

DOI: 10.13382/j.jemi.B2508112

改进四稳态随机共振系统与 MOMEDA 结合的 轴承故障诊断研究*

张 刚 侯家琛 黄笑笑 曹子涵

(重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065)

摘要: 致力于解决经典四稳态随机共振系统(CQSR)的输出饱和性问题,构造了一种新型分段非饱和的四稳态随机共振系统(PUQSR)。首先,通过实验信号的模拟仿真验证了PUQSR的抗饱和特性。随后,研究了PUQSR系统的势函数结构变化,根据绝热近似理论,理论推导出PUQSR系统的稳态概率密度(SPD)和功率谱放大系数(SA),并详细分析了系统参数对其的影响。进一步地,将信噪比增益(SNRI)和SA作为衡量系统性能的指标,数值模拟仿真验证PUQSR系统在放大信号和对噪声能量的转化效率都更优越。同时,为了在强噪声背景下更有效的提取目标信号,联合多点最优最小熵解卷积(MOMEDA)方法与随机共振(SR)系统,提出一种增幅MOMEDA-PUQSR系统。最后,通过自相关谱法和量子遗传算法(QGA)寻找MOMEDA-PUQSR系统的最优参数,并应用于实际故障信号。实验结果表明,增幅后的故障信号包络表现出更明显的脉冲特性,相比于原始信号,信噪比(SNR)提升了15.404 2~26.077 8 dB。同时,相比于MOMEDA-CQSR系统,增幅信号通过MOMEDA-PUQSR系统的输出SNR提升了0.281 5~1.406 3 dB,谱峰值提升了480.144~4 314.187 3。

关键词: 随机共振;多稳态系统;故障特征提取;MOMEDA-PUQSR;滚动轴承;量子遗传算法

中图分类号: TH133.33; TN911.23 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

Studies on improving a quad-stable stochastic resonance system's bearing fault diagnosis combined with MOMEDA

Zhang Gang Hou Jiachen Huang Xiaoxiao Cao Zihan

(School of Communications and Information Engineering, Chongqing University of Posts and
Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Committed to solving the output saturation problem of the classical quad-stable stochastic resonance (CQSR) system, a new type of piecewise unsaturated quad-stable stochastic resonance (PUQSR) system is constructed. Firstly, the anti-saturation characteristic of PUQSR is verified by simulation of experimental signals. Then, the potential function structure variation of the PUQSR system is studied. According to adiabatic approximation theory, the steady-state probability density (SPD) and power spectrum amplification (SA) coefficient of the PUQSR system are deduced theoretically, and the influence of system parameters on them is analyzed in detail. Further, the signal-to-noise ratio improvement (SNRI) and SA are used as indicators to measure system performance, and numerical simulation verifies that the PUQSR system is better at amplifying signals and converting noise energy. At the same time, to extract the target signal more effectively in the context of strong noise, a new MOMEDA-PUQSR system is proposed by combining the multi-point optimal minimum entropy deconvolution (MOMEDA) method and the SR system. Finally, the optimal parameters of the MOMEDA-PUQSR system are found through the autocorrelation function and quantum genetic algorithm and successfully applied to the actual fault signal. The experimental results show that the increased fault signal envelope exhibits more obvious pulse characteristics, and the SNR is increased by 15.404 2~26.077 8 dB compared to the original signal. At the same time, compared with the MOMEDA-CQSR system, the output SNR of the increased signal through the MOMEDA-PUQSR system has been increased by 0.281 5~1.406 3 dB, and the spectral peak has been increased by 480.144~4 314.187 3.

Keywords: stochastic resonance; multi-stable system; fault feature extraction; MOMEDA-PUQSR; rolling bearing; quantum genetic algorithm

收稿日期: 2025-01-09 Received Date: 2025-01-09

* 基金项目: 重庆市自然科学基金面上(CSTB2024NSCQ MSX1060, CSTB2023NSCQ-MSX0235, CSTC2021JCYJ-MSXMX0836)项目资助

0 引言

振动信号中的故障特征常被强噪声淹没^[1-2]。传统方法(如奇异值分解^[3]、经验模态分解^[4]、小波变换^[5]) 在强噪声下提取微弱特征存在瓶颈^[6]。

随机共振(stochastic resonance, SR)于 1981 年首次提出^[7],以解释冰川气候和温暖气候之间的周期替。近年来,随着非线性科学的发展,随机共振作为一种利用噪声能量辅助信号处理的方法,已被广泛应用于各个领域。Qiao 等^[8]提出了一种用于故障诊断的自适应非饱和双稳态模型,通过线性化经典的双稳态阱壁来克服饱和问题。Ma 等^[9]构建了一个双高斯势函数,有效地解决了经典双稳态的饱和特性。Zhang 等^[10]研究了二维三稳态随机共振及其在轴承故障检测中的应用,性能已得到显著提升。

在过去的几十年中,振动信号分析已成为旋转机械故障诊断领域的研究热点。从振动信号中提取周期性冲击信号是滚动轴承故障的重要指标,对故障诊断具有重要意义。由最小熵解卷积(minimum entropy deconvolution, MED)发展而来的最大相关峭度解卷积(maximum correlation kurtosis deconvolution, MCKD)已被证明是增强滚动轴承和齿轮箱诊断中周期脉冲的有效工具。Miao 等^[11]提出一种改进的最大相关峭度解卷积方法,并成功应用于故障诊断。尽管如此,MCKD 的性能依赖于准确的故障周期信息,并且其滤波器可能仅是局部最优解。为了克服 MCKD 的局限性,McDonald 等^[12]提出了多点最优最小熵解卷积调整(multipoint optimal minimum entropy deconvolution adjusted, MOMEDA)方法。然而,MOMEDA 的分解效果很大程度上取决于所选择的脉冲周期和滤波器长度。为解决 MOMEDA 的这些缺点,Li 等^[13]提出了一种自适应迭代自相关方法并应用在实际轴承应用。然而,若仅采用 MOMEDA 方法,在强噪声环境下,其信号能量的重新分配与压缩机制会导致故障冲击信号幅值显著衰减,限制特征提取能力。而若仅依赖 SR 方法,由于故障特征频率多集中于低频段,其输出信号则易受其他低频干扰成分的影响。

基于上述研究,本文创新性地将两种具有优势的方法融合,一方面利用 MOMEDA 对周期脉冲信号的优化能力,另一方面结合随机共振利用噪声增强微弱信号的特性,克服单一方法的局限性。因此,本文针对经典四稳态随机共振系统(classical quad-stable stochastic resonance, CQSR)输出饱和问题,提出分段非饱和四稳态 SR 系统(piecewise unsaturated quad-stable stochastic resonance, PUQSR),深入研究其稳态概率密度(steady-state probability density, SPD)和功率谱放大系

数(spectrum amplification, SA)性能,同时将增幅后的 MOMEDA 与 PUQSR 联合应用于实际轴承故障诊断。实验结果充分证明,MOMEDA-PUQSR 方法在故障检测和特征增强方面表现卓越,相较于传统方法具有显著优势,为轴承故障诊断领域提供了更高效可靠的技术手段。

1 多点最优最小熵解卷积调整

MOMEDA 可以表述为一个以多点 D 范数(multi D-norm, MDN)为目标函数,使其最大化问题。其中 MDN 为:

$$\text{MDN}(\mathbf{y}, \mathbf{t}, \mathbf{f}) = \max_{\mathbf{f}} \frac{\mathbf{t}^T \mathbf{y}}{\|\mathbf{y}\|} \quad (1)$$

式中: \mathbf{y} 表示为解卷积信号; $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_L]$ 为最优解卷积滤波器的系数; L 为滤波器长度; \mathbf{t} 是与解卷积信号 \mathbf{y} 等长度的目标向量,决定了待解卷积脉冲的位置和权重。MDN 对 \mathbf{y} 求导有:

$$\frac{d}{d\mathbf{f}} \left(\frac{\mathbf{t}^T \mathbf{y}}{\|\mathbf{y}\|} \right) = \frac{d}{d\mathbf{f}} \left(\frac{t_1 y_1}{\|\mathbf{y}\|} \right) + \dots + \frac{d}{d\mathbf{f}} \left(\frac{t_{N-L} y_{N-L}}{\|\mathbf{y}\|} \right) \quad (2)$$

式中: N 为原始信号的长度。将式(2)改写为矩阵形式并令其为 0,可得:

$$\begin{cases} \|\mathbf{y}\|^{-1} \mathbf{X}_0 \mathbf{t} - \|\mathbf{y}\|^{-3} \mathbf{t}^T \mathbf{y} \mathbf{X}_0 \mathbf{y} = 0 \\ \frac{\mathbf{t}^T}{\|\mathbf{y}\|^2} \mathbf{X}_0 \mathbf{y} = \mathbf{X}_0 \mathbf{t} \end{cases} \quad (3)$$

求解可得最优解卷积滤波器的系数:

$$\mathbf{f} = (\mathbf{X}_0 \mathbf{X}_0^T) \mathbf{X}_0 \mathbf{t} \quad (4)$$

$$\mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} x_L & x_{L+1} & \dots & x_N \\ x_{L-1} & x_L & \dots & x_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{N-L+1} \end{bmatrix}_{L \times (N-L+1)}$$

在实际应用中,MOMEDA 算法包含两个关键参数,为滤波器长度 L 和周期搜索范围 $[T_1, T_2]$,参数的选取依赖于故障信号的先验知识。这里,故障信号的故障周期可参考文献[14]中自相关函数(AC)识别。其已经被成功应用于滚动轴承的故障诊断^[15],通过 AC 可估计出故障周期范围。这里的滤波器长度通过以输出信噪比(SNR)为指标寻优得到。

