脸识别。

E-mail: sunqian_nuist@163.com

Sun Qian is currently a B. Sc. candidate at the School of Artificial Intelligence/School of Future Technology, Nanjing University of Information Science and Technology. Her main research interests include machine learning, deep learning, and face recognition.



毕鹏飞(通信作者), 2021 年于哈尔滨工程大学获得博士学位, 现为南京信息工程大学讲师, 主要研究方向为机器学习、深度学习、模式识别、水下目标感知。

E-mail: pfcx@nuist.edu.cn

Bi Pengfei (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Harbin Engineering University in 2021. He is currently a lecturer at Nanjing University of Information Science and Technology. His main research interests include machine learning, deep learning, pattern recognition, and underwater target perception.