

DOI: 10.13382/j.jemi.B2508623

基于互质阵的分数阶累积量与虚拟插值 DOA 估计*

王安妮¹ 单泽彪^{1,2,3} 刘小松¹ 于艳鑫¹ 苏成志^{2,3}

(1. 长春理工大学电子信息工程学院 长春 130022; 2. 长春理工大学吉林省智能机器人高校协同创新中心 长春 130022;
3. 长春理工大学智能复合机器人吉林省校企联合技术创新实验室 长春 130022)

摘要:为解决 Alpha 稳定分布噪声和高斯色噪声混合环境下波达方向 (DOA) 估计问题,提出了一种互质阵列下基于分数阶累积量的前向预测与回溯正交匹配追踪 (FOC-LABOMP) 算法。首先,通过互质阵列构建信号接收模型,利用阵元间距的差分共阵获得虚拟阵列,引入孔洞插值技术将物理阵列的有效孔径扩展至虚拟阵列的连续区间,从而提升自由度和提高角度分辨率;其次,利用分数阶累积量的半不变特性,有效抑制高斯色噪声和 Alpha 稳定分布噪声的干扰。进一步,结合前向预测与回溯正交匹配追踪算法,通过原子内积计算相关度,预测原子在未来迭代中的性能选择最佳原子,加入回溯策略,提高稀疏恢复精度,最终得到 DOA 估计值。通过计算机仿真实验验证了算法的有效性,在 Alpha 稳定分布和高斯色混合噪声条件下,当混合信噪比为 0 dB 时,所提算法 DOA 估计的均方根误差为 0.536 8°,与相控分数低阶矩多重信号分类算法 (PFLOM-MUSIC) 相比,精度提升了 41.45%。仿真结果表明所提算法可在混合噪声下实现较高精度的 DOA 估计。

关键词:波达方向估计;互质阵列;高斯色噪声;Alpha 稳定分布噪声;分数阶累积量

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4

DOA estimation based on fractional-order cumulants and virtual interpolation using coprime arrays

Wang Anni¹ Shan Zebiao^{1,2,3} Liu Xiaosong¹ Yu Yanxin¹ Su Chengzhi^{2,3}

(1. School of Electronic and Information Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;
2. Jilin Provincial Collaborative Innovation Center for Intelligent Robots, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China; 3. Jilin Provincial University-Enterprise Joint Technological Innovation Laboratory for Intelligent Hybrid Robots, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

Abstract: To address the problem of direction-of-arrival (DOA) estimation in environments with mixed Alpha-stable distributed noise and Gaussian colored noise, a forward prediction and backtracking orthogonal matching pursuit algorithm based on fractional-order cumulants (FOC-LABOMP) is proposed under a coprime array framework. First, a signal reception model is constructed using the coprime array, where the difference co-array formed by sensor spacings is utilized to generate a virtual array. By introducing a hole-filling interpolation technique, the effective aperture of the physical array is extended to the continuous region of the virtual array, thereby enhancing the degrees of freedom and improving angular resolution. Second, the semi-invariant property of fractional-order cumulants is leveraged to effectively suppress the interference from both Gaussian colored noise and Alpha-stable noise. Furthermore, the proposed method incorporates a forward prediction and backtracking orthogonal matching pursuit algorithm, which evaluates the correlation of atoms via inner products and predicts their performance in future iterations to select the optimal atom. A backtracking strategy is employed to improve the accuracy of sparse recovery, ultimately yielding the estimated DOA values. The effectiveness of the proposed algorithm was validated through computer simulation experiments. Under mixed noise conditions consisting of Alpha-stable distribution and colored Gaussian noise, when the mixed signal-to-noise ratio (SNR) is 0 dB, the root mean square error of the proposed algorithm for DOA estimation is 0.536 8°, which improves the accuracy by 41.45% compared to the PFLOM-MUSIC algorithm. The simulation

收稿日期: 2025-07-31 Received Date: 2025-07-31

* 基金项目: 吉林省自然科学基金 (20250102050JC) 项目资助

results fully demonstrate that the proposed algorithm can achieve high-accuracy DOA estimation under mixed noise conditions.

Keywords: DOA estimation; coprime array; Gaussian-colored noise; Alpha-stable distributed noise; fractional order cumulant

0 引言

波达方向 (direction of arrival, DOA) 估计是阵列信号处理中的核心问题之一,在雷达、无线通信、声呐以及水声定位等领域具有广泛应用^[1-5]。传统 DOA 估计方法多依赖于均匀线性阵列 (uniform linear array, ULA),其结构简单、易于实现且具备良好的平移不变性。但是,ULA 在特定的阵列孔径下,其自由度受阵元个数限制;其次,常规的 ULA 难以处理信源数量超过阵元数的欠定问题。为克服上述问题,2010 年, Vaidyanathan 等^[6]提出了互质阵列 (coprime array, CA) 的结构模型,该结构能够在物理阵元数仅为 $M + N - 1$ 的情况下,通过差分共阵 (difference co-array, DCA) 构建 $O(MN)$ 量级的虚拟阵列,从而实现更高的角度分辨率与更多的等效阵元数,该特性使互质阵列在大规模阵列实现大孔径和高性能 DOA 估计方面展现出显著优势。但是,其在差分共阵的构造过程中,不可避免地会出现虚拟阵列部分位置缺失有效观测数据(“孔洞”)的问题。Liu 等^[7]通过改进差分集构造方式提出了增强型互质阵列, Tian 等^[8]提出适用于非均匀高斯白噪声环境的互质阵列 DOA 估计方法,但该方法舍弃了差分共阵的非连续部分,导致阵列信号模型不完整,限制了其潜在性能。因此,张彦奎等^[9]通过虚拟阵列流型重构与空域平滑技术,填充了虚拟阵列中的孔洞,实现了多重信号方向的超分辨率估计。Huang 等^[10]和 Shi 等^[11]设计稀疏孔洞填补策略的广义互质阵列结构, Zheng 等^[12]提出填充型互质阵列增加自由度并降低了互耦效应。综上可知引入孔洞插值技术,利用已知数据对缺失位置进行估计与补全,从而将虚拟阵列扩展为连续有效孔径,可有效提高阵列建模的完整性与算法性能。

另一方面,当前较多方法都假设噪声为高斯噪声,然而,实际观测数据往往受到高斯色或非高斯噪声的干扰。尤其是在二者混合环境下,传统基于二阶或高阶统计量的 DOA 估计算法性能显著下降,甚至失效。针对该问题,近年来研究者们提出了诸多 DOA 估计方法,如有界非线性协方差^[13] (bounded non-linear covariance, BNC)、分数阶累积量的前向预测正交匹配追踪算法 (FOC-based look ahead orthogonal matching pursuit, FOC-LAOMP)^[14]、分数低阶矩 (fractional lower order moment, FLOM)^[15]、相控分数低阶矩^[16] (phased fractional lower order moment, PFLOM)、残差拟合误差矩阵^[17]等方法,但这些方法在估计精度上仍有待提高。