2 分段非饱和四稳态随机共振系统

2.1 CQSR 与 PUQSR 系统的比较

在过阻尼的条件下,布朗粒子在 CQSR^[16]非线性系统中运动,可以由 Langevin 方程(LE)描述,即:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\frac{dU_c(x)}{dx} + s(t) + n(t) \\ U_c(x) = -\frac{m}{2}x^2 + \frac{n}{4}x^4 - \frac{p}{6}x^6 + \frac{1}{8}x^8 \end{cases} \quad (5)$$

式中:

$$\begin{cases} m = u^2 v^2 w^2 \\ n = u^2 v^2 + v^2 w^2 + w^2 u^2 \\ p = u^2 + v^2 + w^2 \end{cases} \quad (6)$$

式中: $s(t)$ 为 $A\cos\omega t$, 表示输入系统的正弦信号周期力。其中, A 表示输入信号的幅值, ω 表示角频率。 $\eta(t) = \sqrt{2D}n(t)$ 是均值为 0, 方差为 $2D$ 的高斯白噪声。它的统计特性可以写为 $\langle \eta(t) \rangle = 0$, $\langle \eta(t)\eta(t - \tau) \rangle = 2D\delta(\tau)$ 。这里的 τ 表示时间间隔, D 表示高斯白噪声的强度。式(6)中 u, v, w 是系统参数, 它们是非零的并且满足 $|u| \neq |v| \neq |w|$ 。由于 $U_c(x)$ 中高阶项 (x^8) 的存在^[17], 随着 $abs(x)$ 的增加, U_c 会迅速增大并直至饱和。因此, 为解决 CQSR 的输出饱和问题, 提出了 PUQSR 系统, 其系统模型为:

$$\begin{cases} U_T(x) = \frac{6x^2}{a^2 + b^2} - \frac{3x^4}{a^2 b^2} + \frac{2x^6}{a^2 b^2 (a^2 + b^2)} \\ U_0(x) = \begin{cases} U_T(x + e), & x < 0 \\ U_T(x - e), & x \geq 0 \end{cases} \\ e = \min\{a, b\} \end{cases} \quad (7)$$

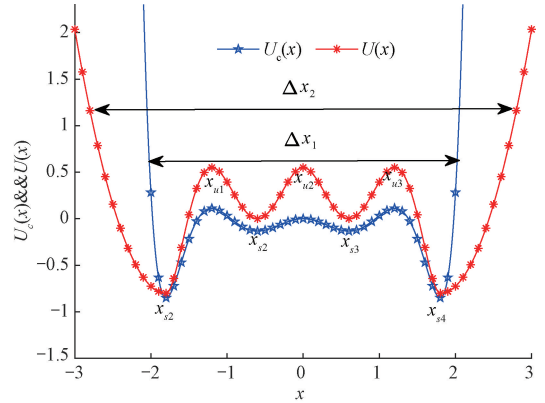
$$U(x) = \begin{cases} k(x + c)^2 + U_0(-c), & x < -c \\ \frac{6(x + e)^2}{a^2 + b^2} - \frac{3(x + e)^4}{a^2 b^2} + \frac{2(x + e)^6}{a^2 b^2 (a^2 + b^2)}, & -c \leq x < 0 \\ \frac{6(x - e)^2}{a^2 + b^2} - \frac{3(x - e)^4}{a^2 b^2} + \frac{2(x - e)^6}{a^2 b^2 (a^2 + b^2)}, & 0 \leq x \leq c \\ k(x - c)^2 + U_0(c), & x > c \\ e = \min\{a, b\} \end{cases} \quad (8)$$

式中: $U_T(x)$ 是经典三稳态随机共振系统^[18]的势函数, 假设参数 $a < b$, 则其势垒点为 $-a, a$; $U_0(x)$ 是由 $U_T(x)$ 分别向左右两侧平移 a 个单位后并以 y 轴分段结合得到。

$U(x)$ 中 a, b, c, k 均为大于 0 系统参数, e 取参数 a, b 之间较小的一个, 其中 $c = a + b + 0.01$ 为分段点, k 控制两侧势阱壁的陡度, 增加 k 会导致两侧势阱更加陡峭, 即两侧势阱之间的宽度更小。在 $a < b$ 的情况下, 图 1(a) 所示为 CQSR 与 PUQSR 的势函数对比。可以发现, $U(x)$ 的势阱壁更为平坦。因此, 仅从图 1(a) 来看, $U(x)$ 是能够克服 $U_c(x)$ 的输出饱和性问题。图 1(a) 中, 通过求 $\partial U_c / \partial x = 0$ 的解, 可得 CQSR 的 4 个势阱点为 $(-w, -u, u, w)$, 3 个势垒点为 $(-v, 0, v)$ 。同样地, 可得到 PUQSR 的 4 个势阱点为 $x_{s1} = -b - a, x_{s2} = -a, x_{s3} = a, x_{s4} = b + a$,

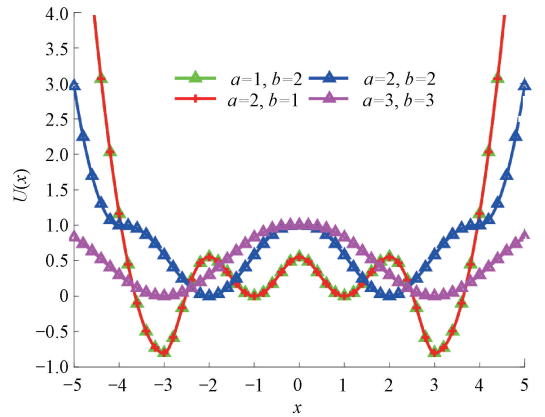
3 个势垒点为 $x_{u1} = -2a, x_{u2} = 0, x_{u3} = 2a$ 。

图 1(b) 所示为不同参数下 $U(x)$ 的结构变化情况, 其中当 $a = b$ 时, 因势函数关于 a, b 对称, 其结构不变; 而在 $a \neq b$ 条件下, 势函数结构会从四稳态模型退化为双稳态模型, 且后续分析均在 $a < b$ 进行。



(a) 势函数结构对比

(a) Comparison of potential function structures



(b) PUQSR 结构变化

(b) Changes in PUQSR structure

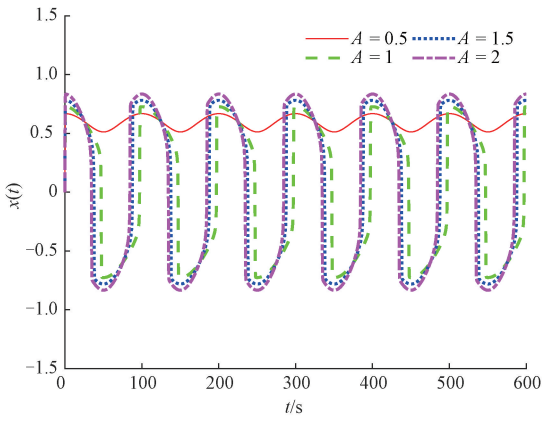
图 1 势函数分析

Fig. 1 Potential function comparison

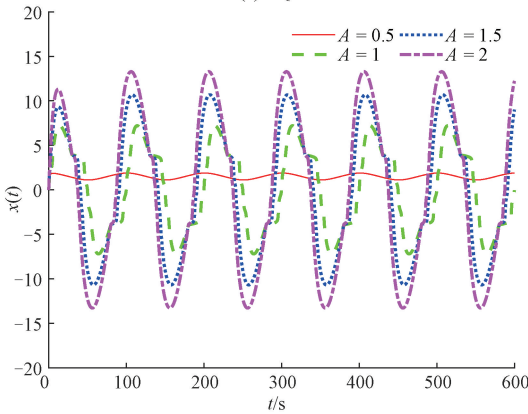
为验证 PUQSR 系统对 CQSR 输出饱和性的克服能力, 采用四阶龙格-库塔算法求解频率为 $f = 0.01$ Hz、不同输入幅值下两系统的输出响应。图 2(a) 所示为 CQSR 输出随输入幅值增大而达到饱和, 图 2(b) 所示为 PUQSR 系统的输出响应, 发现随着输入幅值的增大, 输出响应的幅值显著提高, 且明显大于 CQSR 系统的响应幅值。图 2(c) 所示为两种系统的输出幅值随输入幅值的变化对比。PUQSR 的 A_{out} 表现出明显的上升趋势且远高于 CQSR 系统的输出。这证明了 PUQSR 具有抗饱和性的特点。

2.2 势函数结构分析

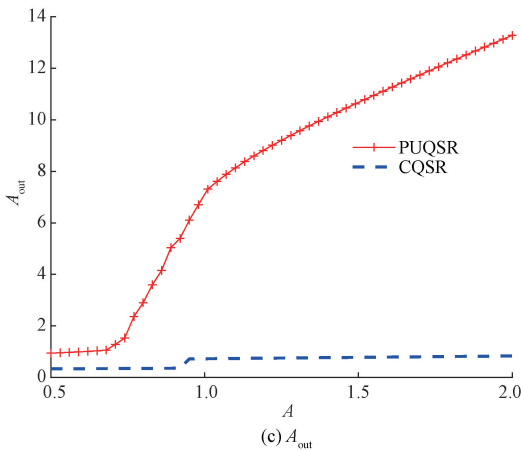
图 3 所示为 PUQSR 势函数结构与系统参数的关联性, 参数变化导致势函数结构改变, 且对系统内粒子势



