

DOI: 10.13382/j.jemi.B2508174

多永磁同步电机有限时间领导-跟随转速协同控制*

侯利民 高艺馨 石晨

(辽宁工程技术大学电气与控制工程学院 葫芦岛 125105)

摘要:针对多永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)传统耦合控制方法结构复杂、计算量大等问题,提出了一种多电机智能体系统有限时间领导-跟随转速协同控制新方法。首先,基于永磁同步电机的多智能体系统数学模型,构建了依赖于无向通信拓扑的分布式有限时间转速一致性控制协议。同时,针对系统中的不确定扰动与未建模动态,引入了一个超螺旋扩展状态观测器(STESO)进行实时估计,并将观测结果融入一致性协议实现补偿,从而得到期望的 q 轴电流。其次,通过构造李雅普诺夫函数,对所提出控制器的有限时间收敛性进行了严格理论证明,并给出收敛时间上界估计。最后,在3台永磁同步电机调速系统实验平台上与偏差耦合控制算法进行了对比实验。实验结果表明,在升降速、加减载和正反转工况下,该方法均表现出优越性能。转速最大抖振从传统方法的3 r/min降至0.5 r/min以下,同步误差显著减小,且在负载扰动下能快速平滑地恢复至设定转速。实验证明所提方案具有同步精度高、收敛快、鲁棒性强的特点,为高性能多电机协同控制提供了有效解决方案。

关键词:多永磁同步电机;多智能体系统;有限时间收敛;无向拓扑

中图分类号: TM351; TN929.5 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8010

Speed collaborative control for multi-PMSMs with finite-time leader-following consensus

Hou Limin Gao Yixin Shi Chen

(Faculty of Electrical and Control Engineering, Liaoning Technical University, Huludao 125105, China)

Abstract: Aimed at the issues of structural complexity and high computational burden for permanent magnet synchronous motor (PMSM) traditional coupled control methods, a novel finite-time leader-following speed cooperative control method based on a multi-agent system is proposed. Relying on an undirected communication topology, a distributed finite-time speed consensus protocol is constructed based on the multi-agent mathematical model of PMSMs. Meanwhile, in order to deal with uncertain disturbances and unmodeled dynamics in the system, a super-twisting extended state observer (STESO) is introduced for real-time estimation, and the observation results are incorporated into the consensus protocol for compensation, thereby deriving the desired q -axis current. Furthermore, by constructing a Lyapunov function, rigorous theoretical proof of the finite-time convergence of the proposed controller is provided, along with an upper bound estimate of the convergence time. Finally, comparative experiments with the deviation coupling control algorithm are carried out on an experimental platform comprising three PMSM speed regulation systems. Results show that under conditions of speed variation, load changes, and forward-reverse rotation, the proposed method exhibits superior performance the maximum speed jitter is reduced from 3 r/min with the traditional method to below 0.5 r/min, synchronization error is significantly decreased, and the speed can recover smoothly and rapidly to the set value under load disturbances. Experimental results verify that the proposed scheme achieves high synchronization accuracy, fast convergence, and strong robustness, and provides an effective solution for high-performance multi-motor cooperative control.

Keywords: multi-PMSM; multi-agent systems; finite-time convergence; undirected topology

0 引言

具有高效率和高功率密度特点的永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)在多个工程方向上得到广泛采用,如航空装备、新能源车辆和机器人系统等^[1-3]。而工业自动化技术的进步,又对执行机构的精度和工艺能力提出了更高的标准,多电机系统在高端制造、精密加工及自动化等领域的应用日益广泛。在此背景下,如何实现多电机间的高精度转速协同控制,已成为提升系统动态性能、保证工艺的关键技术挑战。因此,深入研究多电机协同控制策略,不仅对提升控制品质与生产效率具有重要价值,也对推动工业自动化向智能化、柔性化方向发展具有显著的学术与实用意义。

从系统结构角度看,多电机协同控制策略可分为非耦合与耦合两大类。非耦合控制为开环架构,其核心特征是电机间不存在动态耦合。在此结构下,每个电机作为一个独立的伺服单元运行,其转速动态只由本地控制器根据给定指令进行调节。当某个驱动单元受到外部扰动(如负载转矩突变)时,该扰动所引起的转速波动会被限制在本控制回路内,从而实现了对扰动传递的有效抑制,确保了其他协同电机的转速不受影响。该方式的优点是系统结构简洁,接线简单,缺点是开环控制结构使得整个系统的性能明显低于其他控制结构,特别是在鲁棒性和稳态性能等方面,不适用于现如今精度要求更高的工业环境。主从控制方式是通过控制主电机的输出来控制从电机的输入,以达到精确控制的目的^[4]。但由于每台电机的转速信号由前面的电机提供,下游电机的状态变化无法影响上游,导致系统在启停等瞬态过程中产生显著的同步时间差与跟踪误差,动态同步性能较差。故该方案仅适合于对实时同步精度要求较低的场景。总体而言,非耦合控制方式控制结构简单易实现,但在系统的协同控制方面仍存在同步精度低,具有延时等缺点。在耦合控制的领域中,交叉耦合控制和偏差耦合控制这两种控制策略被广泛应用。交叉耦合控制的思想最早在1980年提出,该控制结构将两台耦合电机的转速误差前馈补偿到速度控制器中,当其中一台电机的转速出现波动时,所有电机的跟踪控制器输入都将受到补偿,从而实现同步控制^[5]。文献[6]提出了一种改进自适应补偿算法,利用双环滑模控制算法设计交叉耦合轮廓误差控制器,明显地提高了系统的控制性能,减小了系统的轮廓误差,提升了控制精度。文献[7]针对双无刷直流电机同步控制难以满足转速比例同步控制和高精度控制问题,提出了一种改进型交叉耦合控制结构,并引入模糊控制算法,设计了模糊PID控制器,提高了控制精度、稳定性

和鲁棒性。但交叉耦合控制只适用于双电机。为了弥补交叉耦合控制滞后性的缺点,提出了偏差耦合控制方式。文献[8]引入了“虚拟电机”的概念提出了一种改进偏差耦合结构,从而有效减少了启动过程的同步误差并在一定程度上减少各台电机的跟踪误差。文献[9]运用线性系统校正原理设计了改进型偏差耦合控制结构,实现了系统的同步性能与跟踪性能的解耦调节,减小了系统同步误差。传统的偏差耦合控制采用固定增益,只取决于转动惯量,所以当电机受到扰动影响时同步精度会降低。而且,若电机数量增加,偏差耦合控制将会变得结构复杂,计算量增大。

由于多电机协同控制的应用日益广泛,非耦合控制与耦合控制方法无法满足控制系统对灵活性、可靠性和自组织能力的需求。多智能体系统(multi-agent system, MAS)由多个自主智能体构成的分布式系统。各智能体具备感知、决策与执行能力,能够通过协作、竞争或信息交互共同完成单个智能体难以实现的复杂任务^[10-12]。多智能体系统具有自主性、分布性、协调性,并具有自组织能力、学习能力和推理能力,广泛应用于电力系统、无人机编队和军事应用等实际工程领域^[13]。多智能体系统为多电机协同控制提供了一种新的控制结构,在可靠性、扩展性和灵活性等方面具有一定优势,可推进大规模、自适应、高容错的智能电机群组,而多智能体系统一致性问题系统是系统研究的典型问题之一^[14-16]。

