

DOI: 10.13382/j.jemi.B2508238

# Scara 机器人关节摩擦模型参数辨识及补偿\*

彭达 赖惠鸽 余圻操 熊垒垒 杨明 毛坤

(宁夏大学机械工程学院 银川 750021)

**摘要:**为解决 Scara 机器人关节摩擦导致定位精度下降的问题,提出了一种改进的人工萤火虫算法来识别摩擦模型参数,在传统算法的基础上进行了两方面优化,结合 Levy 飞行策略和惯性因子,利用非高斯随机游走和自适应惯性权重对陷入局部最优的萤火虫进行随机初始化,提升算法的全局搜索能力;引入模拟退火算法对潜在最优解进行局部退火操作,提高了算法的局部寻优能力。通过测试函数性能分析以及参数辨识实验,表明改进的人工萤火虫算法相较于其他优化算法具有更好的寻优性能。最后,为了进一步验证通过算法辨识所得摩擦模型的有效性,设计了基于摩擦补偿的模糊 PID 控制器进行机器人轨迹跟踪控制实验。实验结果表明,识别的摩擦模型精度较高,并且提出的控制方法相较于仅用模糊 PID 控制方法能够有效抑制关节摩擦对 Scara 机器人轨迹跟踪控制的不利影响,机器人两关节的位置跟踪误差分别减少了 76.1% 和 81.9%,进一步提高了机器人的定位精度。

**关键词:**改进人工萤火虫算法;参数辨识;摩擦模型;模糊 PID;Scara 机器人

**中图分类号:**TP242      **文献标识码:**A      **国家标准学科分类代码:**460.99

## Parameter identification and compensation of joint friction model of Scara robot

Peng Da Lai Huige Yu Checao Xiong Leilei Yang Ming Mao Kun

(School of Mechanical Engineering, Ningxia University, Yinchuan 750021, China)

**Abstract:** To address the issue of reduced positioning accuracy caused by joint friction in Scara robots, an improved glowworm swarm optimization is proposed to identify the parameters of the friction model. Two optimizations are made on the basis of the traditional algorithm: by combining the Levy flight strategy and inertia factor, non-Gaussian random walks and adaptive inertia weights are utilized to randomly initialize fireflies trapped in local optima, enhancing the algorithm's global search capability; the simulated annealing algorithm is introduced to perform local annealing operations on potential optimal solutions, improving the algorithm's local optimization ability. Through performance analysis of test functions and parameter identification experiments, the results show that the improved artificial firefly algorithm has better optimization performance compared to other optimization algorithms. Finally, to further verify the effectiveness of the friction model identified through the algorithm, a fuzzy PID controller based on friction compensation is designed for the robot trajectory tracking control experiment. The experimental results indicate that the identified friction model has high accuracy, and the proposed control method can effectively suppress the adverse effects of joint friction on the trajectory tracking control of Scara robots compared to using only the fuzzy PID control method. The position tracking errors of the two joints of the robot are reduced by 76.1% and 81.9% respectively, further improving the positioning accuracy of the robot.

**Keywords:** improved glowworm swarm optimization; parameter identification; friction model; fuzzy PID; Scara robot

## 0 引言

Scara 机器人因其在水平面上具有良好的选择顺应性以及垂直平面内具有良好的刚度特性,能在较大的空间范围内实现高速、高精度的运动等优点,在各种高精度装配作业中得到了广泛应用,尤其广泛应用于 3C 行业<sup>[1-3]</sup>。轨迹跟踪精度是衡量 Scara 机器人工作性能优劣的关键性指标,而关节摩擦是影响机器人跟踪精度和定位精度的重要因素,为了提高 Scara 机器人的运动性能,需要对其关节摩擦力进行补偿<sup>[4]</sup>。

摩擦作为一种复杂的非线性自然现象,几乎存在于所有运动系统中,是引起机器人产生轨迹跟踪误差的一大重要因素<sup>[5]</sup>。选择一个合适的摩擦模型对机器人关节摩擦进行建模是进行摩擦补偿控制的一个重要前提条件。目前学术界已经提出了多种数学模型对摩擦现象进行描述,例如经典的静摩擦+库仑+粘滞摩擦力模型、Stribeck 模型、Kamopp 模型、Dahl 模型、LuGre 模型<sup>[6]</sup>等。其中, LuGre 模型最为常用,是一种能用简单的一阶微分方程描述各类摩擦现象的动态模型,能够更精确地反映摩擦力粘-滑运动、摩擦滞环、预滑位移等真实特性<sup>[7]</sup>。LuGre 模型包括鬃毛阻尼系数和鬃毛刚度系数两个动态参数以及粘性摩擦系数、静摩擦系数、库仑摩擦系数和 Stribeck 速度系数 4 个静态参数。

针对摩擦模型参数辨识补偿问题, Hirschorn 等<sup>[8]</sup>提出一种基于 LuGre 模型进行建模的动态补偿方法,取得了较为理想的效果。Iwasaki 等<sup>[9]</sup>针对精密工作台的摩擦补偿问题,基于 LuGre 模型设置扰动观测器来抑制预滑动摩擦,并通过实验进行了证明,系统的控制精度得到提升,但由于模型参数辨识的复杂性,该方法并未得到大规模应用。Wilhelm 等<sup>[10]</sup>提出了一种主动摩擦补偿控制方法,该方法基于 LuGre 模型,对静摩擦力和动摩擦力进行补偿并进行了实验研究,取得了比较理想的效果。高炳微等<sup>[11]</sup>提出了一种改进的萤火虫算法对 LuGre 模型进行精确辨识,并基于辨识模型搭建摩擦状态观测器对伺服系统的摩擦力进行补偿控制。姜金叶等<sup>[12]</sup>提出了一种改进粒子群优化算法以精准辨识改进 LuGre 模型的未知参数。结合改进后的模型和结构不变性原理,设计了一个摩擦补偿器,有效抑制了平峰和爬行现象,提高了电液伺服系统的轨迹跟踪精度。党选举等<sup>[13]</sup>针对液压系统的摩擦补偿问题,提出对 LuGre 模型进行辨识,并基于双状态滑模估计器对不确定性参数进行估计,提高了整个系统的位置跟踪精度。

由于 LuGre 模型内部状态变量无法准确测量,模型参数的辨识精度难以提高,目前主要采用两步法与各种优化算法相结合的辨识方法进行模型参数辨识<sup>[14-16]</sup>。但

是目前传统的优化算法目标函数复杂,辨识精度和收敛性难以保证<sup>[17-18]</sup>。人工萤火虫算法 (glowworm swarm optimization, GSO) 因其目标函数简单、参数少、收敛迅速等特点被广泛应用于各类寻优问题中。此外,基于精确摩擦模型的机器人关节摩擦力补偿能够显著提高机器人的跟踪精度。相较于未进行摩擦补偿的其他控制方法,基于摩擦模型的前馈补偿控制方法能够直接对机器人关节摩擦力进行计算补偿,实现高精度控制。

本文针对 Scara 机器人关节摩擦导致定位精度下降的问题,采用 LuGre 摩擦模型对关节的摩擦力进行建模,提出一种改进人工萤火虫算法对该摩擦模型参数进行辨识,解决了基础人工萤火虫算法存在的早熟,易陷入局部最优和反复震荡的问题。然后结合辨识得到的精确模型和模糊 PID 控制方法,提出了一种摩擦补偿和模糊 PID 协同控制的方法。最后,为了验证协同控制器的有效性,设计了两组关节轨迹跟踪对比实验。通过与无摩擦补偿的控制方法进行跟踪效果对比,验证了本文所提方法具有更好的补偿控制效果,实现了机器人轨迹跟踪精度的提高。