(a) CQSR



(b) PUQSR



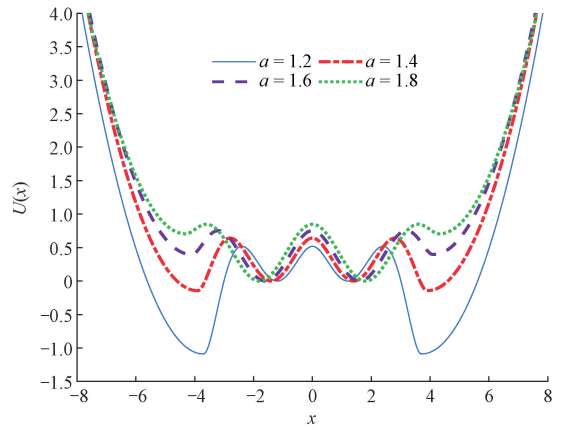
(c) A_{out}

图 2 CQSR 与 PUQSR 系统的输出响应对比

Fig. 2 Comparison of output response of CQSR and PUQSR system

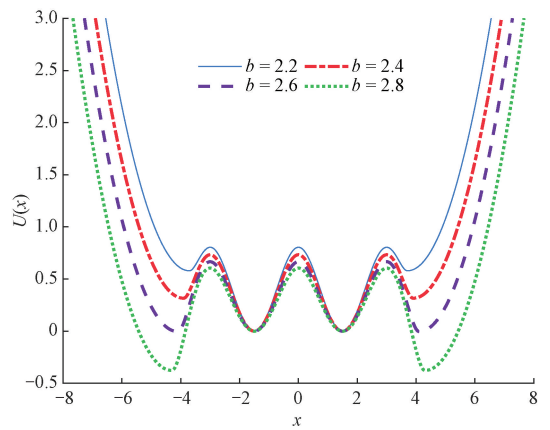
阱间跃迁时间及外界驱动力产生显著作用。

由图 3(a)可知,增大参数 a 会引发势阱深度的非对称调制,即两侧势阱深度衰减幅度显著高于中间势阱增益,进而促进粒子全局跃迁;由图 3(b)可知,参数 b 对势阱深度的调制效应与 a 相反,故减小 b 可协同增强全局跃迁效率。



(a) 随参数 a 变化

(a) Varying with parameter a



(b) 随参数 b 变化

(b) Varying with parameter b

图 3 参数变化对势函数结构的影响

Fig. 3 Effect of parameter changes on the structure of potential function

2.3 稳态概率密度

稳态概率密度是布朗粒子在势阱内的概率分布,这对于分析粒子的跃迁过程是方便的。因此,通过分析系统参数与 SPD 之间的关系,可以更深入的了解系统内部粒子的动力学行为。由绝热近似理论可得 PUQSR 的 Fokker-Planck 方程^[19-20]如下:

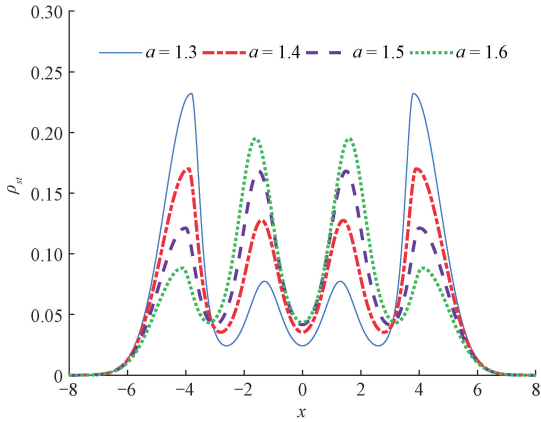
$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ -\frac{\partial \tilde{U}(x, t)}{\partial x} \rho(x, t) \right\} + D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \rho(x, t) \quad (9)$$

由式(9)可计算出在加性高斯白噪声背景下的 SPD 为:

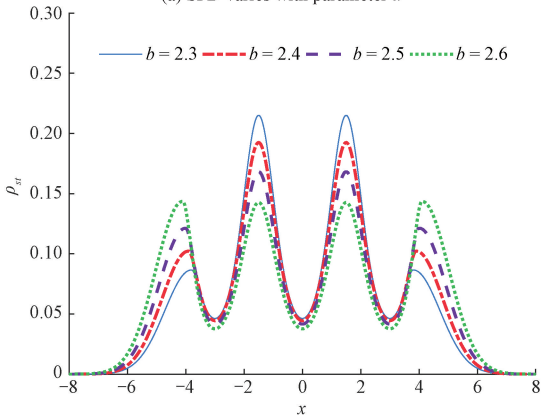
$$\rho_{st}(x, t) = \frac{1}{N} \exp\left(-\frac{\tilde{U}(x, t)}{D}\right) \quad (10)$$

式中: N 为归一化常数; $\tilde{U}(x, t) = U(x) - Axc\cos\omega t$ 为等效势函数。令输入信号为 $s(t) = 0.01\sin(2\pi \cdot 0.01t)$, 图 4 所示为系统参数与 SPD 之间的函数关系。图 4(a) 中, 其他参数为 $b = 2.5, k = 0.3$, 图 4(b) 中, 其他参数为 $a = 1.5, k = 0.3$ 。

由图 4 可知, PUQSR 系统的 SPD 曲线出现 4 个明显的尖峰, 直接反映了系统的四稳态特性。图 4(a) 中, 参数 a 的增大导致两侧势阱的概率密度显著减小, 中间势阱的概率密度明显增大。这会导致粒子在全局跳跃的平衡性进而影响 SR 的产生。图 3 中, 参数 b 对势函数结构的影响与参数 a 相反。图 4(b) 中, b 对 SPD 的影响也与参数 a 相反。通过上述分析发现, 单独对某一个参数的总会限制两个势阱内粒子的运动, 因此, 适当调整系统参数, 使得粒子进行全局跳跃是必要的。



(a) SPD 随参数 a 的变化
(a) SPD varies with parameter a



(b) SPD 随参数 b 的变化
(b) SPD varies with parameter b

图 4 系统参数对 SPD 影响

Fig. 4 Influence of system parameters on SPD

2.4 PUQSR 系统的 SA

1) 全局概率流方程

由绝热近似理论, 粒子的全局概率流方程^[21]如下:

$$\begin{cases} \frac{dI_1}{dt} = -I_1R_{12}(t) + I_2R_{21}(t) \\ \frac{dI_2}{dt} = I_1R_{12}(t) - I_2R_{21}(t) - I_2R_{23}(t) + I_3R_{32}(t) \\ \frac{dI_3}{dt} = I_2R_{23}(t) - I_3R_{32}(t) - I_3R_{34}(t) + I_4R_{43}(t) \\ \frac{dI_4}{dt} = I_3R_{34}(t) - I_4R_{43}(t) \end{cases} \quad (11)$$

矩阵形式为:

$$\frac{d\mathbf{I}}{dt} = \mathbf{R}\mathbf{I} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{I} = [I_1(t), I_2(t), I_3(t), I_4(t)]^T$, 满足 $\sum_{i=1}^4 I_i(t) = 1$, $I_i(t)$ 表示的是时刻 t 粒子处于第 i 个势阱的概率。转移矩阵 \mathbf{R} 可以表示为:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -R_{12} & R_{21} & 0 & 0 \\ R_{12} & -(R_{21} + R_{23}) & R_{32} & 0 \\ 0 & R_{23} & -(R_{32} + R_{34}) & R_{43} \\ 0 & 0 & R_{34} & -R_{43} \end{bmatrix} \quad (13)$$

因此, 在 t 时刻两个势阱间的 Kramers 跃迁率 R_{ij} 为

$$R_{ij} = \frac{\sqrt{U''(x_{si})U''(x_{uj})}}{2\pi} \exp\left\{-\frac{\tilde{U}(x_{uj}) - \tilde{U}(x_{si})}{D}\right\} \quad (14)$$

初始时刻的跃迁率为:

$$R_{ij}^{(0)} = \frac{\sqrt{U''(x_{si})U''(x_{uj})}}{2\pi} \exp\left\{-\frac{U(x_{uj}) - U(x_{si})}{D}\right\} \quad (15)$$

$i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$

2) SA 表达式的推导与分析

根据上述推导, 式(12)的解可近似为:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}^{(0)} + \Delta\mathbf{I} \quad (16)$$

将式(16)代入式(12)可得:

$$\frac{d\Delta\mathbf{I}}{dt} = \mathbf{R}^{(0)}\Delta\mathbf{I} + \mathbf{J}^{(0)}\cos\omega t \quad (17)$$

当没有输入信号时, 稳态驻留概率可以写为 $\mathbf{I}^{(0)} = [\Delta I_1^{(0)}, \Delta I_2^{(0)}, \Delta I_3^{(0)}, \Delta I_4^{(0)}]^T$ 。同时, $\mathbf{R}^{(0)}$ 是由 $R_{ij}^{(0)}$ 组成的矩阵。式(17)中的列矩阵 $\mathbf{J}^{(0)}$ 可以表示为:

$$\mathbf{J}^{(0)} = D^{-1} \begin{pmatrix} -r_{12}^{(0)}\Delta x_{11}I_1^{(0)} + r_{21}^{(0)}\Delta x_{12}I_2^{(0)} \\ r_{12}^{(0)}\Delta x_{11}I_1^{(0)} - r_{21}^{(0)}\Delta x_{12}I_2^{(0)} \\ -r_{23}^{(0)}\Delta x_{22}I_2^{(0)} + r_{32}^{(0)}\Delta x_{23}I_3^{(0)} \\ r_{23}^{(0)}\Delta x_{22}I_2^{(0)} - r_{32}^{(0)}\Delta x_{23}I_3^{(0)} \\ -r_{34}^{(0)}\Delta x_{33}I_3^{(0)} + r_{43}^{(0)}\Delta x_{34}I_4^{(0)} \\ r_{34}^{(0)}\Delta x_{33}I_3^{(0)} - r_{43}^{(0)}\Delta x_{34}I_4^{(0)} \end{pmatrix} \quad (18)$$