目前,多智能体一致性领域已经有了大量的研究成果^[17]。基于多智能体系统是否存在领导者,分布式一致性控制可分为无领导者一致性控制和领导-跟随一致性控制^[18]。随着多智能体一致性的发展,渐进一致稳定首先被提出。文献[19]讨论了一类具有未知函数和未知控制方向非线性系统的全局渐进稳定问题,降低了保守性,并解决了反步法的“微分爆炸”问题,降低了计算的复杂性。文献[20]通过结合光滑函数及有界估计方法,设计一种新颖的自适应渐近跟踪控制策略,考虑未知的且可以是增益函数的虚拟控制参数,保证系统的全局稳定性和跟踪性能。但渐进稳定是在无穷时刻系统才能够达到稳态,在实际应用中难以实现。因此有限时间一致被提出,且不需要在无穷时刻达到稳定,实用性强。文献[21]在任意强连通有向图下研究了受扰多智能体系统有限时间分布式时变优化问题,提出了一类新的有限时间分布式优化算法,通过仿真实例验证了提出的两种分布式算法均可以对多智能体系统中的干扰进行抑制。在许多实际应用中,为了达到一定的目标,领导者的控制输入通常是非零的,这意味着领导者在跟踪一个动态的领导者。文献[22]对于具有动态领导者的非线性系统,利用反步法得到了一种保证系统跟踪误差渐近收敛于零的自适应控制协议,该研究虽然考虑了动态领导者,但没

有考虑系统的收敛时间。在实际工程中,常常要求系统在有限时间内收敛。文献[23]面向受不确定扰动影响的一阶非线性多智能体系统,探讨了分布式快速有限时间二分跟踪一致性控制。该研究构建并理论分析了一种静态分布式非光滑控制协议,仿真结果表明,即便系统存在扰动,所有跟随者仍可在有限时间内实现对时变参考状态的快速跟踪。

将每个独立的电机系统抽象为一个智能体,从而建立起多电机系统与多智能体系统之间的映射关系。利用多智能体系统优越的同步性能,从一致性理论入手来寻找更优的多电机同步控制策略,从而提高多电机的同步控制精度。因此,提出一种基于多智能体一致性的多电机协同控制方法,以解决传统多电机协同控制方法结构复杂、计算量大等问题。

在上述研究成果的启发下,本文提出了一种多 PMSM 有限时间领导-跟随转速协同控制方法。将多 PMSM 速度控制系统视为多智能体系统,在多电机矢量控制调速系统的框架下,创新性地运用一致性协议实现多电机转速协同,设计了一种新的分布式多智能体系统一致性协议,使系统能够在有限时间内实现多 PMSM 的速度一致性,并利用超螺旋扩展状态观测器,得到了期望的 q 轴电流。该方法增强了系统的收敛速度、控制精度以及鲁棒性,为多电机转速协同高性能控制提供了理论基础,具有一定的工程应用价值。

1 多永磁同步电机的 MAS 数学模型

本文以表贴式永磁同步电机为研究对象,且所推导的控制算法及相关结论可通过参数调整便捷地延伸至内置式永磁同步电机,不失一般性。多永磁同步电机系统在 $d-q$ 坐标系下的运动方程可以描述为:

$$J_i \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{3}{2} n \varphi_i i_{i,q} - T_{i,L} - B_i \omega_i \quad (1)$$

式中:角标 i 为电机标号, $i = 1, 2, \dots, N$; ω_i 为机械角速度; φ_i 和 J_i 分别为磁链和转动惯量; $i_{i,q}$ 为定子电流在 q 轴的分量; $T_{i,e} = 3n\varphi_i i_{i,q}/2$ 为电磁转矩; $T_{i,L}$ 为负载转矩; B_i 为粘滞摩擦系数; n 为磁极对数; d/dt 为微分算子。

基于永磁同步电机的机械运动方程,可将其速度动态特性视为一阶线性系统,在此基础上可建立速度环超局部模型,该模型表述如下:

$$\frac{d\omega_i}{dt} = b_i u_i + f_i \quad (2)$$

式中: $b_i = 3n\varphi_i/2J_i$, $i = 1, 2, \dots, N$; b_i 为永磁同步电机控制系数; u_i 为永磁同步电机的控制输入; $f_i = -(T_{i,L} + B_i \omega_i)/J_i$ 为综合扰动。

若将多永磁同步电机速度控制系统视为一阶 MAS,

并引入一个虚拟领导者(简称领导者),则式(2)可改写为:

$$\dot{x}_i = b_i u_i + f_i \quad (3)$$

式中: x_i 为 PMSM 的实际转速 ω_i ; u_i 为一一致性协议。对于领导者,在不考虑综合扰动影响的情况下,可以建立领导者的数学模型如下:

$$\dot{x}_0 = b_i u_0 \quad (4)$$

式中: x_0 为领导者的转速; u_0 为领导者的控制输入。跟随者和领导者之间的跟踪误差定义为 $h_i = x_i - x_0$ 。

本文为领导者设计了 PI 控制器,保证领导者的速度 ω^* 可以准确地跟踪系统设定的期望目标速度 ω_0 。控制器设计如下:

$$u_0 = k_p(\omega_0 - \omega^*) + k_i(\omega_0 - \omega^*) dt \quad (5)$$

式中: k_p 是比例增益; k_i 是积分增益。

2 有限时间一致性协议设计

2.1 图论

在 MAS 中,将 $G = (V, E)$ 定义为无向图,其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 为顶点集, $E \subseteq V \times V$ 为无向边集。 $i, j \in E$ 为智能体 i 和智能体 j 能够相互交换信息。如果邻接矩阵 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$, $a_{ij} > 0 \Leftrightarrow (j, i) \in E$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。当 G 是无向图时矩阵 A 是对称的^[24]。度矩阵定义为 $D = \text{diag}\{d_{11}, d_{22}, \dots, d_{NN}\}$, 其中 $d_{ii} = \sum_{i=1}^N a_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, N$ 。

拉普拉斯矩阵定义为 $L_{ij} = -a_{ij}$, $L_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ij}$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, \dots, N$ 。根据上述定义,可以得到 $L = D - A$ 和 $LI_N = \mathbf{0}_N$ 。

如果在任意两点之间存在一条通路,则称图 G 为连通图。对角矩阵定义为: $G = \text{diag}\{G_1, G_2, \dots, G_n\}$, 其用来表示领导者与跟随者的通信关系。如果跟随者 i 可以从领导者处接收信息,那么 $G_i = 1$; 否则, $G_i = 0$ 。

2.2 引理

引理 1 如果存在一个连续可微的正定函数, $V(x): \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}$, 对于式(3)和任意实数 $c_1 > 0, c_2 > 0, 0 < s < 1$, 满足 $\dot{V}(x) + c_1 V(x) + c_2 (V(x))^s \leq 0, x \in \mathbf{R}^N \setminus \{0\}$, 此时,原点为式(3)的快速有限时间稳定平衡点,稳定时间为 $T(x_0) \leq \frac{1}{c_1(1-s)} \ln\left(\frac{c_1 V^{1-s}(x_0) + c_2}{c_2}\right)$ 。