## 1 改进 GSO 算法

### 1.1 基本 GSO 算法

GSO 算法基本思想就是通过萤火虫个体之间的向强光性来不断进行优胜劣汰。

GSO 算法位置更新:萤火虫  $i$  以自身决策半径为搜索范围,朝着荧光素浓度最高的萤火虫  $j$  移动特定步长,则在  $t + 1$  时刻的位置计算公式如下:

$$X_i(t+1) = X_i(t) + s \frac{X_j(t) - X_i(t)}{\|X_j(t) - X_i(t)\|} \quad (1)$$

式中:  $s$  为萤火虫个体移动步长;  $X_i(t)$  为萤火虫  $i$  在  $t$  时刻的位置;  $X_j(t)$  为萤火虫  $j$  在  $t$  时刻的位置。

基础人工萤火虫算法由于移动步长固定而存在容易陷入局部最优和早熟的缺点,本文提出一种改进的人工萤火虫算法 (improved glowworm swarm optimization, IGSO),即针对 GSO 的缺陷将 Levy 飞行策略和惯性因子相结合,进一步加快算法的收敛速度并且提升其求解精度,并引入模拟退火算法,进行全局搜索,避免陷入局部最优。

### 1.2 算法改进

#### 1) 动态步长位置更新策略

基本 GSO 步长固定是造成其固有缺陷的最大原因,本文将 Levy 飞行策略和自适应惯性因子相结合,应用于萤火虫的位置更新从而产生新的萤火虫。Levy 飞行策略是一种非高斯随机行为策略,其特征是运动方向随机,但

是其运动步长是按幂次律分布的。萤火虫位置更新步长采用 Levy 飞行策略,可以扩大算法的搜索范围和增加种群的多样性,使算法比较容易跳出局部最优解。而自适应惯性因子则进一步加强了位置更新的随机性,数学表达式如下:

$$\begin{cases} L_s \sim \frac{\lambda \Gamma(\lambda) \sin(\pi\lambda/2)}{\pi} \times \frac{1}{s^{1+\lambda}}, s \gg s_0 > 0 \\ \omega(t) = \omega_{\max} - \frac{(\omega_{\max} - \omega_{\min})}{t_{\max}} \cdot t \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $L_s$  为步长,服从 Levy 分布;  $\lambda$  为缩放因子;  $\Gamma(\lambda)$  为标准的伽马函数;  $s$  为 Levy 随机步长;  $\omega(t)$  为惯性权重;  $t$  为迭代次数;  $t_{\max}$  为最大迭代次数。

在算法迭代寻优过程中,针对陷入局部最优的萤火虫,采用由式(2)提出的动态步长进行邻域搜索,从而扩大搜索范围,以加快迭代速度和求解精度,改进后萤火虫位置信息更新公式如下:

$$X_i(t+1) = X_i(t) \cdot \omega(t) + L_s \frac{X_j(t) - X_i(t)}{\|X_j(t) - X_i(t)\|} \quad (3)$$

式中:  $X_i(t)$  为第  $i$  个萤火虫的位置;  $X_j(t) - X_i(t)$  为萤火虫  $j$  和  $i$  之间的欧氏距离。

### 2) 模拟退火

在对 GSO 位置更新部分改进后,进行模拟退火操作,赋予经人工萤火虫算法得到的较优解一定的扰动后得到新种群,而该新种群中的个体相对于扰动前群体中的个体在品质上有所差异。依据 Metropolis 准则,若新个体品质更优,则直接用该新个体替换旧个体;若新个体品质欠佳,则按照特定概率予以接纳该新个体,其中概率公式如下:

$$p = \begin{cases} 1, & f_{\text{new}} \geq f_{\text{old}} \\ e^{-\frac{f_{\text{new}} - f_{\text{old}}}{T_c}}, & f_{\text{new}} < f_{\text{old}} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $p$  为接受新个体的概率;  $f_{\text{new}}, f_{\text{old}}$  分别为新个体和原个体的荧光素(适应度);  $T_c$  为当前温度。改进算法流程如图 1 所示。

### 1.3 IGSO 算法性能分析

针对本文所提出的改进人工萤火虫算法的性能分析,选用 4 个具有代表性的 Benchmark 函数,以此来测试算法的求解精度、收敛性能以及跳出局部最优的能力。选择作为测试的 4 个函数的数学表达式如表 1 所示。其中, Sphere 函数和 Quadric 函数为单峰函数,在函数解空间中存在唯一的极值点,主要用于测试算法收敛性能。Rastrigin 函数和 Ackley 函数均为多峰函数,在函数解的空间中存在多个局部极值点,因此用来测试算法跳出局部最优的能力以及求解精度。

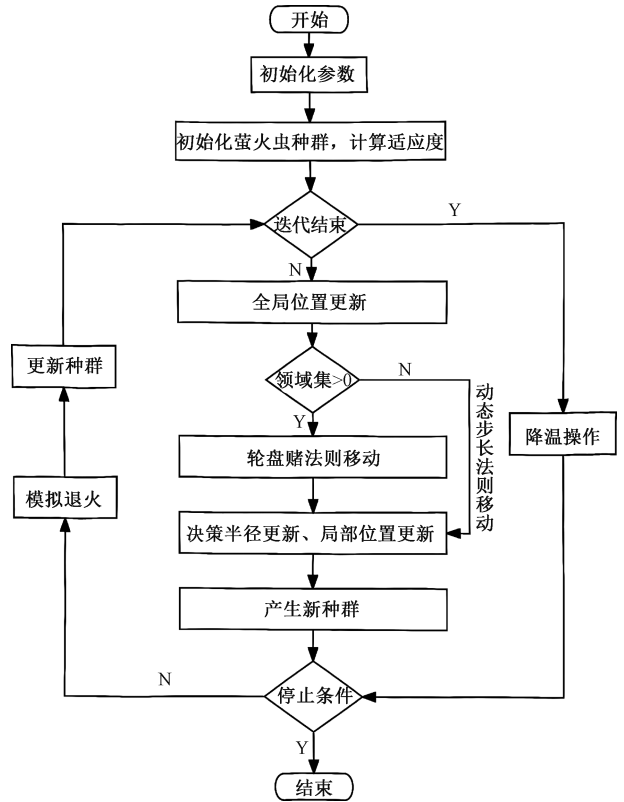


图 1 改进人工萤火虫算法流程

Fig. 1 Improved glowworm swarm optimization flow chart

表 1 4 种测试函数基本信息

Table 1 Basic information of four test functions

函数	数学表达式	取值范围	最优解
Sphere	$f = \sum_{i=1}^d x_i^2$	$[-100, 100]$	0
Quadric	$f = \sum_{i=1}^D \left( \sum_{j=1}^i x_j \right)^2$	$[-100, 100]$	0
Rastrigin	$f = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-5.12, 5.12]$	0
Ackley	$f = -20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^D x_i^2} \right) - \exp \left( \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i) + 20 + e \right)$	$[-32, 32]$	0

将本文所提算法与其他 3 种算法进行比较分析,这 3 种算法分别为遗传算法(GA)、粒子群算法(PSO)和基础的 GSO 算法。所有算法的问题维度均为 30,目标是求解函数最小值,算法性能测试在 MATLAB/R2024 软件中进行。3 种算法的主要参数设置如下。

1) GA 算法,交叉和变异的概率分别设为 0.8 和 0.2。

2) PSO 算法,惯性权重  $w$  从 0.8 开始线性递减为 0.15,学习因子设为  $c_1 = c_2 = 1.5$ 。

3) GSO 算法, 荧光素挥发因子为 0.4, 荧光素更新率为 0.6, 领域变化率为 0.08, 移动步长为固定的 0.1。

4) IGSO 算法, 基础参数设置与 GSO 算法一样, 惯性因子最大值为 0.8, 惯性因子最小值为 0.15, 步长缩放因子为 0.01, 模拟退火初始温度为 100, 降温系数为 0.99。

4 种算法的初始种群数均为 100, 最大迭代次数为 1 000, 每种算法分别 4 种测试函数进行 30 次运算, 记录每次实验最优适应度值, 并基于此计算其平均值和方差, 最终结果如表 2 所示。