式中:

$$\Delta x_{ij} = x_{ij} - x_{si}, i \geq j \quad (19)$$

$$i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$$

当时间趋向无穷时,式(17)的渐进响应解 ΔI 可以表示为:

$$\Delta I = \gamma \sin \omega t + \delta \cos \omega t \quad (20)$$

式中: $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4]^T$, $\delta = [\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4]^T$ 。式(20)还可以写为:

$$\Delta I_i = \alpha_i \sin(\omega_0 t + \phi_i) \quad (21)$$

式中: $\alpha_i = A \sqrt{\gamma_i^2 + \delta_i^2}$ 为 ΔI_i 的响应幅值; $\phi_i = \arctan(\delta_i/\gamma_i)$ 为相位。其中 γ_i 和 δ_i 表达式如下:

$$\begin{cases} \gamma_i = \sum_{k=1}^4 \omega (q_k^2 + \omega^2)^{-1} \beta_k \chi_{k,i} \\ \delta_i = - \sum_{k=1}^4 q_k (q_k^2 + \omega^2)^{-1} \beta_k \chi_{k,i} \end{cases} \quad (22)$$

式中: q_k 为 $R^{(0)}$ 的特征值; χ_k 为特征向量; β_k 是 $J^{(0)}$ 的拓展因子。当 $t \rightarrow \infty$ 时,周期信号通过系统产生的平均响应为:

$$\langle x(t) \rangle_{as} = \sum_{i=1}^4 s_i [I_i^{(0)} + A \sigma_i \cos(\omega t + \phi_i)] \quad (23)$$

此系统的平均渐进响应幅值是:

$$M_1 = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + 2Y_1 Y_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)} \quad (24)$$

因此,最终系统的 SA 可以表示为:

$$\eta = \frac{M_1^2}{A^2} \quad (25)$$

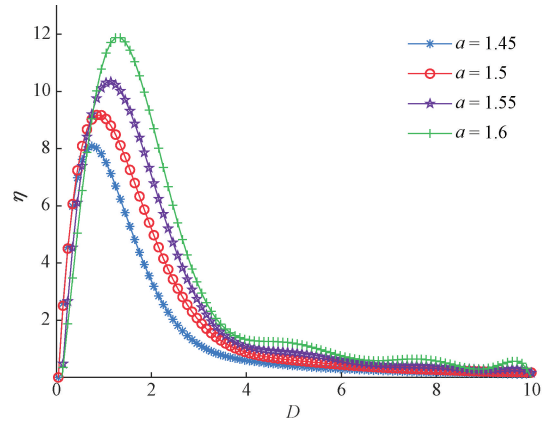
其中:

$$\begin{cases} Y_1 = \sqrt{x_{s1}^2 \sigma_1^2 + x_{s2}^2 \sigma_2^2 + 2x_{s1} \sigma_1 x_{s2} \sigma_2 \sin(\phi_1 - \phi_2)} \\ Y_2 = \sqrt{x_{s3}^2 \sigma_3^2 + x_{s4}^2 \sigma_4^2 + 2x_{s3} \sigma_3 x_{s4} \sigma_4 \sin(\phi_3 - \phi_4)} \\ \theta_1 = \arctan \left[\frac{(x_{s1} \sigma_1 - x_{s2} \sigma_2)}{(x_{s1} \sigma_1 + x_{s2} \sigma_2)} \tan \left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right) \right] \\ \theta_2 = \arctan \left[\frac{(x_{s3} \sigma_3 - x_{s4} \sigma_4)}{(x_{s3} \sigma_3 + x_{s4} \sigma_4)} \tan \left(\frac{\phi_3 - \phi_4}{2} \right) \right] \end{cases} \quad (26)$$

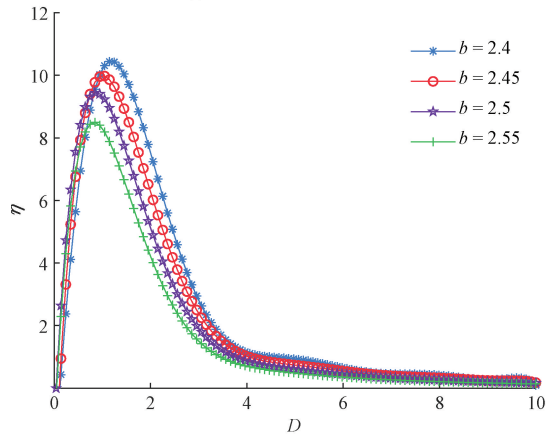
SA 随参数变化曲线如图 5 所示,可以看出随着 D 增大 SA 曲线先增后减,表明 SR 现象发生;参数 a 增大使 SA 峰值及其对应噪声强度提升,SR 效应与抗噪效果增强,参数 b 影响与之相反, b 越小系统 SR 效应和抗噪性能越强,且参数对 SA 的影响与图 3 中参数对势函数结构的影响一致。

3 数值仿真

为了对比 CQSR 与 PUQSR 系统的性能优劣,将实验信号分别输入两种系统进行四阶龙格库塔求解。选择 SR 系统中两种常见的度量指标,分别为 SA 和信噪比增益(signal-to-noise ratio improvement, SNRI)。假定 μ_1 和



(a) SA 随 a 变化
(a) SA changes with a



(b) SA 随 b 变化
(b) SA changes with b

图 5 SA 随参数的变化

Fig. 5 SA changes with parameters

μ_2 分别为输入和输出信号的功率谱,那么 SA 可以表示为:

$$SA = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (27)$$

令 $P_{Sout}(f_0)$ 和 $P_{Sin}(f_0)$ 分别为输出和输入信号在特征频率处的功率, $P_{Nout}(f_0)$ 和 $P_{Nin}(f_0)$ 为除特征频率之外的输出噪声功率和输入噪声功率,那么信噪比和信噪比增益为^[22]:

$$\begin{cases} SNR_{in} = P_{Sin}(f_0) / P_{Nin}(f_0) \\ SNR_{out} = P_{Sout}(f_0) / P_{Nout}(f_0) \\ SNRI = \frac{P_{Sout}(f_0) / P_{Nout}(f_0)}{P_{Sin}(f_0) / P_{Nin}(f_0)} \end{cases} \quad (28)$$

实验信号为 $s(t) = 0.1 \cos(2\pi \cdot 0.01t)$, 采样频率为 5 Hz, 采样点数为 4 098。取 200 个等间隔不同噪声强度值,采用四阶龙格-库塔算法,重复实验 100 次。

图 6 和 7 所示分别为不同噪声强度变化下的两种系统的 SA 和 SNRI 对比曲线。结果表明,两种系统随着 D

的变大,两种系统均发生了双 SR 现象。同时,无论是在 SA 还是 SNRI 的衡量指标,随着噪声强度 D 的增大,PUQSR 系统的曲线远大于 CQSR 系统,表明了 PUQSR 具有更优的性能和抗噪性。

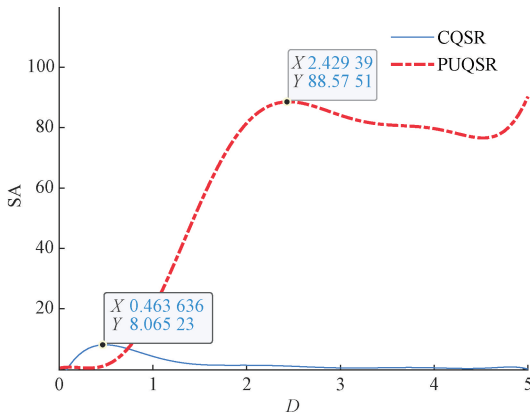


图 6 CQSR 与 PUQSR 的 SA 比较

Fig. 6 SA comparison of CQSR and PUQSR

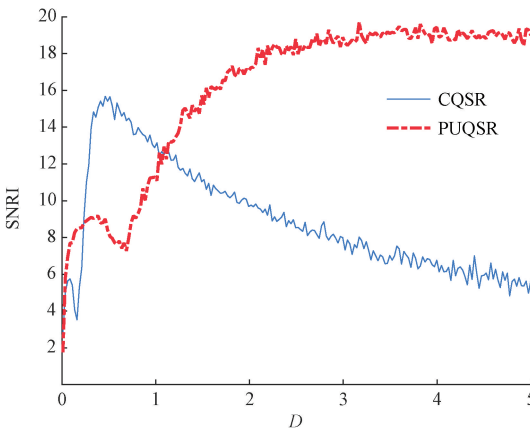


图 7 CQSR 与 PUQSR 的 SNRI 比较

Fig. 7 SNRI comparison of CQSR and PUQSR

4 MOMEDA 增强 PUQSR 故障诊断

基于上述 SR 系统分析,提出一种增幅 MOMEDA-PUQSR 系统用于检测轴承故障,流程框图如图 8 所示。

1) 在原始故障信号的基础上加入一定强度的噪声以模拟强噪声环境,故障信号的特征频率被淹没,无法识别。

2) 确定 MOMEDA 的周期搜索范围以及滤波器长度。首先,通过求解原始信号的自相关谱可以确定故障周期的范围 $[T_l, T_r]$,随后,设置滤波器长度 L 的搜索范围,寻找最优 L 下的最大 SNR。由于 L 的不同会导致信号长度的不同,进而导致解卷积信号包络谱分辨率的不同,因此,实际故障频率与理论故障频率存在一定的