引理 2 对于无向拓扑图, L 是其关联拉普拉斯矩阵,则 L 的最小特征值为 0, 其他特征值都是正实数,记为 $\lambda_1 = 0 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n$ 。对于任意向量 $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$, 有 $x^T L x = [\sum_{i,j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j)^2]/2$ 。

引理 3(幂和不等式) 如果存在 $0 < c < 1$, 对于任意 $a_1 \geq 0, a_2 \geq 0$, 则有不等式 $(a_1 + a_2)^c \leq a_1^c + a_2^c$ 。

引理4 定义一个对称矩阵 $\mathbf{M} = [m_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$, 则有如下等式成立:

$$2 \sum_{i,j=1}^N m_{ij} x_i f(y_i - y_j) = \sum_{i,j=1}^N m_{ij} (x_i - x_j) f(y_i - y_j)$$

式中: $x_i, y_i \in \mathbf{R}$; $f(\cdot)$ 为奇函数。

假设1 假设式(3)的综合扰动项 f_i 被认为是 Lipschitz 连续函数 $f(t, x)$, 则有不等式 $|f(t, x) - f(t, x')| \leq h |x - x'|$ 成立, $\forall x, x' \in \mathbf{R}$, 其中, $h \geq 0$ 。

假设2 假设在一个领导-跟随的 MAS 中, 领导者的控制输入 u_0 是有界的, 即 $|u_0| \leq N$ 。

2.3 一致性协议设计

根据式(3)设计的有限时间一致性协议如下:

$$u_i(t) = -\frac{1}{b_i} \left[\tau_1 \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sig}(x_i - x_j)^\alpha + \vartheta_i \text{sig}(x_i - x_0)^\alpha \right) - \tau_2 \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j) + \vartheta_i (x_i - x_0) \right) - \tau_3 \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sign}(x_i - x_j) + \vartheta_i \text{sign}(x_i - x_0) \right) - K_1 \sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sign}(x_i - x_j) \cdot Z_i \cdot \hat{f}_i \right] \quad (6)$$

式中: Z_i 为积分项, $\dot{Z}_i = K_2 |x_i - x_j|$, 可以减小静差; $\tau_1, \tau_2, \tau_3, K_1, K_2$ 为控制器增益且均 > 0 ; α 为幂次项, 满足 $0 < \alpha < 1$; $\sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j) + \vartheta_i (x_i - x_0)$ 为线性项, 可以提高收敛速度; N 表示跟随者的数量; \hat{f}_i 表示综合扰动估计值。

定理1 当假设1和假设2均满足时, 式(3)在控制协议式(6)作用下, 如果无向通信拓扑的领导-跟随系统控制器增益满足 $\tau_2 = \frac{\xi + 2h}{2\lambda_{\min}^M}, \tau_3 = \frac{N\sqrt{2N}}{(\lambda_{\min}^{\hat{M}})^{\frac{1}{2}}}$, 多永磁同步电机速度收敛时间为:

$$T \leq \ln \left(\frac{\xi V^{\frac{1-\alpha}{2}}(x_0) + \tau_1 2^\alpha (\lambda_{\min}^{\hat{M}})^{\frac{\alpha+1}{2}} V^{\frac{\alpha+1}{2}}}{\tau_1 2^\alpha (\lambda_{\min}^{\hat{M}})^{\frac{\alpha+1}{2}} V^{\frac{\alpha+1}{2}}} \right)^{\frac{2}{\xi(1-\alpha)}} \quad (7)$$

式中: \hat{M} 和 M 有相似的结构, a_{ij}^2 代替 a_{ij} , $2\vartheta_i^2$ 代替 ϑ_i ; \hat{M} 和 M 有相似的结构, $a_{ij}^{\frac{2}{\alpha+1}}$ 代替 a_{ij} , $2^{\frac{1-\alpha}{\alpha+1}} \vartheta_i^{\frac{2}{\alpha+1}}$ 代替 ϑ_i 。

证明: 根据式(3)、(4)、(6), 得到系统的误差方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{h}}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_0 = b_i u_i + f_i - b_i u_0 = \\ &- \tau_1 \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sig}(x_i - x_j)^\alpha - \vartheta_i \text{sig}(x_i - x_0)^\alpha \right) - \\ &\tau_2 \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j) + \vartheta_i (x_i - x_0) \right) - \\ &\tau_3 \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sign}(x_i - x_j) + \vartheta_i \text{sign}(x_i - x_0) \right) - \\ &K_1 \sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sign}(x_i - x_j) \cdot Z_i \cdot \hat{f}_i + f_i - b_i u_0 \end{aligned} \quad (8)$$

当系统的通信拓扑为无向拓扑图, 且领导者与所有跟随者间均有有效路径时, 建立李雅普诺夫函数 $V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \hat{h}_i^2(t)$, 得到 V 的推导式如下:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \cdot \dot{\hat{h}}_i(t) \quad (9)$$

进一步有:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \cdot u_i + \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \cdot f_i - b_i \cdot \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \cdot u_0 \quad (10)$$

将式(8)代入式(10):

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\tau_1 \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sig}(x_i - x_j)^\alpha + \vartheta_i \text{sig}(x_i - x_0)^\alpha \right) - \\ &\tau_2 \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j) + \vartheta_i (x_i - x_0) \right) - \\ &\tau_3 \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sign}(x_i - x_j) + \vartheta_i \text{sign}(x_i - x_0) \right) - \\ &K_1 \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \cdot \sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sign}(x_i - x_j) Z_i + \\ &\sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) (f_i - \hat{f}_i) - \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \cdot b_i u_0 \end{aligned} \quad (11)$$

对式(11)的第1项进行拆分变换, 可得:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sig}(x_i - x_j)^\alpha + \vartheta_i \text{sig}(x_i - x_0)^\alpha = \\ &\sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sig}(\hat{h}_i - \hat{h}_j)^\alpha + \vartheta_i \text{sig}(\hat{h}_i)^\alpha = \\ &\sum_{j=1}^N a_{ij} |\hat{h}_i - \hat{h}_j|^\alpha \text{sign}(\hat{h}_i - \hat{h}_j) + \vartheta_i |\hat{h}_i|^\alpha \text{sign}(\hat{h}_i) \end{aligned} \quad (12)$$

同理, 第2项和第3项可以变换为:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j) + \vartheta_i (x_i - x_0) = \\ &\sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{h}_i - \hat{h}_j) + \vartheta_i (\hat{h}_i) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sign}(x_i - x_j) + \vartheta_i \text{sign}(x_i - x_0) = \\ &\sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sign}(\hat{h}_i - \hat{h}_j) + \vartheta_i \text{sign}(\hat{h}_i) \end{aligned} \quad (14)$$