表 2 算法性能测试结果

Table 2 Test results of algorithm performance

函数	统计值	PSO	GA	GSO	IGSO
Sphere	平均值	5.35	$1.14 \times 10^{-7}$	$1.93 \times 10^{-19}$	$1.74 \times 10^{-26}$
	标准差	3.28	$7.65 \times 10^{-8}$	$2.13 \times 10^{-19}$	$8.76 \times 10^{-27}$
Quadric	平均值	395.36	229.75	$14.3 \times 10^{-2}$	$3.47 \times 10^{-3}$
	标准差	45.53	64.92	$16.3 \times 10^{-2}$	$1.72 \times 10^{-3}$
Rastrigin	平均值	92.09	38.15	52.74	31.04
	标准差	24.07	7.95	6.40	5.68
Ackley	平均值	1.75	$1.85 \times 10^{-4}$	$1.16 \times 10^{-9}$	$3.74 \times 10^{-14}$
	标准差	0.39	$2.28 \times 10^{-4}$	$9.35 \times 10^{-10}$	$1.24 \times 10^{-14}$

表 2 中的平均值和标准差分别反应了算法的优化能力和稳定性, 由此可知 IGSO 算法相较于其他 3 种算法具有更快的收敛速度和更高的求解精度, 尤其是在多峰函数测试实验时, IGSO 算法具有更好的跳出局部最优解的能力, 大大提高了算法的优化能力。

为了进一步检验算法的性能, 在保持上述参数设置不变的情况下, 4 种算法的测试实验迭代次数均设为 1 000, 得到优化曲线结果如图 2 所示。

从图 2 可以看出, IGSO 算法与其他 3 种算法相比, 不仅全局收敛性更优, 而且收敛速度也更快。因此, 能够证明 IGSO 算法具有更好的寻优性能。

## 2 关节摩擦建模与参数辨识

### 2.1 机器人动力学模型

考虑机器人关节之间的摩擦力, 则 Scara 机器人动力学模型为:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_f = \tau \quad (5)$$

式中:  $q \in R^2$  是机器人在关节空间中的位置变量;  $\dot{q}$  为机器人关节速度变量;  $\ddot{q}$  为机器人关节加速度变量;  $\tau$  表示各关节的驱动力矩;  $F_f$  表示机器人摩擦力项;  $G(q)$  为机器人重力项;  $C(q, \dot{q})\dot{q}$  表示机器人科氏力与离心力;  $M(q)$  为机器人惯量矩阵, 是一个对称正定矩阵。

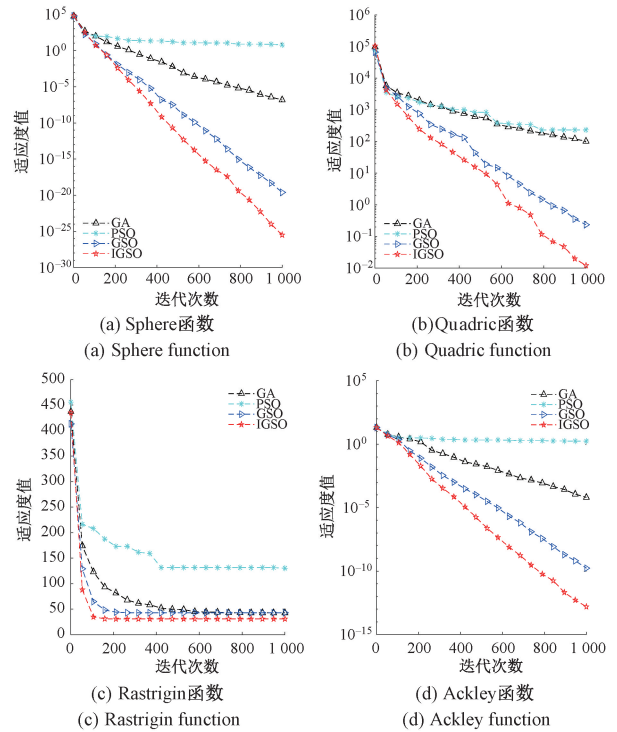


图 2 4 种算法测试函数优化曲线

Fig. 2 Optimisation Curves for Four Algorithm Test Functions

机器人的关节摩擦测量十分困难, 对于 Scara 机器人的两个水平机械臂来说, 关节轴方向与机械臂重力方向为平行关系, 其重力不会影响到关节力矩, 因此可以忽略重力项<sup>[19]</sup>。在本文研究中, 仅针对每个单一关节进行研究, 所以关节间的耦合也可以忽略, 从而式(5)可化简为:

$$M(q)\ddot{q} + F_f = \tau \quad (6)$$

### 2.2 LuGre 摩擦模型

LuGre 模型作为一种动态摩擦模型, 能够比较精确的反映目前实际存在的多种摩擦现象的真实特性, 如摩擦力的滞后特性、可变的静摩擦力特性、stribeck 效应等。式(6)中的非线性摩擦力可由 LuGre 摩擦模型定义为:

$$\begin{cases} F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{q} \\ \dot{z} = \dot{q} - \frac{|\dot{q}|}{g(\dot{q})} z \\ \sigma_0 g(\dot{q}) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{q}}{\dot{q}_s}\right)^2} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $z$  是鬃毛的平均变形量;  $F_s$  是静摩擦力系数;  $F_c$  是库伦摩擦力系数;  $\dot{q}_s$  是 Stribeck 速度;  $g(\dot{q})$  是不同摩擦影响;  $\sigma_2$  是黏性摩擦系数;  $\sigma_1$  是鬃毛阻尼系数;  $\sigma_0$  是鬃毛刚度系数。

### 2.3 摩擦模型辨识

#### 1) 关节摩擦力矩测量

本文研究的机器人为埃斯顿公司的 ER3-400-SR 型

Scara 机器人,在关节摩擦力矩测量实验中,对每个关节的摩擦参数进行独立辨识:锁定非辨识关节,确保没有外力干扰,控制 Scara 机器人辨识关节在水平运动区内进行多次不同速度的往复运动。此时关节运动的加速度为 0,相应的惯性力、哥氏力和离心力也均为 0,式(6)的动力学方程简化为:

$$F_f = \tau \quad (8)$$

此时可以认为关节驱动力矩  $\tau$  就等于摩擦力矩  $F_f$ 。

为了估计机器人关节驱动力矩,可以将伺服驱动器中的采样电流信号与电机转矩常数相乘,再通过传动比转换成关节力矩。其转换公式如下:

$$\tau = \eta ki \quad (9)$$

式中:  $\tau$  为电机等效输出力矩;  $\eta$  为关节传动比;  $k$  为伺服电机的转矩常数;  $i$  为电机采样电流。本文研究的机器人的 4 个关节对应的系数如表 3 所示。

表 3 SCARA 机器人关节转矩常数以及传动比  
Table 3 Joint torque constant and transmission ratio of SCARA robot

	关节 1	关节 2	关节 3	关节 4
转矩常数/(N·m/A)	0.05	0.05	0.05	0.05
传动比	150	80	3	10

对关节 1 进行单关节往复运动得到其摩擦力矩和速度关系如图 3 所示。

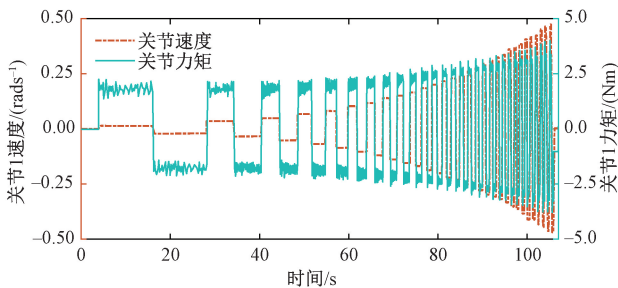


图 3 关节 1 摩擦力矩-速度

Fig. 3 Frictional torque-velocity diagram of joint 1

### 2) 摩擦模型辨识过程

在进行参数辨识时,为了避免对鬃毛的微位移和微速度的测量,可将摩擦力矩模型变换为以速度为输入、摩擦力矩为输出的单输入单输出非线性系统<sup>[20]</sup>。其系统结构如图 4 所示。