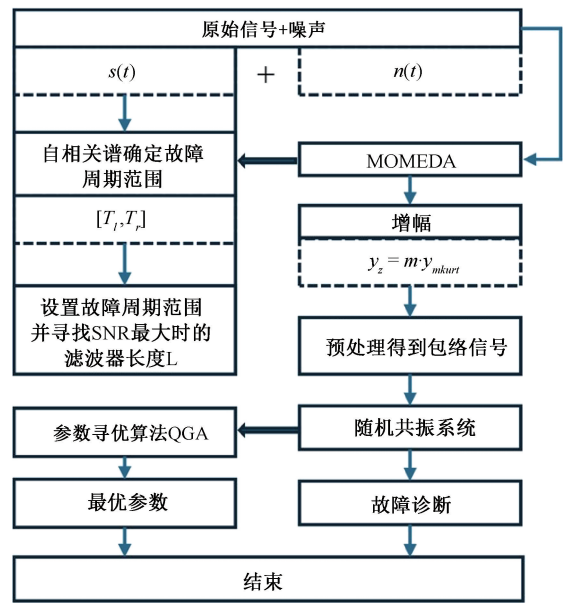


图 8 故障检测流程

Fig. 8 Fault detection flow chart

误差。

3) 设最优解卷积信号为 y_{mkurt} , 由于 MOMEDA 在降噪的同时,也会大幅度降低故障信号中的脉冲幅值,因此为了发挥后续 SR 系统的最大性能,设置增幅因子 m 使得 $y_z = m \cdot y_{mkurt}$, y_z 为随机共振系统的输入信号。参数 m 的优化可通过步骤 5) 将其添加为优化参数,同样以特征频率处的 SNR 作为适应度函数进行寻优。

4) 取信号 y_z 的包络并去除直流分量。

5) 以 SNR 作为适应度函数,利用量子遗传算法 (quantum genetic algorithm, QGA) 分别对 CQSR 和 PUQSR 两种系统参数寻优。得到 CQSR 系统的最优参数 u, v, w, m , 尺度因子 R , PUQSR 系统的最优参数 a, b, k, m, R 。SR 系统在最优参数下将对故障信号特征增强。

6) 观察 SR 系统的输出时域波形和频域图,对故障进行诊断。

5 工程应用

轴承在现实生活中被广泛应用,但长期磨损容易造成设备故障,引发事故。为验证本文所提方法在早期轴承故障中的实用性^[23-24],分别选取两种不同类型的轴承故障进行诊断。

5.1 6203 深沟球轴承

选取来自德国帕德博恩大学^[25]的外圈轴承故障公开数据集进行实验,加速试验台如图 9 所示,转速为 $f_r = 25$ Hz。6203 轴承主要参数如表 1 所示。

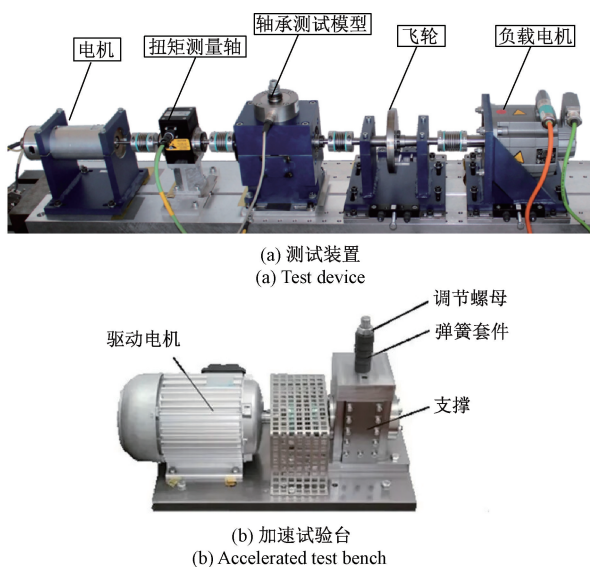


图 9 轴承加速寿命试验台

Fig. 9 Bearing acceleration life test bench

表 1 6203 轴承主要参数

Table 1 Main parameters of 6203 bearing

D/mm	n/mm	d/mm	l/mm	$\alpha(^{\circ})$
29.05	8	6.75	6.75	0

表 1 中, D 表示为节圆直径, n 是滚动体数量, d 为滚动体直径, l 为滚动体长度, α 为压力角度数。

由式(29)和表 1 中轴承的主要参数信息可计算理论轴承故障频率为 76.335 4 Hz。设置采样频率为 $f_s = 64\ 000$, 采样点数为 $N = 32\ 000$ 。由于检测分辨率的差别, 实际检测故障频率与理论存在一定的误差。

$$\begin{cases} BPFO = \frac{nf_r}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos\alpha \right) \\ BPF1 = \frac{nf_r}{2} \left(1 + \frac{d}{D} \cos\alpha \right) \end{cases} \quad (29)$$

向原始故障信号加入噪声强度 $D=4$ 的高斯白噪声, 加噪信号如图 10(a) 所示。预处理后的信号如图 10(b)~(d) 所示, 可以发现预处理后的信号在强噪声背景下仍然无法直接诊断, 此时, 信噪比为 $-34.277\ 3\ \text{dB}$ 。

对原始故障信号的包络谱做自相关估计出故障周期。如图 11 所示, $T_1 = 838, T_2 = 1\ 681, T_3 = 2\ 516$, 第 1 个周期的最大值可近似认为是故障周期, 因此, 设置周期搜索范围为 $[800, 900]$, 为了得到更好的解卷积效果, 图 12 所示为故障频率 SNR 随 L 的变化曲线, 当滤波器长度设为 1 256 时, 输出 SNR 最高, 因此, 选择 $L=1\ 256$ 。

MOMEDA 解卷积结果如图 13 所示。图 13(a) 中, 发现 MOMEDA 有效增强了故障信号中的脉冲成分, 滤波后的时域波形脉冲成分清晰可见。图 13(c) 中, 外圈故障

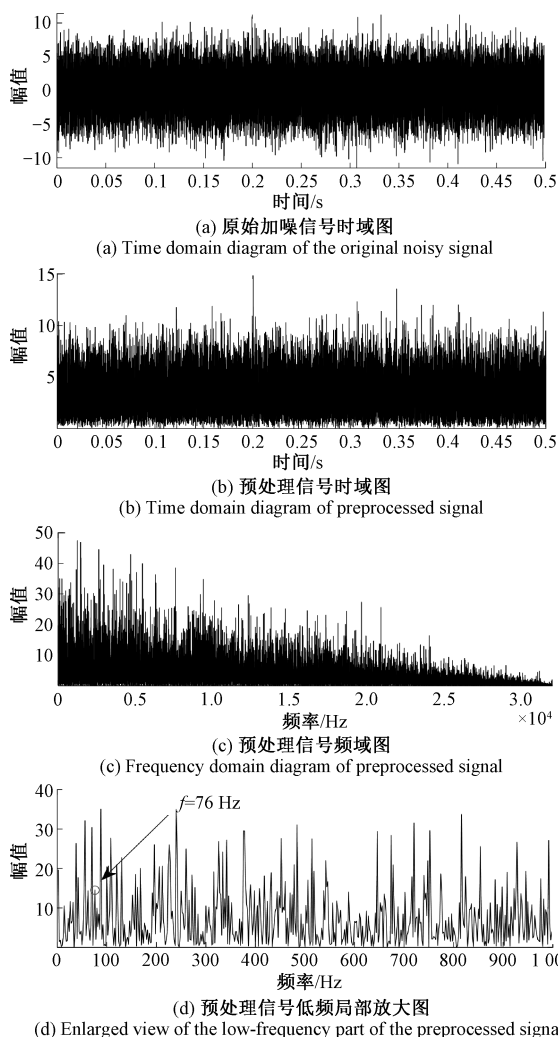


图 10 故障信号和预处理后的信号

Fig. 10 Fault signals and preprocessed signals

特征频率和多次谐波突出, 为外圈故障的定位提供了充分依据。但在图 13(b) 中, 仍然有大量的高频成分, 为提高故障频率处的输出 SNR 及可识别度, 将解卷积输出包络信号分别输入 CQSR 与 PUQSR 系统处理。由量子遗传算法分别对 MOMEDA-CQSR 系统与 MOMEDA-PUQSR 系统参数寻优, 输出结果如图 14 和 15 所示。

观察图 14 和 15 可知, 两种系统输出时域波形有明显的冲击特征, 频域中特征频率处有明显谱峰, 表明解卷积后的信号再通过 SR 可以提高故障频率的 SNR 和识别度。比较图 14 和 15 可知, 解卷积后的信号通过 CQSR 系统与 PUQSR 系统后, 故障信号均得到了增强, 但 PUQSR 系统的输出功率谱峰值低于 CQSR。这是由于输入信号幅值太小所导致的 PUQSR 系统内布朗粒子运动受限, 只局限于某一个势阱内与噪声达到匹配产生阱内共振。因此将解卷积信号增幅后再次输入 SR 系统, 增幅因子由参数寻优获取, 结果如图 16~18 所示。