进一步可将式(12)改写为:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N a_{ij} \hat{h}_i(t) |\hat{h}_i - \hat{h}_j|^\alpha \text{sign}(\hat{h}_i - \hat{h}_j) + \\ &\sum_{i=1}^N \vartheta_i |\hat{h}_i|^\alpha \text{sign}(\hat{h}_i) \cdot \hat{h}_i(t) = \\ &\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N a_{ij} \hat{h}_i(t) |\hat{h}_i - \hat{h}_j|^{\alpha+1} + \sum_{i=1}^N \vartheta_i |\hat{h}_i|^{\alpha+1} \end{aligned} \quad (15)$$

其余同理。

根据引理3, 可以得到下式:

$$\begin{aligned} &\sum_{i,j=1}^N a_{ij} |\hat{h}_i - \hat{h}_j|^{\alpha+1} + 2 \sum_{i=1}^N \vartheta_i |\hat{h}_i|^{\alpha+1} = \\ &\sum_{i,j=1}^N [a_{ij}^{\frac{2}{\alpha+1}} (\hat{h}_i - \hat{h}_j)^2]^{\frac{\alpha+1}{2}} + \sum_{i=1}^N [2 \cdot 2^{\frac{1-\alpha}{\alpha+1}} \cdot \vartheta_i^{\frac{2}{\alpha+1}} \cdot (\hat{h}_i)^2]^{\frac{\alpha+1}{2}} \geq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{i,j=1}^N a_{ij} \frac{2}{\alpha+1} (\hat{h}_i - \hat{h}_j)^2 \right]^{\frac{\alpha+1}{2}} + \left[2 \sum_{i=1}^n 2^{\frac{1-\alpha}{\alpha+1}} \cdot \vartheta_i \frac{2}{\alpha+1} \cdot (\hat{h}_i)^2 \right]^{\frac{\alpha+1}{2}} \geq \\ & \left[\sum_{i,j=1}^N a_{ij} \frac{2}{\alpha+1} (\hat{h}_i - \hat{h}_j)^2 + 2 \sum_{i=1}^n 2^{\frac{1-\alpha}{\alpha+1}} \cdot \vartheta_i \frac{2}{\alpha+1} \cdot (\hat{h}_i)^2 \right]^{\frac{\alpha+1}{2}} = \\ & [2\hat{h}^T \hat{L} \hat{h} + 2\hat{h}^T \hat{D} \hat{h}]^{\frac{\alpha+1}{2}} \geq 2^{\alpha+1} (\lambda_{\min}^M)^{\frac{\alpha+1}{2}} V^{\frac{\alpha+1}{2}} \end{aligned} \quad (16)$$

同理,可得下式:

$$\sum_{i,j=1}^N a_{ij} (\hat{h}_i - \hat{h}_j)^2 + 2 \sum_{i=1}^n \vartheta_i \hat{h}_i^2 \geq 4\lambda_{\min}^M V \quad (17)$$

$$\sum_{i,j=1}^N a_{ij} |\hat{h}_i - \hat{h}_j| + 2 \sum_{i=1}^n \vartheta_i |\hat{h}_i| \geq 2(\lambda_{\min}^M)^{\frac{1}{2}} V^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

此外,有:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} \text{sign}(x_i - x_j) \cdot Z_i = \\ & K_2 \sum_{i,j=1}^N a_{ij} |\hat{h}_i - \hat{h}_j| \int |\hat{h}_i - \hat{h}_j| dt \geq 0 \end{aligned} \quad (19)$$

根据假设 1 和 2 可以得到下式:

$$- \sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) \cdot b_i u_0 \leq b_i N \sum_{i=1}^N |\hat{h}_i(t)| \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^N \hat{h}_i(t) (f_i - \hat{f}_i) \leq 2hV \quad (21)$$

将推导的各式代入式(11)中,可以得到下式:

$$\begin{aligned} & V \leq -\tau_1 2^\alpha (\lambda_{\min}^M)^{\frac{\alpha+1}{2}} V^{\frac{\alpha+1}{2}} - 2(\tau_2 \lambda_{\min}^M - h) V - \\ & (\tau_3 (\lambda_{\min}^M)^{\frac{1}{2}} - N \sqrt{2N}) V^{\frac{1}{2}} \leq -\tau_1 2^\alpha (\lambda_{\min}^M)^{\frac{\alpha+1}{2}} V^{\frac{\alpha+1}{2}} - \xi V \end{aligned} \quad (22)$$

由引理 1 可知,当 τ_2, τ_3 满足一定条件时,式(3)可在原点处实现有限时间稳定,则系统的收敛时间为:

$$T \leq \ln \left(\frac{\xi V^{\frac{1-\alpha}{2}}(x_0) + \tau_1 2^\alpha (\lambda_{\min}^M)^{\frac{\alpha+1}{2}} V^{\frac{\alpha+1}{2}}}{\tau_1 2^\alpha (\lambda_{\min}^M)^{\frac{\alpha+1}{2}} V^{\frac{\alpha+1}{2}}} \right)^{\frac{2}{\xi(1-\alpha)}} \quad (23)$$

为了估计有限时间内系统的综合扰动,本文引入了超螺旋扩展状态观测器(STESO)^[25]:

$$\begin{cases} \dot{\hat{h}}_{i,1} = G_{i,1} - \omega_i \\ \dot{G}_{i,1} = b_i u_i + \hat{f}_i - \beta_{i,1} (|\hat{h}_{i,1}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\hat{h}_{i,1}) + \hat{h}_{i,1}) \\ \dot{\hat{f}}_i = -\beta_{i,2} \left(\frac{1}{2} \text{sign}(\hat{h}_{i,1}) + \hat{h}_{i,1} + \frac{3}{2} |\hat{h}_{i,1}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\hat{h}_{i,1}) \right) \end{cases} \quad (24)$$

式中: $G_{i,1}$ 为 PMSM 实际转速的估计值; \hat{f}_i 为系统中综合扰动的估计值; $\beta_{i,1}, \beta_{i,2}$ 是观测器增益。根据文献[25]可知所建立的 STESO 是收敛的。

3 实验验证

基于 MATLAB/Simulink 搭建的仿真与实验平台,本文对所提控制方法进行了性能测试,并与偏差耦合方法进行了对比,以证明其有效性和工程适用性。系统间的

通信关系按照无向拓扑(图 1)进行设置,该拓扑包含一棵以虚拟领导者为根节点的生成树。多台永磁同步电机被设定为跟随对象,同时构建一个虚拟的参考领导者。实验表明所提出的策略可确保多电机速度在有限时间内同步收敛。