通过图 4 模型,可将  $z$  和  $\dot{z}$  作为系统的中间变量,从而避免测量鬃毛微位移和微速度。同时还需要对式(7)进行离散化处理,假设离散化的采样时间间隔为  $\Delta T$ ,离散时间为  $k$ ,则改进后的模型公式如下:

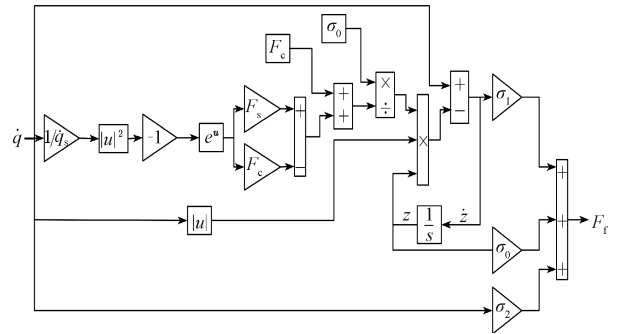


图 4 单输入、单输出的 LuGre 摩擦模型

Fig. 4 LuGre friction model with single input and single output

$$\begin{cases} F_f(k) = \sigma_0 z(k) + \sigma_1 \dot{z}(k) + \sigma_2 \dot{q}(k) \\ \dot{z}(k) = \frac{\dot{q}(k) - \frac{|\dot{q}(k)|}{g(k)} z(k-1)}{1 + \frac{|\dot{q}(k)|}{g(k)} \Delta T} \\ z(k) = \sum_{i=0}^k \dot{z}(i) \Delta T \\ \sigma_0 g(k) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{q(k)}{q_s}\right)^2} \end{cases} \quad (10)$$

由式(10)可知,只需要知道速度  $\dot{q}(k)$  和初始条件  $z(0) = 0, \dot{z}(0) = 0$  (通常情况下是满足的)即可得到对应的摩擦力。

由式(10)可设待辨识参数向量为:

$$\mathbf{x} = [\hat{F}_c, \hat{F}_s, \hat{q}_s, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_0]^T \quad (11)$$

采用提出的 IGSO 算法对摩擦模型的参数进行辨识,可设实验获得的机器人关节实际摩擦力值为  $F_1, F_2$  为通过辨识模型计算得到的摩擦力估计值,辨识模型的目标函数设计如下:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (F_1 - F_2)^2 \quad (12)$$

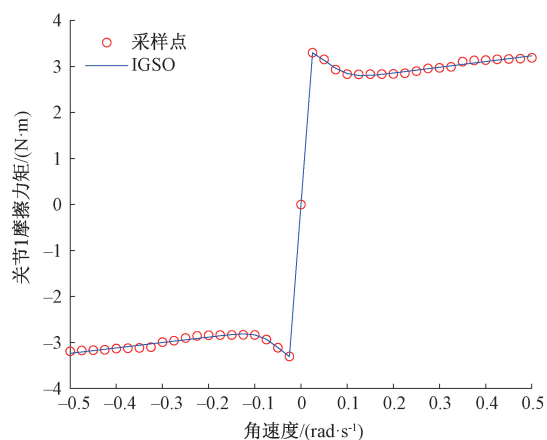
在参数辨识的过程中,以 IGSO 算法作为优化工具,步骤如图 1 所示。辨识结果如表 4 所示,进而得到关节 1 和 2 的 LuGre 摩擦模型曲线拟合(图 5)和 IGSO 算法目标函数变化曲线(图 6)。

表 4 辨识的摩擦参数值

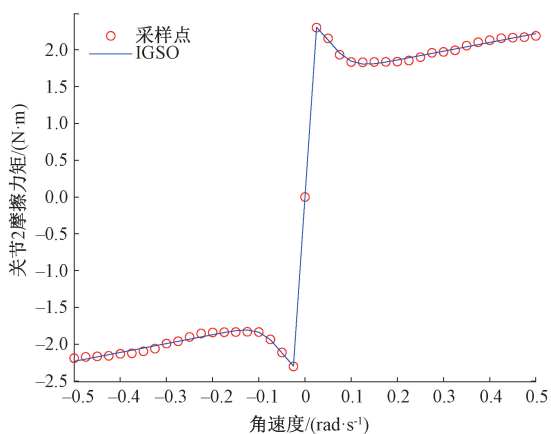
Table 4 Values of identified friction parameters

参数	$F_c$	$F_s$	$\dot{q}_s$	$\sigma_2$	$\sigma_1$	$\sigma_0$
关节 1	2.616	3.365	0.068	1.202	72.035	916.368
关节 2	1.662	2.351	0.072	1.112	61.305	812.248

引入拟合优度(coefficient of determination)  $R^2 \in (0, 1)$  和均方根误差(RMSE)作为摩擦模型拟合程度的量化指标,  $R^2$  值越接近 1,说明模型的拟合效果越好<sup>[21]</sup>。拟合优度和均方根误差计算公式如下:



(a) Fitting diagram of friction torque of joint 1



(b) Fitting diagram of friction torque of joint 2

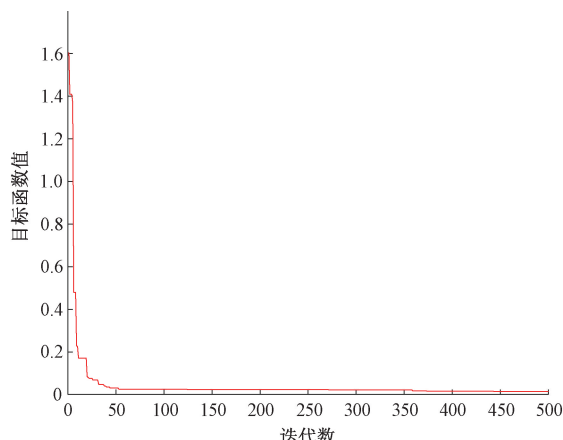
图 5 基于 IGSO 算法辨识的关节摩擦力矩拟合曲线  
Fig. 5 Fitting curve of joint friction torque identified by IGSO algorithm

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (x - \hat{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \quad (13)$$

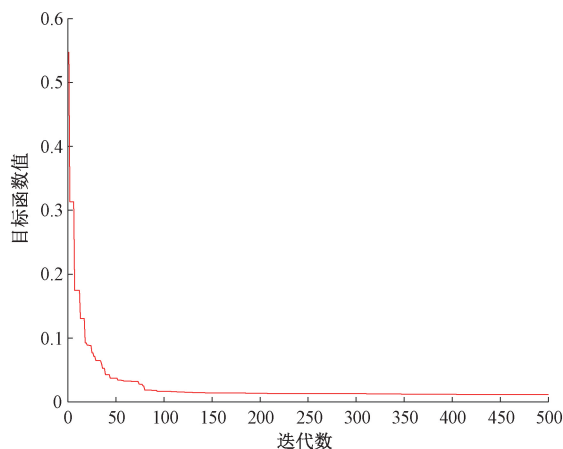
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x - \hat{x})^2}{n}} \quad (14)$$

式中:  $x$  为实际数据;  $\bar{x}$  为实际数据平均值;  $\hat{x}$  为模型预测值。

从图 5 可以看出,曲线拟合结果与实验测得的数据基本重合,并且关节 1 和关节 2 的拟合优度值分别为 0.996 和 0.993 均接近 1,说明采用 IGSO 算法进行摩擦参数辨识所得到的模型精度较高,能够比较精确的拟合机器人的关节摩擦数据。从图 6 也可以看出,在算法的初始阶段,收敛速度较快,随着迭代次数的增加,收敛陷入局部最优解,速度变慢,当迭代次数增大到一定程度,算法能跳出局部最优解,逐渐收敛到全局最优解。