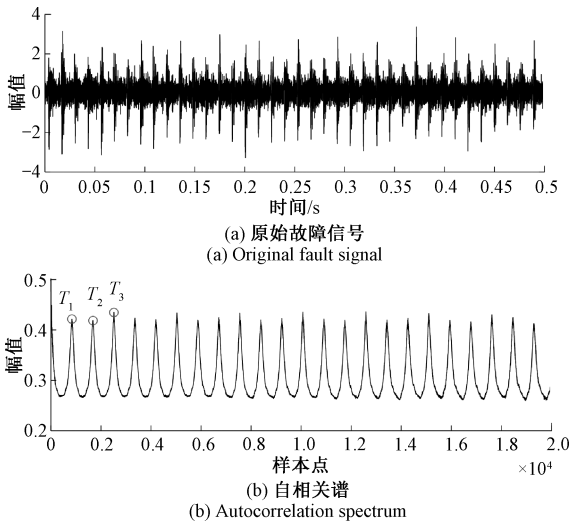


图 11 故障信号及包络自相关谱

Fig. 11 Fault signal and envelope autocorrelation spectrum

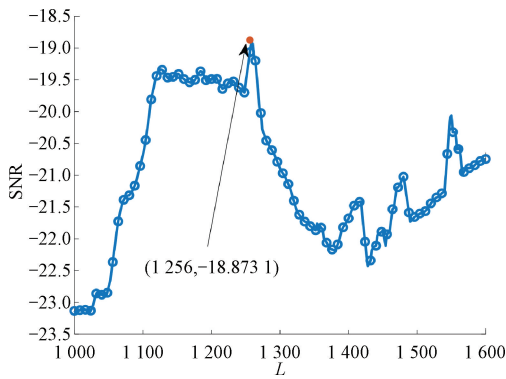


图 12 SNR 与滤波器长度 L 的关系

Fig. 12 SNR as a function of filter length L

由量子遗传算法参数寻优有 MOMEDA-CQSR 系统： $u = 1.1848, v = 1.2864, w = 0.0059, R = 1016.9477, m = 33.2258$ ；MOMEDA-PUQSR 系统： $a = 0.3871, b = 0.3558, k = 0.019, R = 12295.4647, m = 47.7321$ ；其他参数 $c = 0.5289$ 。增幅后的解卷积信号包络谱如图 16 所示。

图 17 中，解卷积后的信号经过 CQSR 与 PUQSR 处理结果表明，PUQSR 凭借非饱和和四稳态势函数结构，在轴承故障特征提取中表现出显著优势。其输出故障频率 (77.023 2 Hz) 误差仅 0.9%，SNR (-4.443 7 dB) 较 CQSR (-5.85 dB) 提升 1.406 3 dB，幅值 (477.943) 达 CQSR (11.402 6) 的 360 倍，说明该系统通过优化粒子全局跃迁路径，有效避免输出饱和，增强噪声能量向故障特征的转化效率，契合轴承强噪声背景下微弱周期性冲击信号的提取需求，为轴承故障精准定位提供了更优的非线性增强方案。

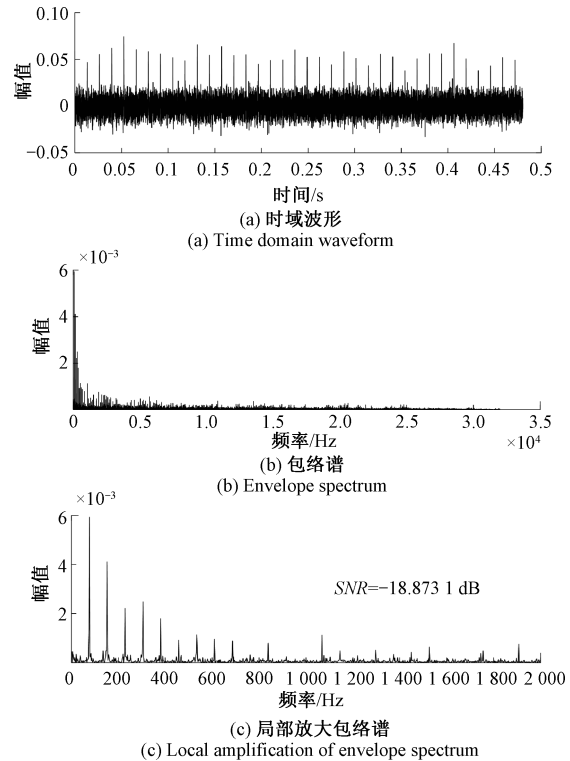


图 13 MOMEDA 解卷积结果

Fig. 13 MOMEDA deconvolution result

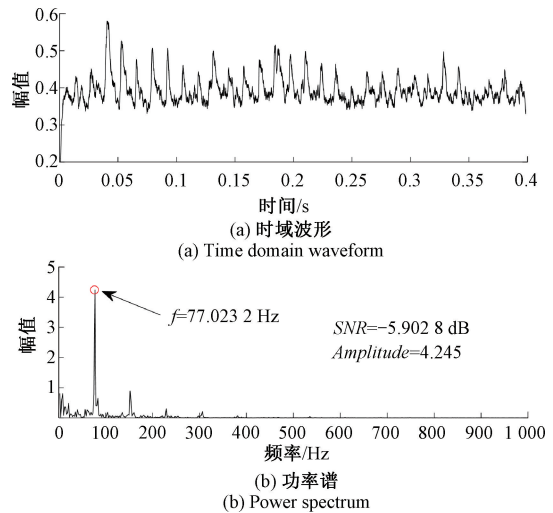


图 14 CQSR 输出信号

Fig. 14 CQSR output signal

5.2 LDK UER204

为再次验证本文所提方法的有效性和实用性，选取西安交通大学^[26]轴承加速寿命台所测得数据集，试验台如图 19 所示，型号为 LDK UER204，对应的轴承数据如表 2 所示^[27]。由式 (29) 及表 2 可计算理论故障频率为 107.91 Hz。选择采样频率为 $f_s = 25600$ Hz，采样点数为

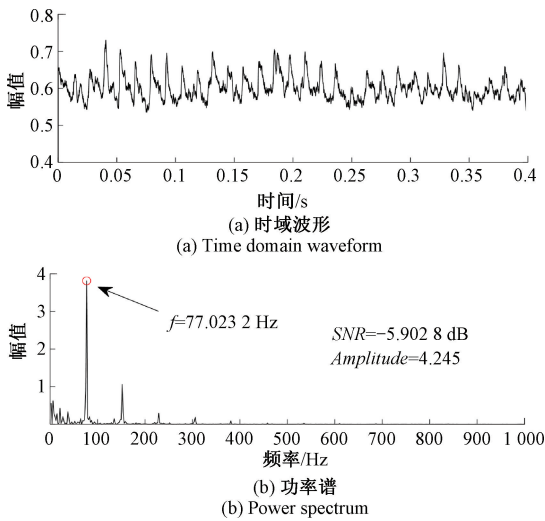


图 15 PUQSR 输出信号
Fig. 15 PUQSR output signal

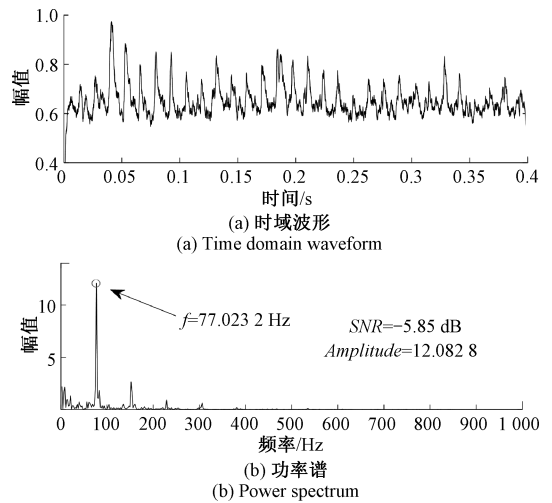


图 17 CQSR 输出信号
Fig. 17 CQSR output signal

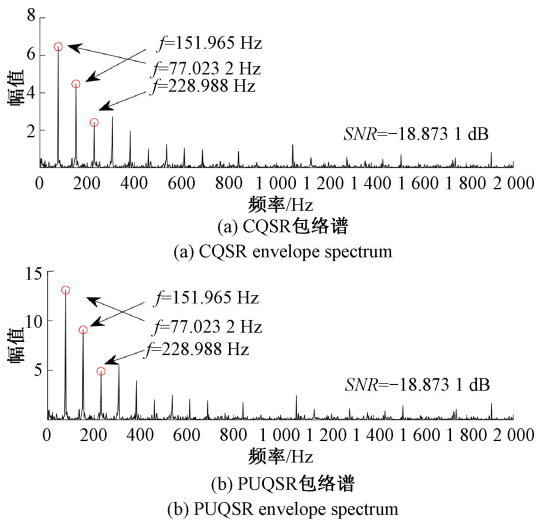


图 16 CQSR 和 PUQSR 增幅 MOMEDA 的输出信号包络谱
Fig. 16 CQSR and PUQSR amplify MOMEDA output signal envelope spectrum