基于上述分析,为解决 Alpha 稳定与高斯色混合噪声环境下的 DOA 估计问题,本文提出了一种基于分数阶累积量 (fractional order cumulant, FOC) 的前向预测与回溯正交匹配追踪算法 (FOC-based forward and backward orthogonal matching pursuit, FOC-LABOMP),分数阶累积量对高斯干扰具有天然抑制能力,并对非高斯噪声 (如 Alpha 稳定分布) 具有一定的稳健性。所提算法在现有 OMP 算法基础上,引入“原子预测”和“动态回溯”机制,前者通过评估原子在未来迭代中的贡献进行选择,后者在发现残差异常增长时回溯删除失配原子并替换,显著提升了稀疏重构精度与算法鲁棒性。通过构建分数阶累积量矩阵,并结合插值后的虚拟阵列,本文所提算法不仅有效抑制了混合噪声干扰,而且还具有比其他方法更优的估计性能。

1 互质阵列接收信号模型

互质阵列是由两个均匀的线性子阵组成,其中一个为 M 个阵元,间距为 N 个单位;另一个是 N 个阵元,间距为 M 个单位,阵元间距设为 $d = \lambda/2$, 阵列阵元定位于:

$$P = \{nMd, 1 \leq n \leq N-1\} \cup \{mNd, 1 \leq m \leq M-1\} \quad (1)$$

式中: M 和 N 为互质整数 ($M < N$)。由于这两个子阵列在第 0 个位置共享第一个阵元,因此在互质阵列中使用的阵元总数为 $M + N - 1$, 如图 1 所示。

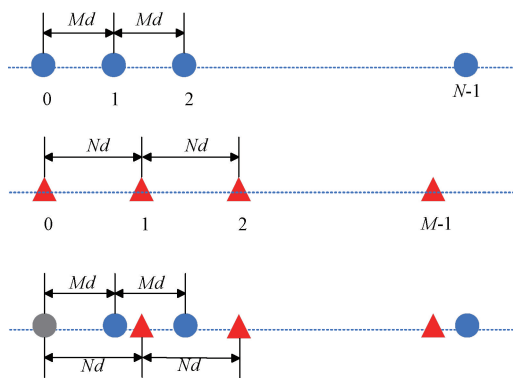


图 1 互质阵列结构

Fig. 1 The prototype coprime array configuration

假设有 K 个远场窄带信号分别从 $\theta_i, i = 1, 2, \dots, K$ 方向入射到阵列上,则互质阵列接收数据可表示为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}(t) = [x_0(t), \dots, x_{M-1}(t), \dots, x_{M+N-1}(t)]^T$ 为数据向量; $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 为导向矩阵;

$\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j2\pi d \sin \theta_k / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi(M+N-1) d \sin \theta_k / \lambda}]^T$ 表示 θ_k 方向上的导向向量; $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 为目标信号向量; $\mathbf{w}(t) = [w_0(t), w_1(t), \dots, w_{M+N-1}(t)]^T$ 为噪声向量。

在 L 次快拍下, 互质阵列数据模型可以表示为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S} + \mathbf{W} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(L)]$ 为观测数据矩阵; $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(1), \mathbf{s}(2), \dots, \mathbf{s}(L)]$ 为目标信号矩阵; $\mathbf{W} = [\mathbf{w}(1), \mathbf{w}(2), \dots, \mathbf{w}(L)]$ 为附加噪声矩阵。

2 基于 FOC 和虚拟插值的 DOA 估计

2.1 FOC 原理分析

假设 k 维随机变量 $\mathbf{H} = [h_1, h_2, \dots, h_k]$ 的联合概率密度函数为 $f(h_1, h_2, \dots, h_k)$, 令:

$$\begin{aligned} \Phi_p(u_1, u_2, \dots, u_k) &= \\ E[E_p((jz_1 u_1)^p) E_p((jz_2 u_2)^p) \dots E_p((jz_k u_k)^p)] &= \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(z_1, z_2, \dots, z_k) E_p((jz_1 u_1)^p) \dots & \\ E_p((jz_k u_k)^p) (dz_1)^p (dz_2)^p \dots (dz_k)^p & \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $E_p(\cdot)$ 为 Mittag-Leffler 函数, 且 $E_p((jzu)^p) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jzu)^{np}}{\Gamma(np+1)}, p(0 < p \leq 1)$ 表示分数阶参数, $E(\cdot)$ 表示数学期望, $\Gamma(\cdot)$ 为 gamma 函数, 称 $\Phi_p(u_1, u_2, \dots, u_k)$ 为随机变量 $\mathbf{H}$ 的分数阶矩母函数。此时对其取自然对数, 令:

$$\begin{aligned} \Psi_p(u_1, u_2, \dots, u_k) &= \ln[\Phi_p(u_1, u_2, \dots, u_k)] \quad (5) \\ \text{则称 } \Psi_p(u_1, u_2, \dots, u_k) &\text{ 为随机变量 } \mathbf{H} \text{ 的分数阶累积量母函数。} \end{aligned}$$

在 $u_1 = u_2 = \dots = u_k = 0$ 处, 对式(5)求广义多维分数阶泰勒级数展开得:

$$\begin{aligned} \Psi_p(u_1, u_2, \dots, u_k) &= \\ \sum_{q=0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(np+1)} \left\{ \left[u_1 \frac{\partial}{\partial u_1} + \dots + u_k \frac{\partial}{\partial u_k} \right]^{kp} \Psi_p \right\} \Big|_{u_1=\dots=u_k=0} &= \\ E_p \left(u_1^p \frac{\partial^p}{\partial u_1^p} \right) \dots E_p \left(u_k^p \frac{\partial^p}{\partial u_k^p} \right) \Psi_p \Big|_{u_1=\dots=u_k=0} & \end{aligned} \quad (6)$$

则 k 维随机变量 $h_1, h_2, \dots, h_k$ 的 $kp(k \in N^+, p \in (0, 1])$ 阶 FOC 的定义^[18] 为:

$$\begin{aligned} c^{kp} &= \text{cum}^{kp}[h_1^p, h_2^p, \dots, h_k^p] \triangleq \\ j^{-kp} \frac{\partial^{kp} \Psi_p(u_1, u_2, \dots, u_k)}{\partial^p u_1 \partial^p u_2 \dots \partial^p u_k} \Big|_{u_1=u_2=\dots=u_k=0} & \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $\text{cum}^{kp}[\cdot]$ 表示求 kp 阶 FOC; $\frac{\partial^{kp} \Psi_p(u_1, u_2, \dots, u_k)}{\partial^p u_1 \partial^p u_2 \dots \partial^p u_k}$