(a) Iterative diagram of joint 1 algorithm



(b) Iterative diagram of joint 2 algorithm

图 6 目标函数的寻优变化  
Fig. 6 Optimization variation diagram of objective function

### 3 摩擦补偿控制

针对整个机器人系统,设计的摩擦补偿控制框图如图 7 所示。在忽略关节摩擦时,采用模糊 PID 控制器进行机器人关节的位置轨迹跟踪。同时,使用 LuGre 摩擦模型对关节摩擦进行建模,但是模型中的鬃毛变量难以直接获得,因此设计了摩擦状态观测器用来间接估计摩擦状态变量,并基于估计结果计算摩擦补偿值。最终,通过摩擦补偿值与模糊 PID 控制器协同作用,实现关节摩擦补偿,并有效跟踪期望的关节位置轨迹。

#### 3.1 模糊 PID 控制器

传统 PID 控制器如下:

$$u = k_p e(t) + k_i \int e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (15)$$

式中:  $k_p$ 、 $k_i$ 、 $k_d$  分别为比例、积分、微分系数;  $e(t)$  为机器人轨迹跟踪误差。

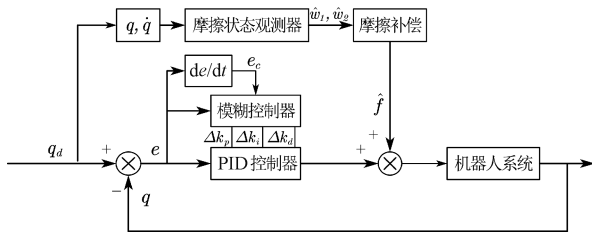


图7 摩擦补偿控制框图

Fig. 7 Friction compensation control block diagram

由于式(15)中含有积分和微分项,为了便于设计控制器参数,化简得到其传递函数为:

$$N(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + k_i/s + k_d s \quad (16)$$

由于  $k_p, k_i, k_d$  3 个参数是固定的,传统 PID 控制器无法满足机器人轨迹跟踪的动态控制要求,为了实现机器人轨迹跟踪的精确控制,结合模糊控制理论在不考虑关节摩擦的情况下设计了模糊 PID 控制器。

模糊 PID 控制器将误差  $e$  和误差变化率  $e_c$  作为系统输入,根据模糊规则进行在线修正并输出不同时刻下  $\Delta k_p, \Delta k_i, \Delta k_d$  值,然后将模糊控制器输出的值与传统 PID 参数结合从而达到具有动态调整控制性能的目的。建立模糊规则对  $k_p, k_i, k_d$  3 个参数的动态调整时需遵循如下 3 个原则。

- 1) 当误差较大时,为了提高控制系统响应速度将  $k_p$  取较大值。
- 2) 当误差处于中间值附近时,为了减小控制系统的超调量将  $k_p$  取较小值,  $k_i$  取适中值。
- 3) 当误差接近于目标值时,为了保证控制系统的稳定性将  $k_p, k_i$  取较大值,  $k_d$  取适中值。

按照以上 3 条规则,将模糊控制器的输入输出 5 个变量均转换为 5 个模糊变量,分别为负大(NM)、负小(NS)、零(ZO)、正小(PS)、正大(PM)。输入量和输出量均选择图 8 所示的三角函数为隶属度函数,论域分别为  $[-2, 2]$  和  $[-4, 4]$ 。

针对机器人轨迹跟踪不同时刻的误差,模糊控制器可优化调整得到对应的 PID 参数,最终得到的模糊 PID 控制器如下:

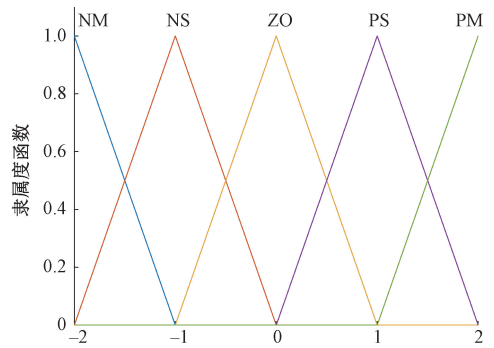
$$N(s) = (k_p + \Delta k_p K_p) + (k_i + \Delta k_i K_i)/s + (k_d + \Delta k_d K_D) s \quad (17)$$

式中:  $k_p, k_i, k_d$  分别为比例、积分、微分系数初始值;  $K_p, K_i, K_D$  分别为比例、积分、微分系数比例因子;  $\Delta k_p, \Delta k_i, \Delta k_d$  为模糊控制器输出的比例调整参数。

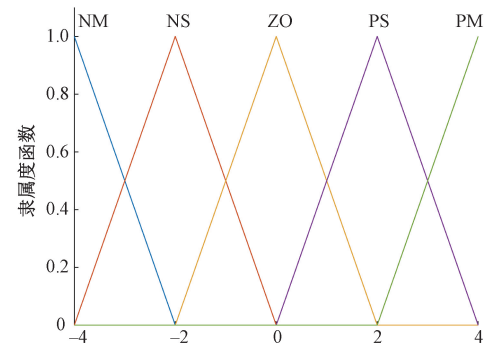
### 3.2 基于摩擦补偿的模糊 PID 控制器

考虑受关节摩擦影响的机器人动力学模型为:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_f \quad (18)$$



(a) 输入的隶属度函数  
(a) Input membership function



(b) 输出的隶属度函数  
(b) Output membership function

图8 模糊控制中输入输出隶属度函数

Fig. 8 Input-Output membership functions in fuzzy control

机器人的动力学模型有如下两个重要的性质。

性质 1 对于对称正定矩阵  $M(q)$  和任意矩阵  $x \in R^{n \times 1}$  来说,一定存在正数  $m_1$  和  $m_2$ ,使得以下不等式成立:

$$m_1 x^T x \leq x^T M(q) x \leq m_2 x^T x \quad (19)$$

性质 2  $M(q) - 2C(q, \dot{q})$  为一个斜对称矩阵,对任意矩阵  $Y \in R^{n \times 1}$  有:

$$Y^T [M(q) - 2C(q, \dot{q})] Y = 0 \quad (20)$$

定义  $q_d$  为机器人的期望轨迹,则轨迹跟踪误差  $e = q - q_d$ 。

由 LuGre 模型可知机器人关节摩擦力为:

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{q} \quad (21)$$

式中:  $z \in R^{n \times 1}$  为摩擦状态变量,如式(22)所示。

$$\dot{z} = \dot{q} - \frac{|\dot{q}|}{g(\dot{q})} z \quad (22)$$

设基于 LuGre 摩擦模型设计的摩擦补偿控制器为:

$$\tau = M(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q}_d + G - N(s)e + \hat{F}_f \quad (23)$$

$$\hat{F}_f = (\sigma_1 + \sigma_2)\dot{q} + \tau_f \quad (24)$$

式中:  $\hat{F}_f$  为摩擦补偿力矩;  $\tau_f$  为待设计的摩擦状态观测器的中间量;  $N(s)$  为未考虑摩擦时设计的模糊 PID 控

制器。

将式(23)代入机器人动力学模型可得动力学误差方程:

$$M\ddot{e} + C\dot{e} = \hat{F}_f - F_f - N(s)e \quad (25)$$

定义中间变量  $w$ , 对式(21)中的摩擦状态变量  $z$  进行间接估计。

$$w = z + \frac{M\dot{e} + Ce}{\sigma_1} \quad (26)$$

对式(26)求导, 并将式(21)、(22)、(25)代入得到:

$$\dot{w} = \dot{q} - \frac{\sigma_0}{\sigma_1}z + \frac{M\dot{e} + C\dot{e} - N(s)e + \tau_f}{\sigma_1} \quad (27)$$

联立式(26)和(27)消去  $z$  可得:

$$\dot{w} = \dot{q} - \frac{\sigma_0}{\sigma_1}u + \frac{\sigma_0(M\dot{e} + Ce)}{\sigma_1^2} + \frac{M\dot{e} + C\dot{e} - N(s)e + \tau_f}{\sigma_1} \quad (28)$$