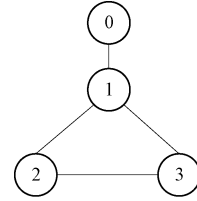


图 1 无向通信拓扑结构

Fig. 1 Undirected communication topology

本文所采用的实验平台如图 2 所示。

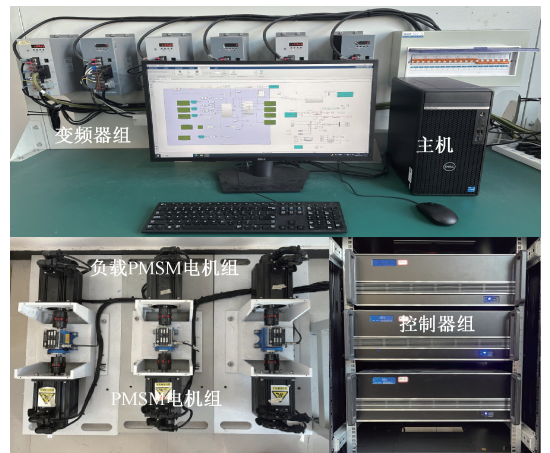


图 2 综合实验平台

Fig. 2 Comprehensive experimental platform

综合实验平台的 PMSM 参数如表 1 所示,本文提出的控制方法的参数如表 2 所示,多 PMSM 转速协同控制原理如图 3 所示。考虑到在工程中的实际应用,选取 Lipschitz 常数 $h = 1$,领导者的输入上界 $N = 1$,采样时间 $T = 1 \times 10^{-4}$,本文对所提出的控制方法进行了多种工况下的对比实验验证,包括 PMSM 调速系统的升降速、加减速以及正反转等。

表 1 PMSM 参数

Table 1 The parameter values of PMSM

参数	符号	数值
定子电阻	R	0.5 Ω
绕线电感	L	0.01 mH
摩擦系数	B	0.004 3 N·m·s
转动惯量	J	1.94×10 ⁻³ kg·m ²
磁链	ψ_f	0.1 V·s
极对数	n	2

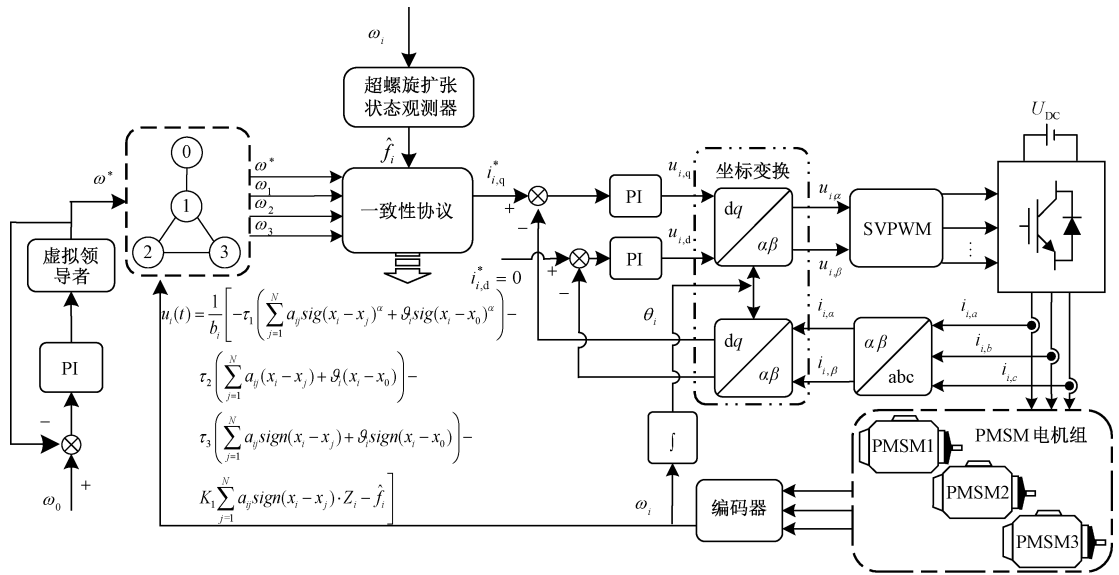


图3 多PMSM转速协同控制原理

Fig. 3 Schematic diagram of multi PMSM speed collaboration control

表2 控制器参数值

Table 2 The parameter values of controller

参数	数值	参数	数值
α	0.5	τ_3	2
τ_1	300	K_1	0.4
τ_2	20	K_2	0.5

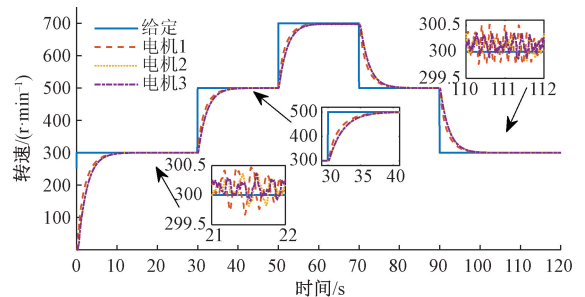
3.1 升降速对比实验

开展了升降速工况下与偏差耦合的对比实验,用来验证本文所提方法的优越性。实验转速设置为 0~30 s 时 300 r/min ; 30~50 s 时 500 r/min; 50~70 s 时 700 r/min; 70~90 s 时 500 r/min; 90 s 后 300 r/min。结果如图 4 所示,其中,跟踪误差为给定转速与电机输出转速的差值,同步误差为 3 台电机之间的输出转速差值。

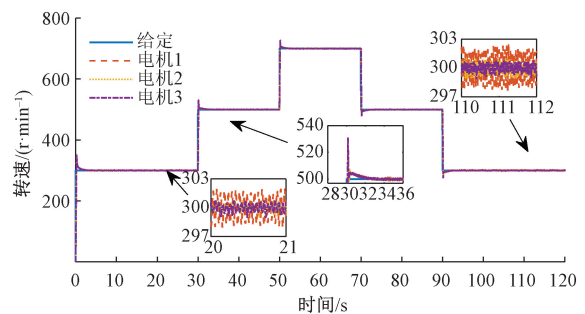
由图 4 可见,采用本文所提出的控制方法时,所有电机均能精确、无超调的跟踪领导者的参考速度,但在偏差耦合控制下,均有大幅度超调现象。图 4(a)中最大抖振不超过 0.5 r/min,明显低于图 4(b)中 3 r/min 左右的抖振。与图 4(b)对比结果表明,本文提出的控制方法在升降速过程中表现出较为平稳的特性。在稳态阶段,图 4(c)相比图 4(d),抖振现象明显得到抑制。对比图 4(e)和(f)可以看出,本文提出的控制方法在同步性能上优于偏差耦合控制。

3.2 加载减载对比试验

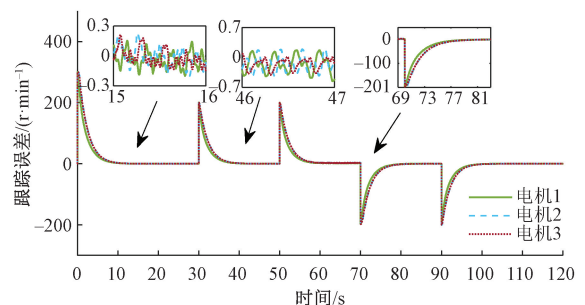
通过综合实验平台的负载电机组完成在不同时间突加不同负载的实验,用来验证本文所提方法相对偏差耦合控制的优越性。实验转速设置为 300 r/min,在不同时间向不同的电机施加或移除不同的负载。其中,电机 1