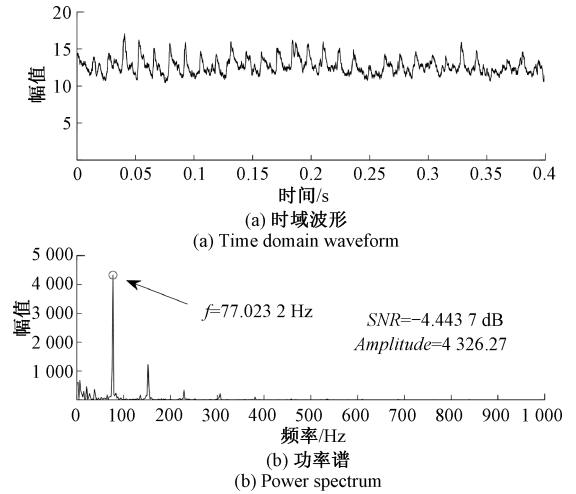


图 18 PUQSR 输出信号
Fig. 18 PUQSR output signal

20 000。

在原始故障信号中加入强度为 0.5 的高斯白噪声, SNR 为 -46.506 dB, 如图 20(a) 所示, 时域波形无明显周期冲击特性。将含噪故障信号预处理后, 时域波形及频域波形如图 20(b)~(d) 所示, 观察低频局部放大图可以发现, 故障频率周围仍然存在大量的干扰, 无法进行故障识别, 需要进一步处理。

表 2 LDK UER204 轴承主要数据

Table 2 LDK UER204 bearing main data

内径/mm	外径/mm	中径/mm	d/mm	接触角/(°)	n
29.3	39.8	34.55	7.92	0	8

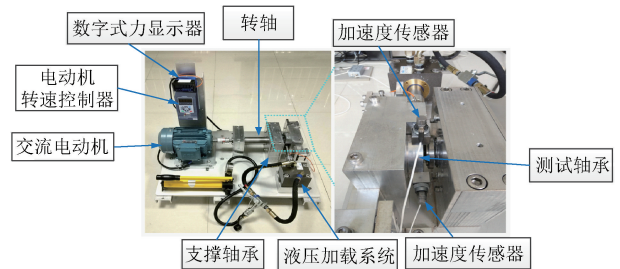


图 19 轴承加速寿命试验台
Fig. 19 Bearing acceleration life test bench

原始故障信号的自相关谱如图 21 所示, 可以观察到周期特性, 其中 $T_1 = 240$, $T_2 = 468$, $T_3 = 710$, $T_4 = 952$, $T_5 = 1 221$, 因此, 设置 MOMEDA 的周期搜索范围为

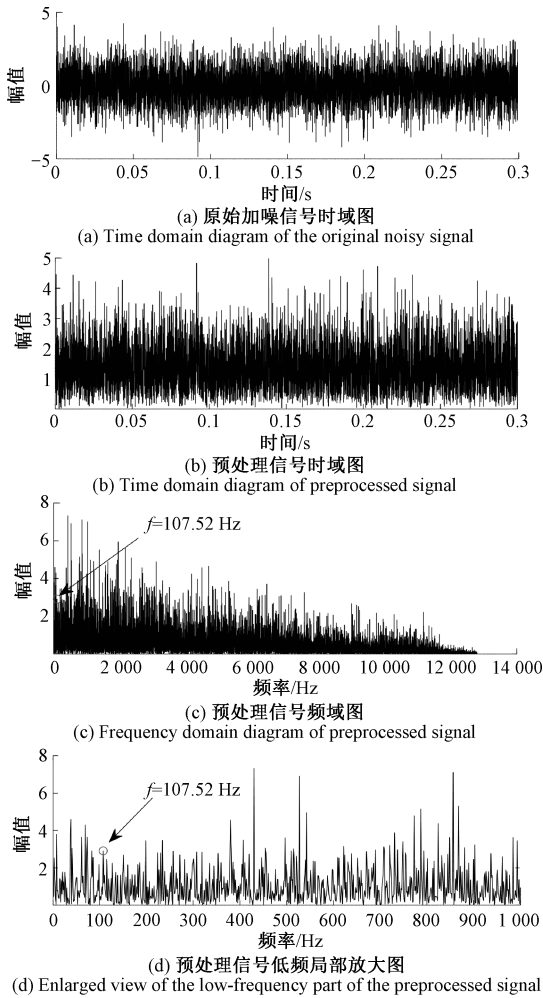


图 20 故障信号及预处理后的信号

Fig. 20 Enlarged view of the low-frequency part of the preprocessed signal

[220,260],如图 22 所示,滤波器长度为 550 时,解卷积后的输出 SNR 达到峰值。解卷积信号如图 23 所示。同样的,为保证 SR 处理后的输出结果最佳,增幅因子将由不同的 SR 系统通过量子遗传算法寻优选取,增幅后的结果如图 24 所示,故障频率周围仍存在谐波及其他干扰成分,因此,将增幅信号通过 MOMEDA-CQSR,和 MOMEDA-PUQSR 处理后,结果如图 25 和 26 所示。

由量子遗传算法寻优得到最优参数有 MOMEDA-CQSR 系统: $u = 1.773 2, v = 1.900 2, w = 0.854 3, R = 6 942.369 4, m = 29.266 8$; MOMEDA-PUQSR 系统: $a = 0.369 5, b = 0.166 2, k = 0.043 9, R = 8 147.492 1, m = 31.788 6$;其他参数 $c = 0.545 7$ 。

实验结果表明,将增幅解卷积后的轴承故障信号输入 SR 系统,PUQSR 凭借非饱和四稳态势函数,在轴承故障特征提取中性能显著优于 CQSR:其输出故障特征频率误差小(如 107.928 Hz 误差 0.016%)、SNR 更高

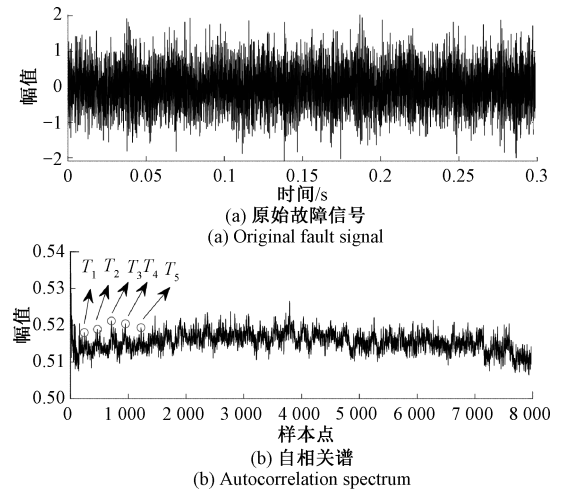


图 21 故障信号及自相关谱

Fig. 21 Fault signal and autocorrelation spectrum

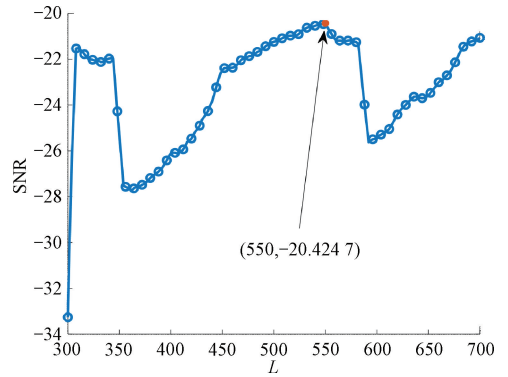


图 22 SNR 与滤波器长度 L 的关系

Fig. 22 SNR as a function of filter length L

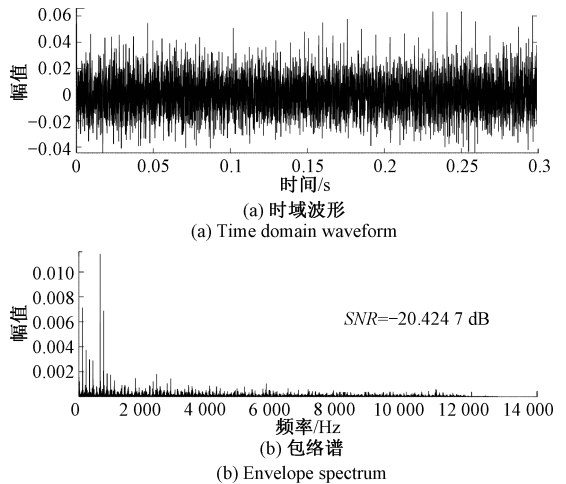


图 23 MOMEDA 解卷积后输出信号

Fig. 23 MOMEDA deconvolved output signal

(-8.793 1 dB 对比 CQSR 的 -9.074 6 dB)、幅值更大

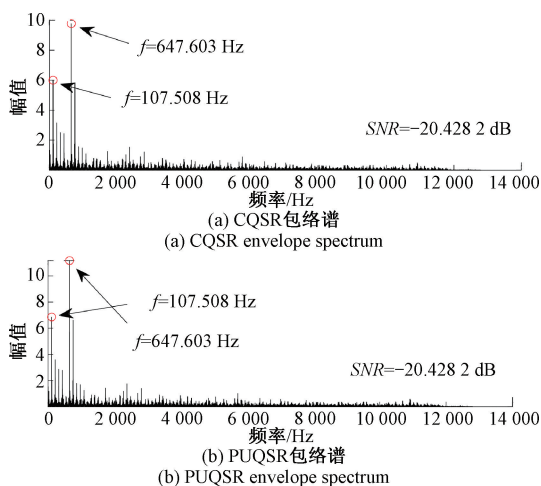


图 24 CQSR 和 PUQR 增幅 MOMEDA 的输出信号包络谱
Fig. 24 CQSR and PUQR amplify MOMEDA output signal envelope spectrum