设计双重观测器:

$$\begin{cases} \hat{w}_1 = \dot{q} - \frac{\sigma_0}{\sigma_1}\hat{w}_1 + \frac{\sigma_0(M\dot{e} + Ce)}{\sigma_1^2} + \frac{M\dot{e} + C\dot{e} - N(s)e + \tau_f - \dot{e}}{\sigma_1} \\ \hat{w}_2 = \dot{q} - \frac{\sigma_0}{\sigma_1}\hat{w}_2 + \frac{\sigma_0(M\dot{e} + Ce)}{\sigma_1^2} + \frac{M\dot{e} + C\dot{e} - N(s)e + \tau_f}{\sigma_1} + \frac{\sigma_1|\dot{q}|}{g(\dot{q})}\dot{e} \end{cases} \quad (29)$$

观测误差为:

$$\begin{cases} \tilde{w}_1 = -\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\tilde{w}_1 - \dot{e} \\ \tilde{w}_2 = -\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\tilde{w}_2 + \frac{|\dot{q}|}{g(\dot{q})}\dot{e} \end{cases} \quad (30)$$

联立式(23)、(26)和(21)得关于中间变量  $w$  的摩擦模型为:

$$F_f = \sigma_0 w - \frac{a_1|\dot{q}|}{g(\dot{q})}w + \frac{|\dot{q}|}{g(\dot{q})}(M\dot{e} + Ce) - \frac{\sigma_0}{\sigma_1}(M\dot{e} + Ce) + (\sigma_1 + \sigma_2)\dot{q} \quad (31)$$

再将式(31)中的变量  $w$  用估计值  $\hat{w}_1$ 、 $\hat{w}_2$  替代得到设计的摩擦补偿控制器:

$$\hat{F}_f = \sigma_0 \hat{w}_1 - \frac{a_1|\dot{q}|}{g(\dot{q})}\hat{w}_2 + \frac{|\dot{q}|}{g(\dot{q})}(M\dot{e} + Ce) - \frac{\sigma_0}{\sigma_1}(M\dot{e} + Ce) + (\sigma_1 + \sigma_2)\dot{q} \quad (32)$$

最终, 联立式(32)和(23)得到机器人系统控制器:

$$\tau = M(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q}_d + G - N(s)e + \sigma_0 \hat{w}_1 - \frac{a_1|\dot{q}|}{g(\dot{q})}\hat{w}_2 +$$

$$\frac{|\dot{q}|}{g(\dot{q})}(M\dot{e} + Ce) - \frac{\sigma_0}{\sigma_1}(M\dot{e} + Ce) + (\sigma_1 + \sigma_2)\dot{q} \quad (33)$$

把式(31)和(32)代入式(25)则动力学误差方程可以改写为:

$$M\ddot{e} + C\dot{e} = \sigma_0 \tilde{w}_1 - \frac{\sigma_1|\dot{q}|}{g(\dot{q})}\tilde{w}_2 - N(s)e \quad (34)$$

取李亚普诺夫方程为:

$$V = \frac{1}{2}\dot{e}^T M\dot{e} + \frac{1}{2}e^T N(s)e + \frac{1}{2}\tilde{w}^T T_1 \sigma_0 \tilde{w}_1 + \frac{1}{2}\tilde{w}^T T_2 \sigma_1 \tilde{w}_2 \quad (35)$$

对其求导并代入动力学误差方程化简可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}^T M\dot{e} + \frac{1}{2}\dot{e}^T T M\dot{e} + \dot{e}^T T N(s)e + \tilde{w}_1^T \sigma_0 \dot{\tilde{w}}_1 + \tilde{w}_2^T \sigma_1 \dot{\tilde{w}}_2 = \\ &= \dot{e}^T M\dot{e} + \frac{1}{2}\dot{e}^T (2C)\dot{e} + \dot{e}^T T N(s)e + \tilde{w}_1^T \sigma_0 \dot{\tilde{w}}_1 + \tilde{w}_2^T \sigma_1 \dot{\tilde{w}}_2 = \\ &= \dot{e}^T (M\dot{e} + C\dot{e} + N(s)e) + \tilde{w}_1^T \sigma_0 \dot{\tilde{w}}_1 + \tilde{w}_2^T \sigma_1 \dot{\tilde{w}}_2 = \\ &= \dot{e}^T \sigma_0 \tilde{w}_1 - \dot{e}^T \frac{\sigma_1|\dot{q}|}{g(\dot{q})}\tilde{w}_2 + \tilde{w}_1^T \sigma_0 \left( -\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\tilde{w}_1 - \dot{e} \right) + \\ &= \tilde{w}_2^T \sigma_1 \left( -\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\tilde{w}_2 + \frac{|\dot{q}|}{g(\dot{q})}\dot{e} \right) = -\tilde{w}_1^T \frac{\sigma_0^2}{\sigma_1}\tilde{w}_1 - \tilde{w}_2^T \sigma_0 \tilde{w}_2 \end{aligned} \quad (36)$$

根据性质 1 有:

$$\dot{V} \leq -\frac{\sigma_0^2}{\sigma_1} \|\tilde{w}_1\|^2 - \sigma_0 \|\tilde{w}_2\|^2 \leq 0 \quad (37)$$

由式(37)可知, 观测器误差和位置误差会渐进收敛到 0, 因此该摩擦力观测器是可行的。

## 4 仿真实验

### 4.1 实验平台

为验证本文摩擦补偿控制器的有效性, 搭建如图 9 所示的实验平台, 相应 Scara 机器人的 D-H 参数如表 5 所示。控制系统采用工控机上的 Intime 实时操作系统对其进行控制, 基本的控制方式为位置控制。数据通信采用 EtherCAT 总线方式。在实验时, 可以将设计的机器人控制算法通过 Simulink 编译生成代码, 并将其下载到工控机进行运行<sup>[22]</sup>。

表 5 SCARA 机器人 D-H 参数

Table 5 D-H parameters of SCARA robot

连杆 $i$	$a_i/\text{mm}$	$\alpha_i/\text{rad}$	$d_i/\text{mm}$	$\theta_i/\text{rad}$
1	225	0	0	$\theta_1$
2	175	$\pi$	0	$\theta_2$
3	0	0	$d_3$	0
4	0	0	0	$\theta_4$

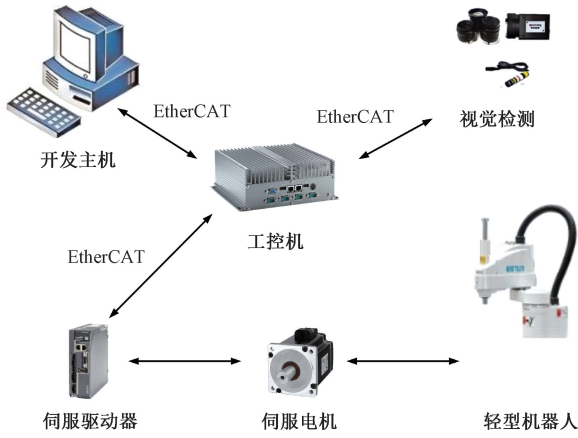


图 9 机器人实验平台

Fig. 9 Robot experiment platform

4.2 实验验证

实验中对机器人的控制采用位置控制方式,用摩擦模型计算得到的摩擦力矩进行前馈补偿控制,反馈则用模糊 PID 控制用于机器人系统的稳定控制。模型的参数则采用本文第 2 节辨识所得到的摩擦参数。

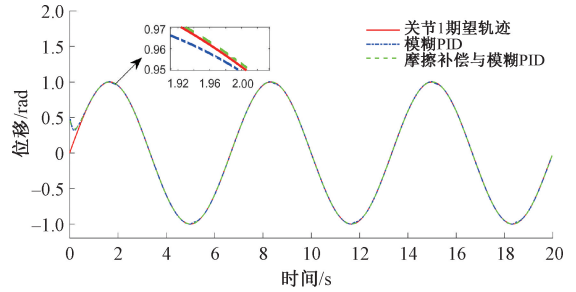
考虑 SCARA 机器人两个关节的初始位置为  $q = [0 \ 0]^T$ , 设置期望轨迹为:

$$\begin{cases} q_{d1} = \sin(0.3\pi t) \\ q_{d2} = \sin(0.2\pi t) \end{cases} \quad (38)$$