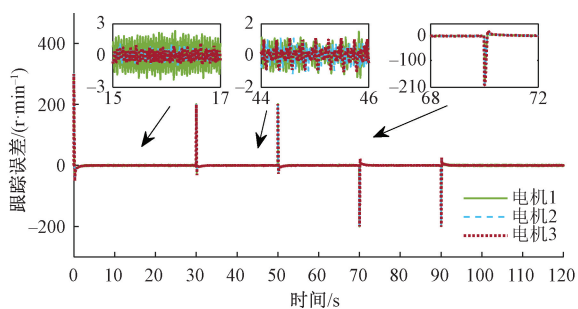
(a) 基于本文控制方法的电机转速跟踪曲线
(a) Speed tracking curve of the control method



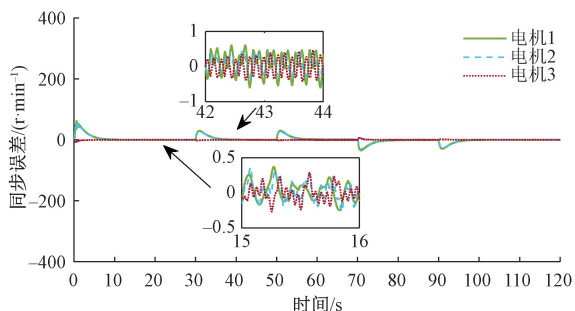
(b) 基于偏差耦合控制方法的电机转速跟踪曲线
(b) Speed tracking curve of deviation coupling control method



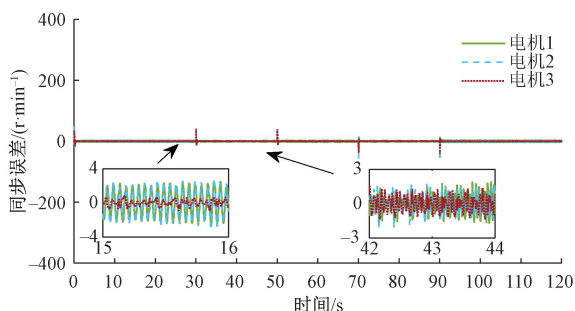
(c) 基于本文控制方法的电机转速跟踪误差曲线
(c) Speed tracking error curve of the control method



(d) 基于偏差耦合控制方法的电机转速跟踪误差曲线
(d) Tracking error curve of the deviation coupling control method



(e) 基于本文控制方法的电机转速同步误差曲线
(e) Speed synchronization error curve of the control method

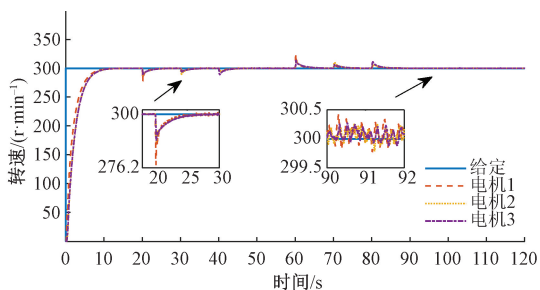


(f) 基于偏差耦合控制方法的电机转速同步误差曲线
(f) Speed synchronization error curve of the deviation coupling control method

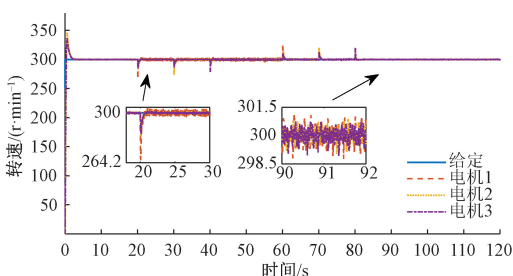
图 4 多 PMSM 升降速对比实验

Fig. 4 Comparison experiment of multi-PMSM speed up and speed down

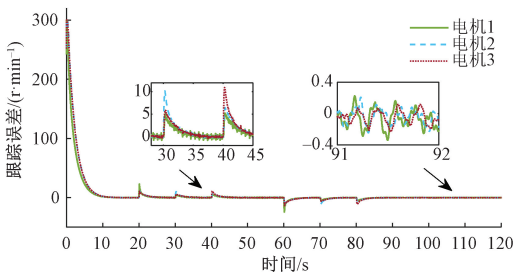
在 20~60 s 突加 0.7 N·m 负载、电机 2 在 30~70 s 突加 0.6 N·m 负载、电机 3 在 40~80 s 突加 0.5 N·m 负载。对比实验结果如图 5 所示。



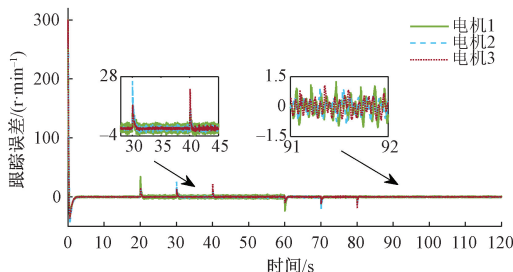
(a) 基于本文控制方法的电机转速跟踪曲线
(a) Speed tracking curve of the control method



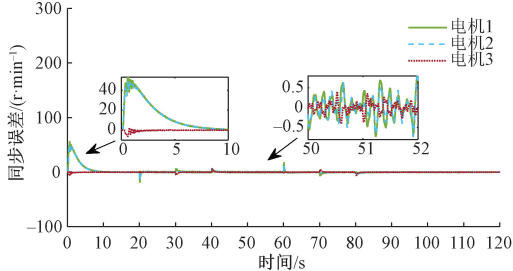
(b) 基于偏差耦合控制方法的电机转速跟踪曲线
(b) Speed tracking curve of deviation coupling control method



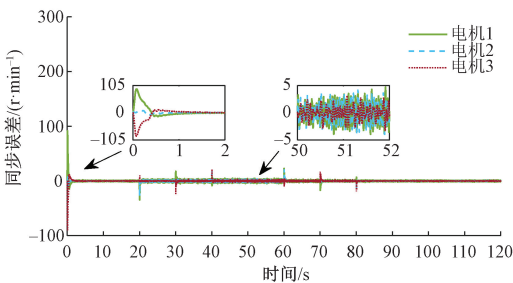
(c) 基于本文控制方法的电机转速跟踪误差曲线
(c) Speed tracking error curve of the control method



(d) 基于偏差耦合控制方法的电机转速跟踪误差曲线
(d) Tracking error curve of the deviation coupling control method



(e) 基于本文控制方法的电机转速同步误差曲线
(e) Speed synchronization error curve of the control method



(f) 基于偏差耦合控制方法的电机转速同步误差曲线
(f) Speed synchronization error curve of the deviation coupling control method

图 5 多 PMSM 加减载对比实验

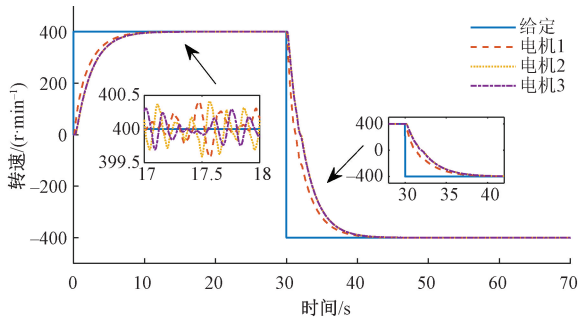
Fig. 5 Comparison experiment of multi-PMSM load increase and decrease