表示对 Ψ_p 求 k 阶左 Caputo 型分数阶微分。

为了保证对复变量做分数幂次运算不会破坏其相位

信息, 对复变量 x 定义一种特殊的分数幂形式, 记为:

$$\begin{aligned} x^{(p)} &= |x|^{p+1}/x^* = |x|^p \exp(j \arg(x)) = \\ |x|^p \exp(j \arg(x)) \exp(j(1-p) \arg(x)) &= \\ x^p \exp(j(1-p) \arg(x)) & \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\arg(\cdot)$ 表示复数 x 的相位角; $(\cdot)^*$ 表示取共轭, 即 $x^* = |x| e^{-j \arg(x)}$ 。式(8)保证了相位信息不变。

本文利用零延迟的 $4p$ 阶累积量对接收数据进行处理。在假设目标信号为相互独立的非高斯过程, 且与噪声之间互相统计独立的前提下, 其 $4p$ 阶累积量矩阵表示如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{L_1, L_2, L_3, L_4}^{4p} &= \\ \text{cum}^{4p}[x_{L_1}^{(p)}(t), x_{L_2}^{(p)}(t), x_{L_3}^{(p)*}(t), x_{L_4}^{(p)*}(t)] &= \\ \sum_{i_1=1}^K \sum_{i_2=1}^K \sum_{i_3=1}^K \sum_{i_4=1}^K a_{L_1}^{(p)}(\theta_{i_1}) a_{L_2}^{(p)}(\theta_{i_2}) a_{L_3}^{(p)*}(\theta_{i_3}) a_{L_4}^{(p)*}(\theta_{i_4}) & \\ \text{cum}^{4p}[s_{i_1}^{(p)}(t), \dots, s_{i_4}^{(p)*}(t)] + \text{cum}^{4p}[n_{L_1}^{(p)}(t), \dots, n_{L_4}^{(p)*}(t)] & \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $L_1, L_2, L_3, L_4 \in [1, M+N-1]$; $(\cdot)^{(p)}$ 表示式(8)所定义的求 p 次幂运算; $(\cdot)^{(p)*}$ 表示先求 p 次幂再取共轭。

2.2 基于虚拟插值的稀疏 DOA 模型

差分共阵的定义^[19-20] 可表示为:

$$\mathbf{L}' = \{l_d - l_{d'}\}, l_d, l_{d'} \in P_1 \quad (10)$$

式中: P_1 表示所有子阵阵元位置的集合; $l_d, l_{d'}$ 分别表示两个子阵各个阵元的位置; $\mathbf{L}'$ 表示由所有阵元位置差值构成的差分集。 $\mathbf{L}'$ 可以分别考虑为自差分共阵和互差分共阵:

$$\mathbf{L}' = \mathbf{L}_{sd} \cup \mathbf{L}_{cd} \quad (11)$$

其中, 互差分共阵又可进一步划分为前向差分集和后向差分集。自差分共阵是指两个子阵各自的差分集合的并集, 其阵元位置位于:

$$\mathbf{L}_{sd} = \{Mnd\} \cup \{Nmd\} \quad (12)$$

式中: $n \in [-(N-1), N-1]$; $m \in [-(M-1), M-1]$ 。此外, 前向差分集的阵元位置在:

$$\mathbf{L}_{cd}^+ = \{Nmd - Mnd\} \quad (13)$$

式中: $n \in [0, N-1]$; $m \in [0, M-1]$ 。对应的后向差分集的阵元位于:

$$\mathbf{L}_{cd}^- = \{-l_{cd} | l_{cd} \in \mathbf{L}_{cd}^+\} \quad (14)$$

因此, 差分共阵 $\mathbf{L}$ 中阵元位置的整个集合为:

$$\mathbf{L}' = \mathbf{L}_{sd} \cup \mathbf{L}_{cd}^+ \cup \mathbf{L}_{cd}^- \quad (15)$$

由式(14)可知, 差分共阵 $\mathbf{L}'$ 关于原点呈对称分布, 并且存在元素冗余。为获取差分共阵中连续虚拟阵元的接收信息, 可通过对 FOC 矩阵进行向量化操作, 从而构建互质阵列和差分共阵之间的统计关系:

$$\mathbf{z}(t) \triangleq \text{vec}(\mathbf{C}_{L_1, L_2, L_3, L_4}^{4p}) = \mathbf{A}_v \boldsymbol{\sigma}^2 + \boldsymbol{\sigma}_n^2 \mathbf{i}_v \quad (16)$$

式中: $\text{vec}(\cdot)$ 表示向量化运算, 可以变换为列向量; $\mathbf{A}_v = [\mathbf{a}^*(\theta_1) \otimes \mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}^*(\theta_2) \otimes \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}^*(\theta_K) \otimes \mathbf{a}(\theta_K)]$ 为差分共阵的导向向量矩阵; $\boldsymbol{\sigma}^2 = [\boldsymbol{\sigma}_1^2, \boldsymbol{\sigma}_2^2, \dots, \boldsymbol{\sigma}_K^2]^T$ 为信源的功率向量矩阵; $\boldsymbol{\sigma}_n^2$ 表示噪声功率向量矩阵; $\mathbf{i}_v$ 表示噪声矩阵; $\otimes$ 表示 Kronecker product 运算。因为式 (16) 和 (3) 的结构相似, 因此, 将 FOC 矩阵经过向量化运算得到的 $\mathbf{z}(t)$ 表达式作为虚拟阵列接收信号的模型。

由于 $\mathbf{C}^{4p}$ 经过向量运算后会存在多个重复的虚拟阵元, 因此将重复的阵元去除, 则形成原阵列对应的差分共阵, 取 $M = 3, N = 5$ 构成互质阵列, 得到的最大连续虚拟阵元为 $[-7d, 7d]$, 在 $[-11d, -8d, 8d, 11d]$ 处存在孔洞, 如图 2 所示。

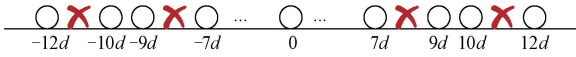


图2 等效差分虚拟共性阵

Fig. 2 Equivalent differential virtual co-array

由图 2 可知, 其自由度为 25, 得到的等效差分虚拟阵元含有 21 个阵元, 存在 4 个孔洞。为了充分利用虚拟阵元的信息, 需对差分共阵中存在的孔洞进行插值填补。