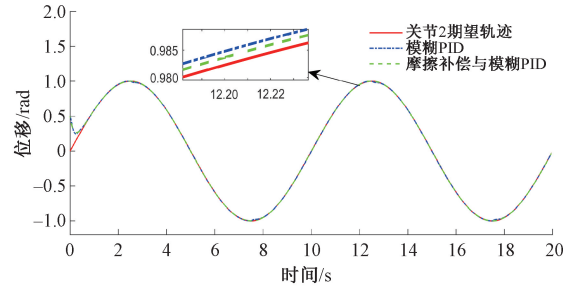
实验时,设计两组对比试验分别为模糊 PID 控制和带摩擦补偿的模糊 PID 控制。机器人两关节的模糊 PID 控制参数均如下:  $k_p, k_i, k_d$  分别设为 200、10、5;  $K_p, K_I, K_D$  分别设为 0.1、0.01、0.01。

图 10~12 所示为最终的实验结果。分析图 10 可知,在机器人受到关节摩擦影响的情况下,采用本文的摩擦补偿和模糊 PID 协同控制方法相较于单一使用模糊 PID 控制时,关节 1 和 2 的轨迹跟踪效果有了明显提升。从图 11 可以看出,由于关节摩擦力的作用,当仅用模糊 PID 方法进行控制时,机器人关节 1 和 2 在换向阶段仍然存在较大的跟踪误差。这是因为在换向阶段关节摩擦非线性特性明显,此时控制器需要同时克服惯性力矩和非线性摩擦力矩,而模糊 PID 控制方法只能通过轨迹偏差来进行反馈调整控制输出,无法提前抵消关节摩擦干扰,因此导致关节电机力矩输出与实际需求不匹配从而产生较大的跟踪误差。本文提出的基于摩擦补偿的模糊 PID 控制方法,摩擦补偿器基于辨识的 LuGre 模型计算摩擦力矩进行补偿控制,提前抵消了摩擦干扰,模糊 PID 控制器则进行反馈控制轨迹跟踪误差,二者的协同控制提高了轨迹跟踪性能,关节 1 和 2 在换向时的位置误差几乎收敛为 0。

图 12 所示为模糊补偿器在机器人轨迹跟踪时对关



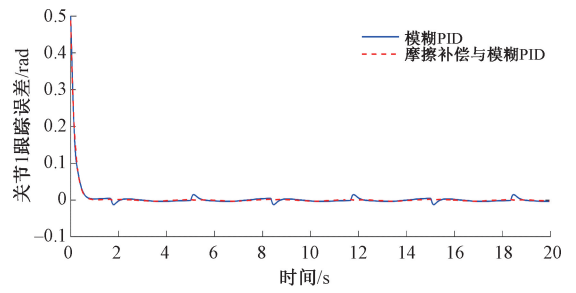
(a) 关节 1 轨迹跟踪  
(a) Joint 1 trajectory tracking



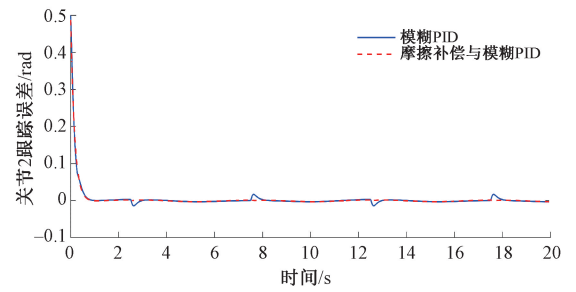
(b) 关节 2 轨迹跟踪  
(b) Joint 2 trajectory tracking

图 10 机器人关节轨迹跟踪效果对比

Fig. 10 Comparison of robot joint trajectory tracking effects



(a) 关节 1 轨迹跟踪误差  
(a) Trajectory tracking error of joint 1



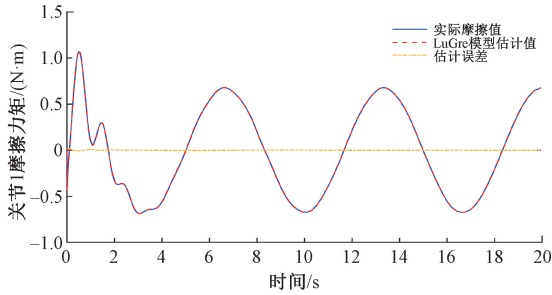
(b) 关节 2 轨迹跟踪误差  
(b) Trajectory tracking error of joint 2

图 11 机器人关节轨迹跟踪误差

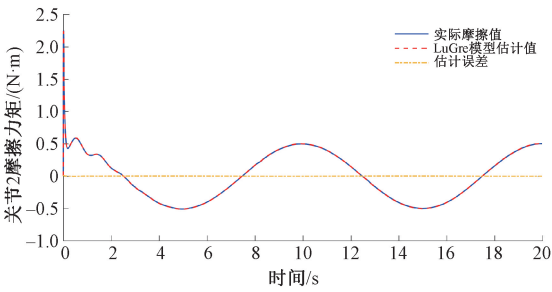
Fig. 11 Robot joint trajectory tracking error

节摩擦力的估计效果,可以看出,本文设计的模糊补偿器由于采用了基于 IGSO 算法辨识的 LuGre 摩擦模型并且设计了相应的双重状态观测器,对关节 1 和 2 的摩擦估计效果较好,摩擦估计误差能迅速收敛为 0,大大降低了

关节摩擦力矩对轨迹跟踪控制的干扰。



(a) 关节1摩擦估计效果  
(a) Joint 1 friction estimation effect



(b) 关节2摩擦估计效果  
(b) Joint 2 friction estimation effect

图 12 机器人关节摩擦力估计

Fig. 12 Estimation of friction force of robot joint

为了更加直观的表现本文提出的基于摩擦补偿的模糊 PID 控制方法的效果,引入误差范围和极差(误差最大值与最小值之差)两个量化评定指标,其中误差范围用来衡量轨迹跟踪过程中的动态性能,极差用来衡量整体跟踪效果。各个性能指标对比结果如表 6、7 所示。

表 6 位置跟踪效果量化指标对比

Table 6 Comparison of quantitative indicators of position tracking effect (rad)

关节	模糊 PID		基于摩擦补偿的模糊 PID	
	位置跟踪误差	极差	位置跟踪误差	极差
关节 1	-0.012 18~0.014 56	0.026 74	-0.003 13~0.001 31	0.006 4
关节 2	-0.014 13~0.016 58	0.030 88	-0.003 28~0.002 29	0.005 57

表 7 摩擦估计效果量化指标对比

Table 7 Comparison of quantitative indicators of friction estimation effect (N·m)

关节	摩擦估计误差范围	极差
关节 1	-0.009 35~0.007 86	0.017 21
关节 2	-0.003 72~0.002 29	0.006 01

由表 6 和 7 可知,基于摩擦补偿的模糊 PID 控制方法的两关节的位置跟踪误差极值相比于模糊 PID 控制方法分别减少了 76.1%和 81.9%。从摩擦估计效果分析可知,机器人关节 1 和 2 的摩擦估计极差均小于

0.02 N·m,且误差范围稳定在-0.009~0.009 N·m。通过对比分析可知,本文提出的摩擦补偿和模糊 PID 协同控制的方法,具有更优的轨迹跟踪控制性能,控制方法中采用的基于 IGSO 算法辨识的 LuGre 摩擦模型的模糊补偿器能够有效估计关节摩擦,有效解决了关节摩擦干扰问题,提高了机器人控制系统的控制精度。

### 5 结 论

本文针对 Scara 机器人关节摩擦导致定位精度下降的问题,应用 LuGre 摩擦模型对关节的摩擦现象进行描述和建模,提出了一种结合 Levy 飞行策略和惯性因子,并引入了模拟退火操作的改进人工萤火虫优化算法来精准辨识 LuGre 模型的未知参数。结合辨识得到的精确模型和模糊 PID 控制方法,提出了一种基于摩擦补偿的模糊 PID 控制方法。在 ER3-400-SR 型 Scara 机器人实验平台上进行了轨迹跟踪实验,实验结果表明,辨识得到的摩擦模型的精度较高,并且本文所提出的控制方法可以有效地抑制关节摩擦对 Scara 机器人轨迹跟踪的不利影响,进一步提高机器人的定位精度。

### 参考文献

[ 1 ] 李长峰. 工业机器人发展趋势及在 3C 电子制造业的应用[J]. 机器人技术与应用,2015(6):37-38.  
LI CH F. Development trend of industrial robot and its application in 3C electronics manufacturing industry [J]. Robot Technique and Application,2015(6):37-38.