在不同时间向不同的电机施加或移除不同负载的情况下,本文设计的控制方法可以平滑无超调的恢复到所设定的 300 r/min, 转速最大变化量为 23.8 r/min。图 5(a)中稳态时刻的抖振为 0.5 r/min, 小于图 5(b)中稳态时刻的 1.5 r/min 的抖振。通过对比图 5(c)和(d), 图 5(e)和(f), 可以看出, 本文控制方法的跟踪误差和同步误差均小于偏差耦合控制。同时也验证了, 本文所设计的控制方法可以增强系统的鲁棒性能。

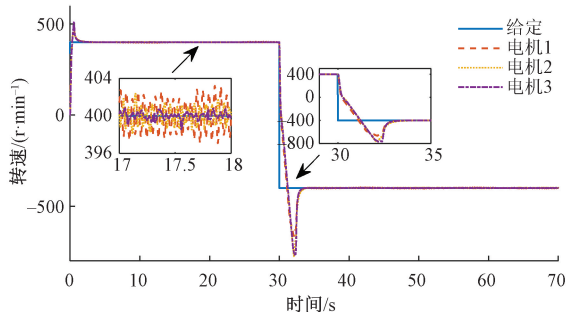
3.3 正反转对比实验

在正反转工况下, 用来验证将本文所提方法相对偏差耦合控制的优越性。设置多电机调速系统的启动转速为 400 r/min, 然后反转到 -400 r/min。实验结果如图 6 所示。

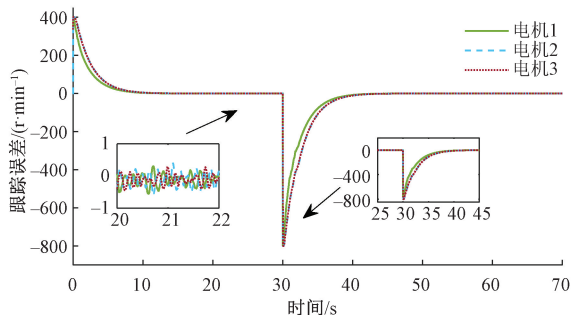
对比图 6 可以看出, 本文设计的控制方法启动时没有超调, 稳定时的抖振相较于偏差耦合控制也有着明显的减小, 反转时也过渡地更加平稳。图 6(c)中跟踪误差



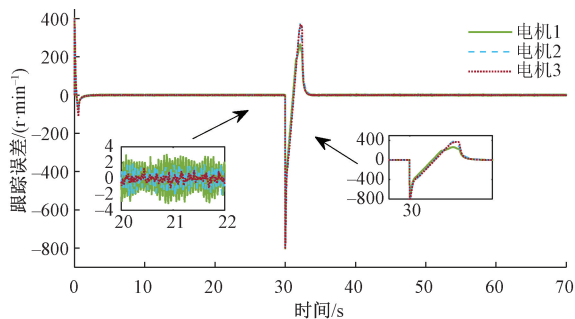
(a) 基于本文控制方法的电机转速跟踪曲线
(a) Speed tracking curve of the control method



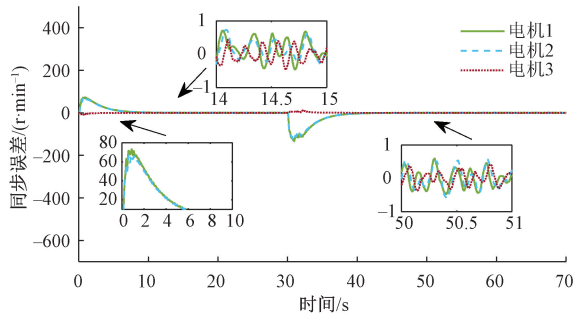
(b) 基于偏差耦合控制方法的电机转速跟踪曲线
(b) Speed tracking curve of deviation coupling control method



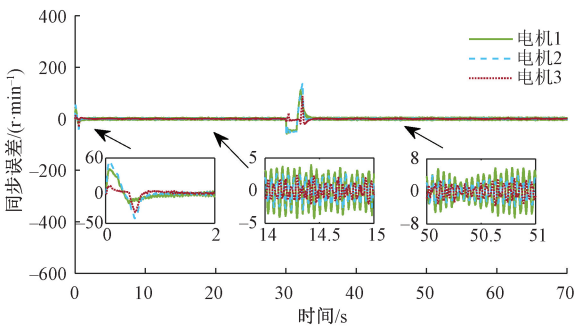
(c) 基于本文控制方法的电机转速跟踪误差曲线
(c) Speed tracking error curve of the control method



(d) 基于偏差耦合控制方法的电机转速跟踪误差曲线
(d) Tracking error curve of the deviation coupling control method



(e) 基于本文控制方法的电机转速同步误差曲线
(e) Speed synchronization error curve of the control method



(f) 基于偏差耦合控制方法的电机转速同步误差曲线
(f) Speed synchronization error curve of the deviation coupling control method

图 6 多 PMSM 正反转对比实验

Fig. 6 Comparison experiment of multi-PMSM forward and reverse rotation

优于图 6(d)。图 6(e)中同步误差不超过 1 r/min, 优于图 6(f)中 5 和 8 r/min 的同步误差。

上述进行的 3 种工况下的实验现象均验证了本文提出的控制方法的可行性, 有效提高了系统同步精度。

4 结论

本文的研究主旨是将多智能体系统的有限时间一致性理论应用于多电机的协同控制。将多电机调速系统视为一个多智能体系统, 建立了基于多永磁同步电机间的无向通信拓扑结构。设计了一种有限时间一致性协议, 以替代传统永磁同步电机调速系统中的速度环控制器。

根据有限时间一致性理论,该协议能确保所有电机转速在有限时间内收敛一致,并获得了期望的 q 轴电流,实现了多永磁同步电机在有限时间内的速度一致性。为了减少综合扰动的影响,在一致性协议中引入了超螺旋扩展状态观测器,对综合扰动进行实时估计并补偿到一致性协议中。通过与偏差耦合控制方法进行对比,实验结果表明,所设计的控制方案在多电机转速协同控制系统中能够实现有限时间速度一致性,具有高性能的同步跟踪精度、收敛时间快、无超调的特点。当转速和负载发生变化时,多永磁同步电机之间的同步跟踪误差较小,具有较好的鲁棒性,可以快速将转速恢复到期望值。