在均匀线阵中, 阵元排列呈线性分布, 其阵列结构可表示为:

$$e^{-j(m+1)\pi\sin\theta_i} = \sqrt{(e^{-jm\pi\sin\theta_i})^2 + (e^{-j(m+2)\pi\sin\theta_i})^2} \quad (17)$$

式中: $m_1, m_1 + 1, m_1 + 2$ 表示均匀线阵中依次排列的连续阵元位置。因此, 在虚拟阵列中, 任意一个虚拟阵元的响应同样也可以表示为此形式:

$$z_{m_1+1} \approx \sqrt{z_{m_1}^2 + z_{m_1+2}^2} \quad (18)$$

式中: z_{m_1} 和 z_{m_1+2} 分别表示位于孔洞两侧的两个相邻阵元的阵列响应。

通过对孔洞进行插值, 共增加了 N_0 个虚拟阵元, 因此虚拟阵列的总阵元数为 $2M(N-1)+1$ 。此时, 虚拟阵列的信号接收模型可表示为:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{B}_{v_1} \boldsymbol{\sigma}^2 + \boldsymbol{\sigma}_n^2 \mathbf{i}_{v_1} \quad (19)$$

式中: $\mathbf{B}_{v_1} = [\mathbf{b}^*(\theta_1) \otimes \mathbf{b}(\theta_1), \mathbf{b}^*(\theta_2) \otimes \mathbf{b}(\theta_2), \dots, \mathbf{b}^*(\theta_K) \otimes \mathbf{b}(\theta_K)]$ 为连续虚拟阵列的导向向量矩阵; $\mathbf{b}(\theta_k) = [1, e^{-j2\pi d \sin\theta_k/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(2M(N-1)+1)d \sin\theta_k/\lambda}]^T$ 表示 θ_k 方向上的 $(2M(N-1)+1) \times 1$ 维导向向量; $\mathbf{i}_{v_1}$ 表示连续虚拟阵列中的噪声矩阵。

经过虚拟插值处理后, 虚拟阵列的阵元位置已在空间上成连续分布, 并对虚拟阵列接收信号进行 FOC 矩阵计算, 根据式 (9) 可得 FOC 矩阵为:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{k_1, k_2, k_3, k_4}^{4p} &= \text{cum}^{4p}[x_{k_1}^{(p)}(t), \dots, x_{k_4}^{(p)*}(t)] = \\ &= \sum_{j_1=1}^K \sum_{j_2=1}^K \sum_{j_3=1}^K \sum_{j_4=1}^K b_{k_1}^{(p)}(\theta_{j_1}) \cdots b_{k_4}^{(p)*}(\theta_{j_4}) \end{aligned}$$

$$\text{cum}^{4p}[s_{j_1}^{(p)}(t), \dots, s_{j_4}^{(p)*}(t)] + \text{cum}^{4p}[n_{k_1}^{(p)}(t), \dots, n_{k_4}^{(p)*}(t)] \quad (20)$$

式中: $k_1, k_2, k_3, k_4 \in [1, 2M(N-1)+1]$ 。当 p 值选取符合一定条件时, 可得: $\text{cum}^{4p}[n_{k_1}^{(p)}(t), \dots, n_{k_4}^{(p)*}(t)] = 0$ 。

进一步化简式 (20) 表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^{4p} &= \sum_{j_1=1}^K \sum_{j_2=1}^K \sum_{j_3=1}^K \sum_{j_4=1}^K b_{k_1}^{(p)}(\theta_{j_1}) \cdots b_{k_4}^{(p)*}(\theta_{j_4}) \\ \text{cum}^{4p}[s_{j_1}^{(p)}(t), \dots, s_{j_4}^{(p)*}(t)] \end{aligned} \quad (21)$$

由于信号源相互独立, FOC 的运算并不会改变其参数的模值, 可将式 (21) 改写为:

$$\mathbf{C}^{4p} = [\mathbf{B}_{v_1} \odot \mathbf{B}_{v_1}^*]^H \tilde{\mathbf{C}}_s^{4p} [\mathbf{B}_{v_1} \odot \mathbf{B}_{v_1}^*]^H \quad (22)$$

式中: $\odot$ 表示 Khatri-Rao 积; $\tilde{\mathbf{C}}_s^{4p}$ 为 $K^2 \times K^2$ 维源信号的 $4p$ 阶累积量矩阵。又因为源信号相互独立, 当且仅当 $j_1 = j_2 = j_3 = j_4$ 时, $\text{cum}^{4p}[s_{j_1}^{(p)}(t), \dots, s_{j_4}^{(p)*}(t)] \neq 0$, 因此 $\tilde{\mathbf{C}}_s^{4p}$ 仅在主对角线上有 K 个非零元素, 即:

$$\tilde{\mathbf{C}}_s^{4p} = \text{diag}\{\tilde{\mathbf{C}}_s^{4p}, \dots, \tilde{\mathbf{C}}_s^{4p}\} \quad (23)$$

式中: $\tilde{\mathbf{C}}_s^{4p} = \text{cum}^{4p}\{s_k^{(p)}(t), s_k^{(p)}(t), s_k^{(p)*}(t), s_k^{(p)*}(t)\}$, $k \in [1, \dots, K]$ 。

将 $\tilde{\mathbf{C}}_s^{4p}$ 中所有元素全为零的行和列删除, 这样 $\tilde{\mathbf{C}}_s^{4p}$ 从 $K^2 \times K^2$ 维的对角矩阵转变为 $K \times K$ 维的对角矩阵, 记为 $\mathbf{C}_s^{4p} = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_K)$, 其中, $\gamma_k (k = 1, \dots, K)$ 。因此, 式 (22) 可化简为:

$$\mathbf{C}^{4p} = \mathbf{B}_{v_1} \mathbf{C}_s^{4p} \mathbf{B}_{v_1}^H \quad (24)$$

式中: $\mathbf{B}_{v_1}$ 为 $(2M(N-1)+1)^2 \times K$ 维的连续虚拟阵列的导向向量矩阵。

对式 (24) 进行向量化重构, 可表示为:

$$\mathbf{y} \triangleq \text{vec}(\mathbf{C}^{4p}) = \text{vec}(\mathbf{B}_{v_1} \mathbf{C}_s^{4p} \mathbf{B}_{v_1}^H) = \tilde{\mathbf{B}}_{v_1}(\theta) \boldsymbol{\gamma} \quad (25)$$