[ 2 ] 王田苗,陶永. 我国工业机器人技术现状与产业化发展战略[J]. 机械工程学报,2014,50(9):1-13.  
WANG T M, TAO Y. Current status of industrial robot technology and industrialization development strategy in China [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(9):1-13.

[ 3 ] WU G L, NIU B, LI Q CH. Trajectory tracking control of fast parallel SCARA robots with fuzzy adaptive iterative learning control for repetitive pick-and-place operations[J]. Electronics, 2023,12(24):4995.

[ 4 ] 夏杨修,吕立彤,陈正,等. 液压机械臂驱动关节的非线性摩擦力自适应补偿控制[J]. 液压与气动,2024,48(1):20-30.  
XIA Y X, LYU L T, CHEN ZH, et al. Nonlinear friction adaptive compensation control of drive joint of hydraulic manipulator [J]. Chinese Hydraulics and Pneumatics, 2024,48(1):20-30.

[ 5 ] WANG B L, JIN H ZH, YIN H, et al. Friction dynamics identification based on quadratic approximation

- of LuGre model[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2024, 112(8): 6357-6377.
- [6] 杨晓宇, 于海生, 吴贺荣, 等. 基于 LuGre 摩擦补偿的机器人关节 EPCH 与反步协调控制[J]. *控制工程*, 2024, 31(10): 1777-1785.
- YANG X Y, YU H SH, WU H R, et al. Coordination control of robot joint EPCH and reverse step based on LuGre Friction compensation [J]. *Control Engineering of China*, 2024, 31(10): 1777-1785.
- [7] JIANG SH L, ZHANG K, WANG H, et al. Research on adaptive friction compensation of digital hydraulic cylinder based on LuGre friction model [J]. *Shock and Vibration*, 2021, 2021(1): 8854424.
- [8] HIRSCHORN R M, MILLER G. Control of nonlinear systems with friction [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1999, 7(5): 588-595.
- [9] IWASAKI M, SHIBATA T, MATSUI N. Disturbance-observer-based nonlinear friction compensation in table drive system [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 1999, 4(1): 3-8.
- [10] WILHELM F, TAMURA T, FUCHS R, et al. Friction compensation control for power steering [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, 24(4): 1354-1367.
- [11] 高炳微, 申伟, 戴野, 等. 基于改进萤火虫算法的摩擦模型参数辨识及补偿[J]. *振动与冲击*, 2023, 42(6): 69-78.
- GAO B W, SHEN W, DAI Y, et al. Parameter identification and compensation of friction model based on improved firefly algorithm [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2023, 42(6): 69-78.
- [12] 姜金叶, 冯浩, 常潇丹, 等. 改进 LuGre 模型的挖掘机机器人摩擦补偿控制[J]. *电子测量与仪器学报*, 2024, 38(2): 139-147.
- JIANG J Y, FENG H, CHANG X D, et al. Friction compensation control of mining robot based on improved LuGre model [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2024, 38(2): 139-147.
- [13] 党选举, 张潇. 基于改进 LuGre 模型的液压系统滑模控制[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2020(8): 118-121, 125.
- DANG X J, ZHANG X. Sliding mode control of hydraulic system based on improved LuGre model [J]. *Modular Machine Tool and Automatic Manufacturing Technique*, 2020(8): 118-121, 125.
- [14] 黄智鹏, 徐悦鹏, 曹瑞康, 等. 遗传算法与 LuGre 摩擦模型的非线性摩擦力观测器设计[J]. *液压与气动*, 2022, 46(8): 58-69.
- HUANG ZH P, XU Y P, CAO R K, et al. Design of nonlinear friction observer based on Genetic Algorithm and LuGre friction model [J]. *Chinese Hydraulics and Pneumatics*, 2022, 46(8): 58-69.
- [15] 张铁, 胡亮亮, 邹焱飏. 基于混合遗传算法的机器人改进摩擦模型辨识[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2021, 55(5): 801-809, 854.
- ZHANG T, HU L L, ZOU Y B. Robot improved friction model identification based on hybrid genetic algorithm [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2021, 55(5): 801-809, 854.
- [16] 薛进学, 郭清远, 张丰收. 基于 LuGre 摩擦模型前馈补偿的模糊 PID 控制系统设计[J]. *现代制造工程*, 2020(1): 136-142.
- XUE J X, GUO Q Y, ZHANG F SH. Design of fuzzy PID control system based on LuGre friction model feed forward compensation [J]. *Modern Manufacturing Engineering*, 2020(1): 136-142.
- [17] 谢国民, 林忠宝. 多策略改进黏菌算法阶段优化 HSVM 变压器故障辨识[J]. *电子测量与仪器学报*, 2024, 38(3): 67-76.
- XIE G M, LIN ZH B. Multi-strategy improvement slime mold algorithm for phase optimization of HSVM transformer fault identification [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2024, 38(3): 67-76.
- [18] 黄成, 王涛, 许家忠. 基于混合蜜獾算法的机械臂最优运动规划方法[J]. *仪器仪表学报*, 2024, 45(4): 234-247.
- HUANG CH, WANG T, XU J ZH. Optimal motion planning method for robotic arm based on mixed honey badger algorithm [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2024, 45(4): 234-247.
- [19] 吴文祥, 朱世强, 王宣银, 等. 基于摩擦模糊建模与补偿的机器人低速控制[J]. *电机与控制学报*, 2013, 17(8): 70-77.
- WU W X, ZHU SH Q, WANG X Y, et al. Low speed robot control based on friction fuzzy modeling and compensation [J]. *Electric Machines and Control*, 2013, 17(8): 70-77.
- [20] 郭彦青, 付永领, 张朋. 一种新型 LuGre 摩擦模型参数

辨识方法[J]. 机床与液压, 2015, 43(1):149-152.

GUO Y Q, FU Y L, ZHANG P. A new parameter identification method for LuGre friction model [J].

Machine Tool and Hydraulics, 2015, 43(1):149-152.

- [21] 贺苗, 吴晓敏, 邵桂芳, 等. 基于 RBFNN 的机器人关节摩擦建模与补偿研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(11):278-284.

HE M, WU X M, SHAO G F, et al. Research on robot joint friction modeling and compensation based on RBFNN [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(11):278-284.

- [22] 张春涛, 王勇, 李家旺. 基于摩擦模型的机器人力/位安全控制方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(9):19-26.

ZHANG CH T, WANG Y, LI J W. Research on mechanical manpower/bit safety control method based on friction model [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(9):19-26.

## 作者简介



彭达, 2021 年于宁夏大学获得学士学位, 现为宁夏大学硕士研究生, 主要研究方向为机电系统智能控制。

E-mail: 1659665022@qq.com

**Peng Da** received his B. Sc. degree from Ningxia University in 2021. Now he is a M. Sc. candidate of Ningxia University. His main research interests include intelligent control of mechanical and electrical systems.



赖惠鸽(通信作者), 2003 年于华东理工大学获得硕士学位, 现为宁夏大学教授、硕士生导师, 主要研究方向为机电系统智能控制。

E-mail: zyxghl@163.com

**Lai Huige** (Corresponding author) received her M. Sc. degree from East China University of Science and Technology in 2003. Now she is a professor and M. Sc. supervisor at Ningxia University. Her main research interest includes intelligent control of mechanical and electrical systems.