参考文献

- [1] 卢志远, 柏受军, 江明, 等. 改进的线性自抗扰永磁同步电机转速控制器设计[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(4): 73-81.
LU ZH Y, BAI SH J, JIANG M, et al. Improved design of linear self-turbulent permanent magnet synchronous motor speed controller [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(4): 73-81.
- [2] 邓聪颖, 舒杰, 陈翔, 等. 多参数变化下基于参数辨识的永磁同步电机偏差解耦控制方法[J]. 仪器仪表学报, 2022, 34(6): 260-268.
DENG C Y, SHU J, CHEN X, et al. A deviation decoupling control method of permanent magnet synchronous motor based on parameter identification under multi-parameter variation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 34(6): 260-268.
- [3] SHETYE N. Sonic wave fire fighter robot using master slave concept [J]. VIVA-Tech International Journal for Research and Innovation, 2021, 1(4): 1-6.
- [4] 叶宇豪, 彭飞, 黄允凯. 多电机同步运动控制技术综述[J]. 电工技术学报, 2021, 36(14): 2922-2935.
YE Y H, PENG F, HUANG Y K. Overview of multi-motor synchronous motion control technology [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(14): 2922-2935.
- [5] ZHU C L, TU Q Z, JIANG C M, et al. A cross coupling control strategy for dual-motor speed synchronous system based on second order global fast terminal sliding mode control [J]. IEEE Access, 2020, 8: 217967-217976.
- [6] 李争, 肖宇, 孙鹤旭, 等. 基于速度前瞻的双轴直线电机交叉耦合控制策略[J]. 电工技术学报, 2021, 36(5): 973-983.
LI ZH, XIAO Y, SUN H X, et al. Speed prospective based cross-coupling control strategy for dual-axis linear motor [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(5): 973-983.
- [7] 侯虎, 陶为戈, 梅善瑜. 改进型交叉耦合双电机比例同步控制研究[J]. 国外电子测量技术, 2023, 42(2): 101-106.
HOU H, TAO W G, MEI SH Y. Research on proportional synchronous control of dual motors based on improved cross-coupled [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2023, 42(2): 101-106.
- [8] 史婷娜, 辛雄, 夏长亮. 采用虚拟电机的改进偏差耦合多电机同步控制[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(23): 7004-7013.
SHI T N, XIN X, XIA CH L. Multi-motor speed synchronous control based on improved relative coupling structure with a virtual motor [J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(23): 7004-7013.
- [9] 耿强, 王少炜, 周湛清, 等. 改进型偏差耦合多电机转速同步控制[J]. 电工技术学报, 2019, 34(3): 474-482.
GENG Q, WANG SH W, ZHOU ZH Q, et al. Multi-motor speed synchronous control based on improved relative coupling structure [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(3): 474-482.
- [10] 王慧琴, 苗国英, 孙英博. 基于多智能体强化学习值分解的优化算法[J]. 电子测量技术, 2023, 46(7): 73-79.
WANG H Q, MIAO G Y, SUN Y B. Optimization algorithm based on value decomposition of multi-agent reinforcement learning [J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(7): 73-79.
- [11] 王卓, 秦博东, 徐雍, 等. 复杂无向网络连通性的一种高效判定算法[J]. 自动化学报, 2020, 46(10): 2129-2136.
WANG ZH, QIN B D, XU Y, et al. An efficient algorithm for determining the connectivity of complex undirected networks [J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(10): 2129-2136.
- [12] YU G, SHEN Y J. Event-triggered distributed optimisation for multi-agent systems with transmission delay [J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(14): 2188-2196.
- [13] 吕冬翔, 张志成, 朱立宏, 等. 基于多智能体的太阳能无人机能源控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(2): 372-378.
LV D X, ZHANG ZH CH, ZHU L H, et al. Multi-agent based energy control for solar unmanned aerial vehicles [J]. Control and Decision, 2023, 38(2): 372-378.
- [14] SHANG Y L. Fixed-time group consensus for multi-agent systems with non-linear dynamics and uncertainties [J].

- IET Control Theory & Applications, 2018, 12(3): 395-404.
- [15] ZHANG J, LV M, SHEN T, et al. Sliding mode control for a class of nonlinear multi-agent system with time delay and uncertainties [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 65(1): 865-875.
- [16] WU Z G, XU Y, PAN Y J. Event-triggered control for consensus problem in multi-agent systems with quantized relative state measurements and external disturbance[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2018, 65(7): 2232-2242.
- [17] REN H, MA H, LI H, et al. Adaptive fixed-time control of nonlinear MASs with actuator faults [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2023, 10(5): 1252-1262.
- [18] MALIKA S, WANG F Y, LIU Z X, et al. Distributed fuzzy fault-tolerant consensus of leader-follower multi-agent systems with mismatched uncertainties, Journal of Systems Engineering and Electronics, 2021, 32(5): 1031-1040.
- [19] 贾付金, 张天良. 具有未知函数非线性系统的全局渐近稳定控制 [J]. 控制理论与应用, 2023, 40(2): 196-203.
JIA F J, ZHANG T L. Global asymptotic stability control for nonlinear systems with unknown functions [J]. Control Theory & Applications, 2023, 40(2): 196-203.
- [20] 李元新, 魏淑仪. 具有输入饱和的不确定非线性系统自适应渐近跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2023, 38(8): 2326-2334.
LI Y X, WEI SH Y. Adaptive asymptotic tracking of uncertain nonlinear systems with input saturation [J]. Control and Decision, 2023, 38(8): 2326-2334.
- [21] 朱文博, 张师峥, 王庆领. 受扰多智能体系统有限时间分布式时变优化 [J]. 控制理论与应用, 2025, 42(3): 433-441.
ZHU W B, ZHANG SH ZH, WANG Q L. Finite-time distributed time-varying optimization of disturbed multi-agent systems [J]. Control Theory & Applications, 2025, 42(3): 433-441.
- [22] CUI Y, LIU X. Adaptive consensus tracking control of strict-feedback nonlinear multi-agent systems with unknown dynamic leader [J]. Neural Computing and Applications, 2022, 34(8): 6215-6226.
- [23] 王志超, 刘开恩, 纪志坚, 等. 多智能体系统的分布式快速有限时间二分跟踪一致性 [J]. 控制与决策, 2024, 39(10): 3289-3296.
WANG ZH CH, LIU K E, JI ZH J, et al. Distributed fast finite-time bipartite tracking consensus for multi-agent systems [J]. Control and Decision, 2024, 39(10): 3289-3296.
- [24] WANG L, XIAO F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(4): 950-955.
- [25] ZHAO L, ZHENG C, WANG Y, et al. A finite-time control for a pneumatic cylinder servo system based on a super-twisting extended state observer [J], IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(2): 1164-1173.

作者简介



侯利民(通信作者),1999年于辽宁工程技术大学获得学士学位,2004年于辽宁工程技术大学获得硕士学位,2010年于东北大学获得博士学位,现为辽宁工程技术大学教授,主要研究方向为电力电子与电气传动、先进控制理论与控制工程。

E-mail: hlm760410@163.com

Hou Limin (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Liaoning Technical University in 1999, M. Sc. degree from Liaoning Technical University in 2004 and Ph. D. degree from Northeastern in 2010, respectively. Now he is a professor in Liaoning Technical University. His main research interests include power electronics and electrical transmission, advanced control theory and control engineering.



高艺馨,2023年于辽宁工程技术大学获得学士学位,现为辽宁工程技术大学硕士研究生,主要研究方向为电机控制。

E-mail: 1297912046@qq.com

Gao Yixin received her B. Sc. degree from Liaoning Technical University in 2023. Now she is a M. Sc. candidate in Liaoning Technical University. Her main research interest includes motor control.