式中: $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_K]^T$ 是由矩阵 $\tilde{\mathbf{C}}_s^{4p}$ 删除所有元素全为零的行和列之后的主对角线上元素构成的列向量, $\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}(\theta)$ 为 $(2M(N-1)+1)^4 \times K$ 维的重构虚拟阵列导向向量矩阵, 其表达式为:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{B}}_{v_1}(\theta) &= \mathbf{B}_{v_1} \odot \mathbf{B}_{v_1}^* = \\ &= [\mathbf{b}_1(\theta_1) \otimes \mathbf{b}_1^*(\theta_1), \dots, \mathbf{b}_1(\theta_K) \otimes \mathbf{b}_1^*(\theta_K)] = \\ &= [\tilde{\mathbf{b}}_1(\theta_1), \dots, \tilde{\mathbf{b}}_1(\theta_K)] \end{aligned} \quad (26)$$

式中: $\mathbf{b}_1(\theta_k) = \mathbf{b}^*(\theta_k) \otimes \mathbf{b}(\theta_k)$ 表示 θ_k 方向上的连续虚拟阵列的导向向量; $\tilde{\mathbf{b}}_1(\theta_k)$ 表示 θ_k 方向上的重构导向向量。

根据式 (25) 构造基于 FOC 的稀疏 DOA 模型, 并将 DOA 估计问题转化成稀疏信号重构问题。为此, 将角度

范围 $(-90^\circ, 90^\circ]$ 按一定间隔均匀等分, 生成的角度序列为 $\tilde{\theta} = [\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_{N_1}]$, $N_1 > M + N - 1$, 其中, N_1 表示网格数, $d_r = |\tilde{\theta}_1 - \tilde{\theta}_2|$ 表示网格间距, 当网格足够密集时就可以假设信号均落在网格上, 由于 N_1 远远大于 K , 则

定义稀疏信号列向量 $\tilde{s}$ 和稀疏重构导向向量矩阵

$\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}(\tilde{\theta})$ 分别为:

$$\tilde{s} = [\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_{N_1}]^T \quad (27)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}(\tilde{\theta}) = [\tilde{\mathbf{b}}(\tilde{\theta}_1), \tilde{\mathbf{b}}(\tilde{\theta}_2), \dots, \tilde{\mathbf{b}}(\tilde{\theta}_{N_1})] \quad (28)$$

式中: $\tilde{s}$ 中仅仅有 K 个非零元素, 并且第 n_1 个非零元素 $\tilde{s}_{n_1}$ 在列向量 $\tilde{s}$ 中的位置代表了信号在空间范围的角度 $\tilde{\theta}_{n_1}$, 如果 $\tilde{\theta}_{n_1} = \theta_k$, 则有 $\tilde{s}_{n_1} = \gamma_k$ 。虚拟阵列稀疏信号空间分解如图 3 所示。

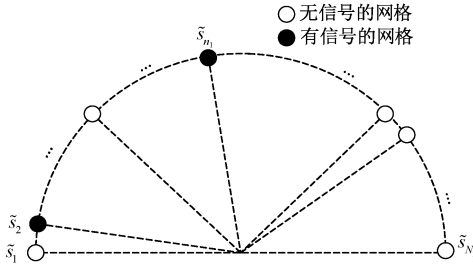


图 3 虚拟阵列稀疏信号空间分解示意图

Fig. 3 Illustration of sparse subspace reconstruction for the virtual array

根据式 (27) 和 (28) 定义可知, 式 (25) 可以稀疏表示为:

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{B}}_{v_1}(\tilde{\theta}) \tilde{s} \quad (29)$$

式 (29) 是欠定的, 根据稀疏表示理论, 可将其转化为最小 l_0 范数的带约束最优化问题进行求解:

$$\tilde{s} = \operatorname{argmin} \|\tilde{s}\|_0, \text{ s. t. } \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{B}}_{v_1}(\tilde{\theta}) \tilde{s} \quad (30)$$

式中: $\|\cdot\|_0$ 表示求 $\tilde{s}$ 的 l_0 范数, 即 $\tilde{s}$ 中非零元素的个数。由于无法确定 l_0 范数优化问题的最优性, 因此, 将最小化 l_0 范数优化问题转变为带有不等式约束的优化问题:

$$\min \|\tilde{s}\|_0 \text{ s. t. } \|\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{B}}_{v_1}(\tilde{\theta}) \tilde{s}\|_2 \leq \varepsilon \quad (31)$$

式中: $\|\cdot\|_2$ 表示求 l_2 范数; ε 则表示拟合误差的最大值。通过求解式 (31) 中的优化问题, 可以获得向量 $\tilde{s}$, 从而根据其非零元素所在的位置确定目标信号在空域中的方向角。为了解决这个问题, 可以利用 $\tilde{s}$ 的稀疏性, 采用前向预测与回溯正交匹配追踪算法来解决。

3 前向预测与回溯正交匹配追踪算法

3.1 算法原理分析

传统 OMP 算法在求解式 (31) 时, 根据残差与原子内积的绝对值选择相关性最高的原子。然而其不能保证所选原子的残差绝对值最小, 导致 DOA 估计精度有限。在 OMP 算法中引入前向预测与回溯策略不仅可以选择使残差绝对值最小的原子, 还能剔除其中的失配原子, 从而提高算法的估计精度。

前向预测与回溯正交匹配追踪算法的关键在于选取原子构造支撑集。1) 计算原子与残差之间的内积, 取其模值最大的 K 个原子索引, 构成初步待选索引集 $\mathbf{F} = [f_1, f_2, \dots, f_K]^T$; 2) 测试每个索引对应的原子对未来重构性能的影响, 选出使残差最小的原子索引; 3) 在前向预测完成后, 进一步进行残差变化判断, 遍历支撑集中的每个原子, 剔除失配原子。