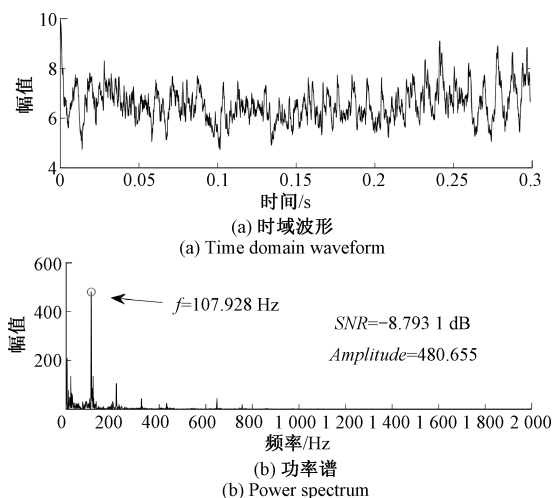


图 26 PUQR 输出信号
Fig. 26 PUQR output signal

(480.655 对比 CQSR 的 0.5106), 说明该系统通过优化势阱结构促进粒子全局跃迁, 有效解决轴承信号强噪声淹没问题, 提升噪声能量转化为特征信号的效率, 验证了 MOMEDA 与 PUQR 融合方法对轴承故障微弱特征的高效提取能力, 满足轴承实际工况下复杂振动信号的非线性处理需求, 为轴承故障诊断提供了工程实用性的新方案。

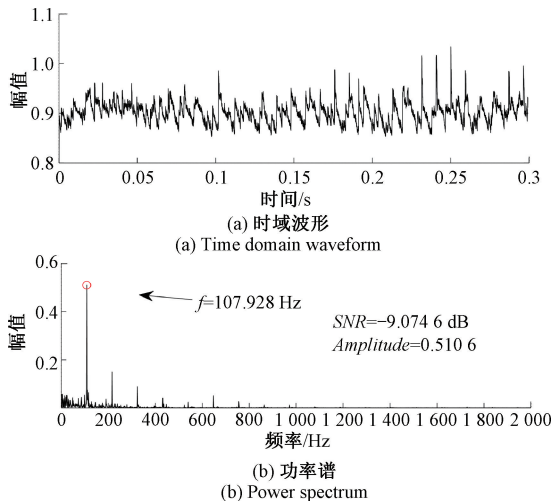


图 25 CQSR 输出信号
Fig. 25 CQSR output signal

6 结论

本文针对经典四稳态随机共振系统存在输出饱和的局限性, 创新性提出 PUQR, 并将其与 MOMEDA 相结合用于故障诊断。

核心技术包括构建 PUQR 系统, 通过理论推导系统

的 SPD 和 SA 并分析参数影响, 利用四阶龙格库塔仿真验证系统性能; 同时采用自相关谱分析确定 MOMEDA 的周期搜索范围及滤波器长度, 实现对信号的有效预处理。难点技术在于如何合理调节 PUQR 系统参数, 使布朗粒子实现全局跳变以提升系统性能, 以及探索 MOMEDA 与随机共振系统的最佳融合方式, 突破复杂强噪声环境下微弱故障特征提取的难题。研究成果有效克服了单一方法的局限性, 拓展了故障诊断技术的应用边界。

未来研究可进一步探索该方法在更多复杂工况下的适应性, 优化参数调节策略以实现自动化诊断, 为工业设备健康管理提供更高效、精准的解决方案。

参考文献

[1] LU S, HE Q, WANG J. A review of stochastic resonance in rotating machine fault detection [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 116: 230-260.

[2] WANG Z Q, XU Y, YANG H. Lévy noise induced stochastic resonance in an FHN model [J]. Science China Technological Sciences, 2016, 59: 371-375.

[3] ZHAO M, JIA X. A novel strategy for signal denoising using reweighted SVD and its applications to weak fault feature enhancement of rotating machinery [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 94: 129-147.

[4] ZHENG J, SU M, YING W, et al. Improved uniform phase empirical mode decomposition and its application in machinery fault diagnosis [J]. Measurement, 2021, 179: 109425.

[5] OTHMAN G, ZEEBAREE D Q. The applications of discrete wavelet transform in image processing: A review [J]. Journal of Soft Computing and Data Mining, 2020,

- 1(2): 31-43.
- [6] WANG Q, WU W, ZHANG F, et al. Early rub-impact fault detection of rotor systems via deterministic learning [J]. *Control Engineering Practice*, 2022, 124: 105190.
- [7] HE L, BI L, XIONG Q, et al. Two combination methods of piecewise unsaturated tri-stable stochastic resonance system and bearing fault detection under different noise [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2023, 173: 113756.
- [8] QIAO Z, LEI Y, LIN J, et al. An adaptive unsaturated bistable stochastic resonance method and its application in mechanical fault diagnosis [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 84: 731-746.
- [9] MA T, XU F, HU J, et al. Double Gaussian potential stochastic resonance method and its application in centrifugal fan blade crack detection [J]. *Chinese Journal of Physics*, 2021, 74: 279-295.
- [10] ZHANG G, LIU X, ZHANG T. Two-Dimensional Tri-stable Stochastic Resonance system and its application in bearing fault detection [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2022, 592: 126855.
- [11] MIAO Y, ZHAO M, LIN J, et al. Application of an improved maximum correlated kurtosis deconvolution method for fault diagnosis of rolling element bearings [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 92: 173-195.
- [12] MCDONALD G L, Zhao Q. Multipoint optimal minimum entropy deconvolution and convolution fix: Application to vibration fault detection [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 82: 461-477.
- [13] LI T, KOU Z, WU J, et al. Application of adaptive MOMEDA with iterative autocorrelation to enhance weak features of hoist bearings [J]. *Entropy*, 2021, 23(7): 789.
- [14] XU X Q, ZHAO M, LIN J, et al. Periodicity-based kurtogram for random impulse resistance [J]. *Measurement Science and Technology*, 2015(26): 085011.
- [15] MIAO Y H, ZHAO M, LIN J, et al. Application of an improved maximum correlated kurtosis deconvolution method for fault diagnosis of rolling element bearings [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017(92): 173-195.
- [16] HE L F, LIU Q L, ZHANG T Q. Research and application of stochastic resonance in quad-stable potential system [J]. *Chinese Physics B*, 2022, 31(7): 070503.
- [17] JIANG Z, ZHANG G, GAO Y. Two-dimensional quad-stable Gaussian potential stochastic resonance model for enhanced bearing fault diagnosis [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2025, 137: 115657.
- [18] HE L, BI L, XIONG Q. A cascaded piecewise unsaturated asymmetric under-damped tri-stable stochastic resonance system and its application in bearing fault diagnosis [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2024, 112(2): 925-943.
- [19] ZHANG G, XU H, ZHANG T. Method of rolling bearing fault detection based on two-dimensional tri-stable stochastic resonance system [J]. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 2021, 9(1): 61-72.
- [20] REN P, RÖCKNER M, WANG F Y. Linearization of nonlinear Fokker-Planck equations and applications [J]. *Journal of Differential Equations*, 2022, 322: 1-37.
- [21] HE L, JIANG Z, CHEN Y. Unveiling the principles of stochastic resonance and complex potential functions for bearing fault diagnosis [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2024, 180: 114484.
- [22] LAI Z H, LIU J S, ZHANG H T, et al. Multi-parameter-adjusting stochastic resonance in a standard tri-stable system and its application in incipient fault diagnosis [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 96(3): 2069-2085.
- [23] 张刚, 毕璐洁, 蒋忠均. Levy 噪声下欠阻尼指数型三稳随机共振系统研究 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2023, 37(1): 177-190.
- ZHANG G, BI L J, JIANG ZH J. Underdamped exponential tri-stable stochastic resonance system under Levy noise [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2023, 37(1): 177-190.
- [24] 贺利芳, 熊清, 刘文浩. MCKD 在一种新型随机共振系统下的转动体故障诊断研究 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2024, 38(8): 188-200.
- HE L F, XIONG Q, LIU W H. Research on rotating machinery fault diagnosis using MCKD under a novel stochastic resonance system [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2024, 38(8): 188-200.
- [25] LESSMEIER C, KIMOTHO J K, ZIMMER D, et al. Condition monitoring of bearing damage in electromechanical drive systems by using motor current signals of electric motors: A benchmark data set for data-driven classification [C]. *PHM Society European Conference*, 2016.
- [26] ZHAO W, WANG L, FAN J. Theory and method for weak signal detection in engineering practice based on stochastic resonance [J]. *International Journal of Modern Physics B*, 2017, 31(28): 1750212.
- [27] QIAO Z, ELHATTAB A, SHU X, et al. A second-order stochastic resonance method enhanced by fractional-order

derivative for mechanical fault detection [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 106:707-723.

作者简介



张刚, 1999 年于西北工业大学获得学士学位, 2004 年于重庆邮电大学获得硕士学位, 2009 年于重庆大学获得博士学位, 现为重庆邮电大学教授, 主要研究方向为微弱信号检测与混沌保密通信。

E-mail: zhanggang@cqpt.edu.cn

Zhang Gang received his B. Sc. degree from Northwestern Polytechnical University in 1999, M. Sc. degree from Chongqing University of Posts and Telecommunications in 2004, and Ph. D. degree from Chongqing University in 2009. Now he is a professor

in Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interests include weak signal detection and chaotic Secure Communication.



侯家琛 (通信作者), 2023 年于黄山学院获得学士学位, 现为重庆邮电大学硕士研究生, 主要研究方向为微弱信号检测。

E-mail: 321178421@qq.com

Hou Jiachen (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Huangshan University of Science & Engineering in 2023. Now he is a M. Sc. candidate at Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interest includes weak signal detection.