前向预测与回溯策略的伪码

输入: 稀疏重构导向向量矩阵 $\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}$, 观测值 $\mathbf{y}$, 预测参数 U , 回溯阈值 ε , 待选索引集 $\mathbf{F}^{(k)}$, 原子索引集 $\mathbf{I}^{(k-1)}$ 。
初始化: 循环标志 $t = 0$, 残差集合 $\mathbf{r}_t = \emptyset$, 支撑集 $\mathbf{T}_t = \emptyset$ 。
1) $t = t + 1$;
2) 更新支撑集 $\mathbf{T}_t = \mathbf{I}^{(k-1)} \cup f_t^{(k)}$;
3) 更新原子系数 $\boldsymbol{\rho}_t = (\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}^H \tilde{\mathbf{B}}_{v_1} \mathbf{T}_t)^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_{v_1}^H \mathbf{y}$;
4) 更新前向预测残差 $\mathbf{r}_t = \mathbf{y} - \tilde{\mathbf{B}}_{v_1} \mathbf{T}_t \boldsymbol{\rho}_t$, 并计算其范数 $\|\mathbf{r}_t\|_2$;
5) 找到对重构误差影响最大的原子 $f^* = \operatorname{argmax}_{f \in \mathbf{T}} \|\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{B}}_{v_1} \mathbf{T} \setminus f \boldsymbol{\rho}_t\|_2$;
6) 从支撑集删除该原子 $\mathbf{T} \leftarrow \mathbf{T} \setminus \{f^*\}$, 并更新残差范数 $\|\mathbf{r}_{tmp}\|_2$;
7) 若 $\|\mathbf{r}_{tmp}\|_2 < \|\mathbf{r}_t\|_2 - \varepsilon$, 则将该原子剔除, 更新步骤 2) ~ 4);
8) 判断是否满足 $t \geq U$ 。如果满足则停止当前循环; 如果不满足执行步骤 1);
9) 最小残差次数 $t = \arg \min_{t=1,2,\dots,L} \|\mathbf{r}_t\|_2$ 。
输出: 输出支撑集合 $\mathbf{T}_t$ 、输出残差 $\mathbf{r}_t$ 。

为了后续方便描述算法, 可将上述过程定义为 lar 函数, 即:

$$[\mathbf{T}_t, \mathbf{r}_t] = \operatorname{lar}(\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}, \mathbf{y}, \mathbf{I}^{(k-1)}, \mathbf{F}^{(k)}, U) \quad (32)$$

式中: $\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}$ 表示稀疏重构导向矢量矩阵 $\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}(\tilde{\theta})$; $\mathbf{I}^{(k-1)}$ 表示第 $k-1$ 次迭代后的原子索引集; $\mathbf{F}^{(k)}$ 表示第 k 次迭代时的待选原子索引集。

3.2 算法步骤

利用分数阶累积量和虚拟插值构建了稀疏 DOA 估计模型, 可抑制 Alpha 稳定噪声与高斯色噪声的干扰, 进而通过前向预测与回溯正交匹配跟踪算法对信号进行稀

疏重构得到稀疏解。

稀疏重构伪码

输入:稀疏重构导向矢量矩阵 $\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}$, 观测值 $\mathbf{y}$, 稀疏度 K ;
 初始化:残差向量 $\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{y}$, 待选原子索引集 $\mathbf{F}^{(0)} = \emptyset$, 支撑集 $\mathbf{I}^{(0)} = \emptyset$, 循环标志 $l = 0$.
 1) $l = l + 1$;
 2) 计算内积 $\mathbf{g}^{(l)} = \tilde{\mathbf{B}}_{v_1}^T \mathbf{r}^{(l-1)}$;
 3) 组成待选原子索引集 $\mathbf{F}^{(l)} = \text{supp}((\mathbf{g}^{(l)})_K)$;
 4) 选择最佳原子:
 $[\mathbf{I}^{(l)}, \mathbf{r}^{(l)}] = \text{lar}(\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}, \mathbf{y}, \mathbf{I}^{(l-1)}, \mathbf{F}^{(l)}, K)$;
 5) 判断是否满足 $l \geq K$. 如果满足则停止当前循环;如果不满足则执行步骤(1);
 6) $\boldsymbol{\rho} = (\tilde{\mathbf{B}}_{v_1}^H \tilde{\mathbf{B}}_{v_1} \mathbf{I}^{(l)})^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_{v_1}^H \mathbf{I}^{(l)} \mathbf{y}$.
 输出:稀疏信号 $\hat{\mathbf{s}}(\mathbf{I}) = \boldsymbol{\rho}$.

4 仿真实验与分析

为验证所提 FOC-LABOMP 算法的优越性,在相同条件下,通过仿真实验对 FOC-LABOMP 算法, PFLOM-MUSIC(PFLOM-multiple signal classification)算法和 FOC-LAOMP 算法进行比较,同时针对 FOC-LABOMP 算法验证互质阵列的优越性。

1) 实验 1

算法有效性验证。针对所提算法对含 Alpha 稳定分布和高斯色噪声的多个信号 DOA 估计进行有效性验证。实验条件:假设信号源入射角度分别为 -55° 、 -6° 和 72° , 两个子阵的阵元数分别为 $M = 3, N = 5$, 快拍数 $L = 200$, 特征指数 $\alpha = 1.5$, 角度预划分网格间距为 1° , 蒙特卡洛实验次数 200, 高斯色噪声信噪比(signal to noise ratio, SNR)和 Alpha 噪声广义信噪比(generalized signal to noise ratio, GSNR)均设置为 0 dB。图 4 所示为 FOC-LABOMP 算法的估计效果。由图 4 可知,所提算法可以实现对 3 个目标角度的有效估计,验证了所提算法的可行性。

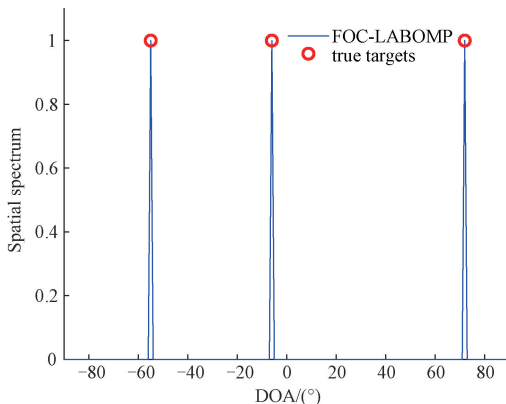


图 4 三信源波达方向估计结果

Fig. 4 Estimated DOA of three sources

2) 实验 2

不同 Alpha 噪声广义信噪比下算法性能对比实验。实验条件:Alpha 噪声广义信噪比从 -10 dB 增长到 10 dB,高斯色噪声信噪比 $\text{SNR} = 0$ dB;其他实验条件与实验 1 相同。均匀线阵下 FOC-LABOMP 算法的阵元数为 9。图 5 所示为 Alpha 噪声变化下的算法性能对比曲线。由图 5 可知,随着 GSNR 的逐渐增加,4 种算法的均方根误差(root mean square error, RMSE)均逐渐降低,且 FOC-LABOMP 算法明显优于其他 3 种算法,包括均匀线阵下的 FOC-LABOMP 算法。这表明 FOC-LABOMP 算法在不同程度的 Alpha 噪声条件下均具有较高的估计精度。

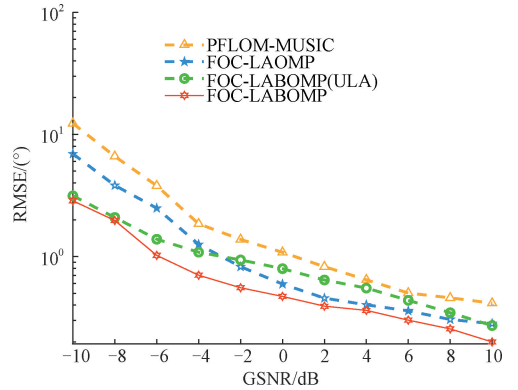


图 5 Alpha 噪声变化下的算法性能对比曲线

Fig. 5 Algorithm performance comparison curves under Alpha noise variation

3) 实验 3

不同高斯色噪声信噪比下算法性能对比实验。实验条件:高斯色噪声信噪比从 -10 dB 增长到 10 dB;Alpha 噪声广义信噪比 $\text{GSNR} = 0$ dB;其他实验条件与实验 1 相同。图 6 所示为高斯色噪声变化下的算法性能对比曲线。由图 6 可知,与另外 3 种算法相比,FOC-LABOMP 算法的 RMSE 最小。其中在 $\text{SNR} = -8$ dB 时,FOC-LABOMP 算法的 $\text{RMSE} < 1^\circ$ 。在整个范围内,互质阵列下的 FOC-LABOMP 算法明显优于均匀线阵,尤其是在低信噪比下更为明显。

4) 实验 4

不同 Alpha 噪声特征指数算法性能对比实验。实验条件:Alpha 噪声广义信噪比 $\text{GSNR} = 0$ dB,高斯色噪声信噪比 $\text{SNR} = 0$ dB,特征指数 α 从 1.1 逐渐增长到 2;其他条件与实验 1 相同。图 7 所示为不同特征指数的算法性能对比曲线。随着特征指数 α 的减小,Alpha 噪声的冲击特性越加强烈。由图 7 可知,所提算法相较对比方法均具有更小的均方根误差,表明其具有更优的抑制噪声冲击特性的性能。

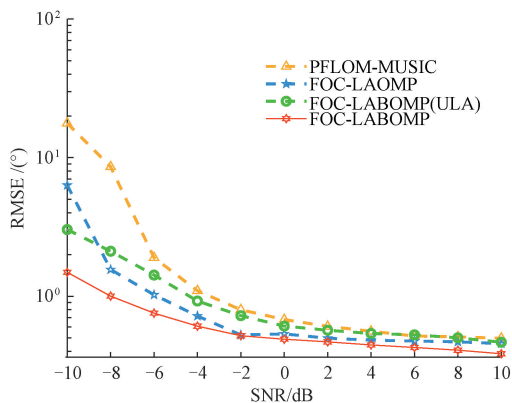


图 6 高斯色噪声变化下的算法性能对比曲线

Fig. 6 Comparison curves of algorithm performance under Gaussian color noise variations

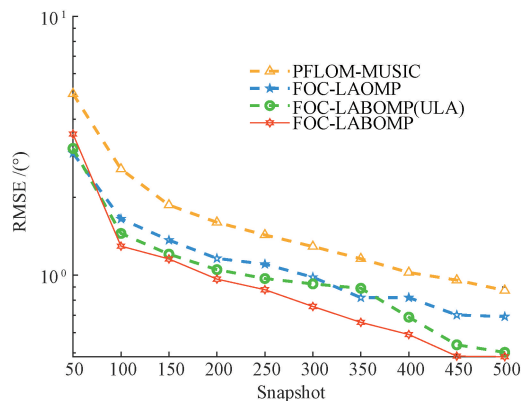


图 8 不同快拍数的算法性能对比曲线

Fig. 8 Performance comparison curves of algorithms with different snapshot rates

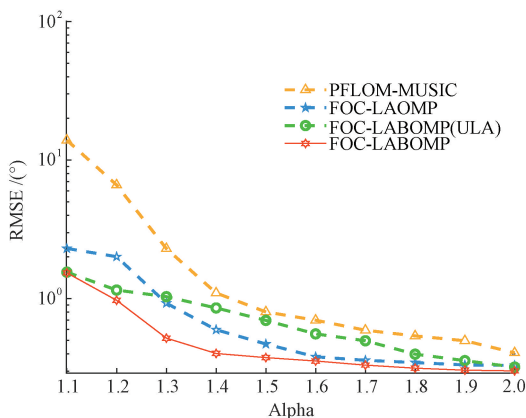


图 7 不同特征指数的算法性能对比曲线

Fig. 7 Performance comparison curves of algorithms with different feature indices

5) 实验 5

不同快拍数下算法性能对比实验。实验条件: Alpha 噪声广义信噪比 $GSNR=0$ dB, 高斯色噪声信噪比 $SNR=0$ dB; 快拍数从 50 增长到 500。图 8 所示为不同快拍数的算法性能对比曲线。由图 8 可知, 随着快拍数的增加, 4 种算法的 RMSE 均逐渐降低。相较对比算法, 所提算法在不同快拍数条件下均具有更小的估计误差, 同样表明所提算法具有更优的估计性能。

6) 实验 6

不同混合噪声信噪比下算法性能对比实验。实验条件: 混合噪声总信噪比 (TSNR) 从 -10 dB 增长到 10 dB, 其他实验条件与实验 1 相同。图 9 所示为混合噪声变化下的算法性能对比曲线。由图 9 可知, 在不同混合噪声信噪比条件下, 与另外 3 种算法相比, 所提算法在不同信噪比范围内均表现出最优的估计性能。其中当混合信噪比为 0 dB 时, 所提算法 DOA 估计的均方根误差为

0.5368° , 与 PFLOM-MUSIC 算法相比, 精度提升了 41.45% 。针对相同算法, 采用互质阵列的 FOC-LABOMP 也优于均匀线阵, 表明互质阵列结构在 DOA 稀疏重构问题中能更好地扩展虚拟孔径, 提高了噪声抑制能力以及参数估计精度。

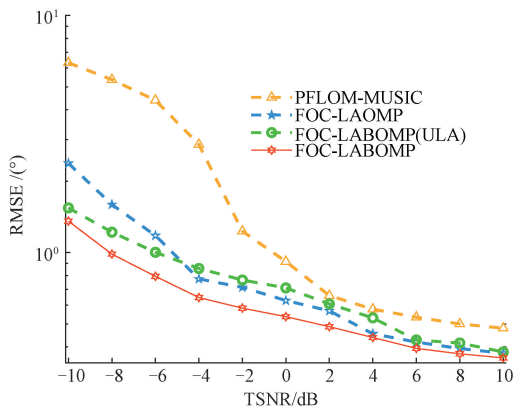


图 9 混合噪声变化下的算法性能对比曲线

Fig. 9 Performance comparison curves of algorithms under mixed noise variation

5 结 论

为实现 Alpha 稳定分布噪声和高斯色噪声混合环境下的 DOA 估计, 本文提出一种基于互质阵的分数阶累积量和虚拟插值 DOA 估计算法。所提方法引入分数阶累积量以有效抑制混合噪声的干扰, 通过互质阵列构建虚拟阵列流型并利用孔洞插值扩展阵列孔径, 显著提升了系统的自由度和角度分辨力, 同时利用前向预测与回溯正交匹配追踪算法, 有效修正稀疏重构过程中的误选原子问题, 提高了 DOA 估计的精度与鲁棒性。最后经仿真实验对所提算法进行了有效性验证, 在 Alpha 稳定分布

和高斯色混合噪声条件下,当信噪比为 0 dB 时,多目标 DOA 估计的均方根误差为 0.5368° ,充分表明了所提算法的有效性和鲁棒性。

参考文献

- [1] 陈果, 卢永刚. 宽带声源方位估计的多频稀疏贝叶斯学习改进算法[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(5): 302-312.
CHEN G, LU Y G. An improved multi-frequency sparse Bayesian learning algorithm for wideband acoustic source direction-of-arrival estimation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(5): 302-312.
- [2] 单泽彪, 薛泓垚, 刘小松, 等. 基于双曲复合函数近似 l_0 范数的 DOA 估计[J]. 电子测量技术, 2023, 46(22): 49-55.
SHAN Z B, XUE H Y, LIU X S, et al. DOA estimation based on a hyperbolic composite function approximated l_0 -norm [J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(22): 49-55.
- [3] 刘轩宇, 李鹏, 张立豪, 等. 联合 TCT 和 W-SpSF 的气体泄漏定位[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(5): 215-222.
LIU X Y, LI P, ZHANG L H, et al. Gas leakage localization using combined TCT and W-SpSF methods [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(5): 215-222.
- [4] RUAN N J, WANG H, WEN F Q, et al. DOA estimation in B5G/6G: Trends and challenges [J]. Sensors, 2022, 22(14): 5125.
- [5] 刘素娟, 崔程凯, 郑丽丽, 等. 基于压缩感知的贪婪类重构算法原子识别策略综述[J]. 电子与信息学报, 2023, 45(1): 361-370.
LIU S J, CUI CH K, ZHENG L L, et al. A review of atom selection strategies in greedy reconstruction algorithms based on compressive sensing [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2023, 45(1): 361-370.
- [6] VAIDYANATHAN P P, PAL P. Coprime sampling and the MUSIC algorithm [C]. 2011 Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting (DSP/SPE). IEEE, 2011: 289-294.
- [7] LIU CH L, VAIDYANATHAN P P. Remarks on the spatial smoothing step in Coarray MUSIC [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(9): 1438-1442.
- [8] TIAN Y, SHI H Y, XU H. DOA estimation in the presence of unknown non-uniform noise with coprime array [J]. Electronics Letters, 2017, 53(2): 113-115.
- [9] 张彦奎, 许海韵, 巴斌, 等. 基于互质阵列重构的高维波达方向估计算法[J]. 电子学报, 2018, 46(12): 2923-2929.
- [10] HUANG L J, ZHOU Q, LIAO SH H, et al. Augmented co-prime array for enhanced DOA estimation with hole identification and filling strategies [J]. Signal Processing, 2024, 220: 0165-1684.
- [11] SHI J P, WEN F Q, LIU Y X, et al. Enhanced and generalized coprime array for direction of arrival estimation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(2): 1327-1339.
- [12] ZHENG W, ZHANG X F, WANG Y F, et al. Padded coprime arrays for improved DOA estimation: Exploiting hole representation and filling strategies [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 4597-4611.
- [13] ZHANG J C, QIU T S, LUAN S Y, et al. Bounded non-linear covariance based ESPRIT method for noncircular signals in presence of impulsive noise [J]. Digital Signal Processing, 2019, 87: 104-111.
- [14] SHAN Z B, YAO R G, LIU X S, et al. DOA estimation for acoustic vector sensor array based on fractional order cumulants sparse representation [J]. Physical Communication, 2024, 67: 1-11.
- [15] 单泽彪, 薛泓垚, 刘小松, 等. Alpha 稳定分布噪声下基于近似 l_0 范数稀疏重构的 DOA 估计[J]. 吉林大学学报(工学版), 2025, 55(3): 1093-1102.
SHAN Z B, XUE H Y, LIU X S, et al. DOA estimation based on approximate l_0 -norm sparse reconstruction under alpha-stable noise [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2025, 55(3): 1093-1102.
- [16] 单泽彪, 姚瑞广, 刘小松, 等. 一种抗冲击噪声的高精度波达方向估计算法[J]. 西安交通大学学报, 2025, 59(4): 193-202.
SHAN Z B, YAO R G, LIU X S, et al. A high-accuracy direction-of-arrival estimation algorithm robust to impulsive noise [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2025, 59(4): 193-202.
- [17] ZENG W J, SO H C, HUANG L. l_p -MUSIC: Robust direction-of-arrival estimator for impulsive noise environments [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(17): 4296-4308.
- [18] SHI Y R, YU D L, SHI H Y, et al. A new concept of fractional order cumulant and it-based signal processing in α and/or Gaussian noise [J]. IEEE Transactions on

Information Theory, 2020, 67(3): 1849-1863.

[19] YANG M L, SUN L, YUAN X, et al. Improved nested array with hole-free DCA and more degrees of freedom[J]. Electronics Letters, 2016, 52(25): 2068-2070.

[20] LING X F, ZHU H Z. Extended aperture DOA estimation using coprime arrays via coarray interpolation [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2022, 41(11): 6222-6237.

作者简介



王安妮,2022 年于吉林工程技术师范学院获得学士学位,现为长春理工大学硕士研究生,主要研究方向为阵列信号处理、压缩感知技术。

E-mail: 18843981317@163.com

Wang Anni received her B. Sc. degree

from Jilin Engineering and Technology Normal University in 2022. Now she is a M. Sc. candidate at Changchun University of Science and Technology. Her main research interests include array signal processing and compressed sensing technology.



单泽彪 (通信作者),2016 年于吉林大学获得博士学位,现为长春理工大学副教授、硕士生导师,主要研究方向为弱信号检测、阵列信号处理以及压缩感知技术。

E-mail: zbshan@cust.edu.cn

Shan Zebiao (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Jilin University in 2016. Now he is an associate professor and M. Sc. supervisor at Changchun University of Science and Technology. His main research interests include weak signal detection, array signal processing and compressed sensing technology.