

DOI: 10.13382/j.jemi.B2407636

# RBF-MLP 网络干扰补偿的电动扬声器反步滑模控制\*

赵景玉 李志远 刘扬 张传营 卜凡亮

(中国人民公安大学信息安全学院 北京 100038)

**摘要:**非线性元件会导致扬声器控制过程中产生较大的建模误差和控制延迟,精确控制扬声器音圈的运动,还能提升音质,减少机械部件的磨损老化。针对电动扬声器音圈精细控制中建模误差和控制延迟问题,设计了一种基于改进的 RBF-MLP 神经网络的反步滑模控制器,解决了电动扬声器中非线性元件造成的控制干扰与经典 RBF 神经网络对复杂非线性模型拟合精度不足的问题。通过引入感知层,自适应学习机制和广义径向基函数,改进的 RBF-MLP 网络拟合非线性函数的均方误差相比经典网络降低了超过 5%,增强了对扬声器系统复杂非线性特性的捕捉能力,提升了模型的拟合精度。通过构建仿真环境,对扬声器系统在不同频率、幅度和负载条件下的控制性能进行评估,重点考察了控制精度、系统延迟和抖振问题。实验结果表明,在不同频率和负载条件下,控制延迟平均减少至 0.15 ms,控制误差降低了 39%。此外,改进后的控制方法在复杂负载和频率变化条件下依然保持了良好的鲁棒性和稳定性。这些结果展示了改进的控制器在电动扬声器控制中的广泛应用潜力。

**关键词:**电动扬声器;非线性元件;广义径向基函数;反步法;滑模控制器

中图分类号: TN98

文献标识码: A

国家标准学科分类代码: 510.99

## Backstepping sliding mode control of electric loudspeakers with RBF-MLP network interference compensation

Zhao Jingyu Li Zhiyuan Liu Yang Zhang Chuanying Bu Fanliang

(School of Information and Network Security, People's Public Security University of China, Beijing 100038, China)

**Abstract:** Nonlinear elements cause significant modeling errors and control delays in speaker control processes, which affect the precise control of the speaker voice coil's motion. This not only improves sound quality but also reduces mechanical wear and aging. This paper addresses the problems of modeling errors and control delays in the fine control of the speaker's voice coil. We design a backstepping sliding mode controller based on an improved RBF-MLP neural network, solving the issues of control interference caused by nonlinear elements in electric speakers and the insufficient accuracy of the classical RBF network in fitting complex nonlinear models. By introducing perception layers, adaptive learning mechanisms, and generalized radial basis function, the improved RBF-MLP network reduces the mean squared error of nonlinear function fitting by more than 5% compared to the classical network, enhancing its ability to capture complex nonlinear characteristics of the speaker system and improving model fitting accuracy. A simulation environment was built to evaluate the control performance of the speaker system under different frequency, amplitude, and load conditions, focusing on control precision, system delay, and chattering problems. The experimental results show that under varying frequency and load conditions, the control delay is reduced to an average of 0.15 ms, and control errors are decreased by 39%. Furthermore, the improved control method maintains excellent robustness and stability under complex load and frequency variations. These results demonstrate the broad application potential of the improved controller in electric speaker control systems.

**Keywords:** electric loudspeakers; nonlinear components; generalized radial basis function; backstepping method; sliding mode controller

## 0 引言

作为音频再现系统中的关键组件,扬声器将动态电信号精确地转换为声波。这一转换过程的关键在于控制扬声器的悬挂系统和音圈,确保振膜的精确运动。然而,在高频电压驱动大功率电动式扬声器时,这些组件在运行过程中会表现出非线性特性,特别是当运动幅度较大时,可能会产生严重影响声音质量的失真<sup>[1]</sup>。

近年来,国内外研究者针对电动扬声器系统的鲁棒控制进行了多项研究。由于电动扬声器的低频与高频控制的非线性与复杂性,一些研究者采用非模型的策略来控制音圈振动。Cheng 等<sup>[2]</sup>提出了一种结合模糊理论与田口方法的控制算法,Mohsenipour 等<sup>[3]</sup>提出了一种扬声器的分数阶 PI 控制算法,Shin 等<sup>[4]</sup>设计了双扬声器系统以整定控制参数。但不同类型的扬声器的悬架与音圈粘滞性差异较大,经典控制方法难以实现对音圈振幅的精确控制。

基于非模型的方法不需要建立动力学方程,但是这些方法主要是基于经验的,得到的控制模型不具有泛化性,模型参数不具有可移植性,这对电动扬声器系统的控制提出了挑战。Tumpold 等<sup>[5]</sup>对扬声器进行有限元分析并动态线性化,King 等<sup>[6]</sup>给出了电动扬声器的通用非线性模型。但是现有的电动扬声器非线性模型中的变量耦合程度较高,传统的控制方法对系统的线圈电感,悬架弹性等的非线性函数的度量难度较高,Chiang 等<sup>[7]</sup>通过分析扬声器振膜的共振形式中发现悬架扬声器控制电压的非线性干扰,Sturtzer 等<sup>[8]</sup>对高保真电动扬声器的硅结构悬架的力学特性进行分析,孔晓鹏等<sup>[9-10]</sup>对电动扬声器悬置系统蠕变效应建模,分析其非线性力效应与非线性失真,陈立<sup>[11]</sup>对动圈式扬声器进行非线性建模与辨识。考虑使用径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络构成闭环控制系统,实现对非线性函数的拟合。对此,提出了一种基于 RBF 的集成多层感知器(integrated multilayer perceptron based on RBF, RBF-MLP),并针对扬声器的非线性模型使用反步法设计了鲁棒的滑模控制器,确保系统可以实现 Lyapunov 渐近稳定。通过仿真分析,证明了改进的 RBF-MLP 网络对非线性函数拟合的准确性,并结合反步滑模控制器(sliding mode backstepping controller, SMBC)实现对音圈振幅的精确控制。比较分析控制器输出曲线,确认了 RBF-MLP 网络干扰补偿的反步滑模控制策略的优越性。

## 1 模型与分析

### 1.1 电动式扬声器动力学建模

考虑如图 1 所示的带有非线性悬架和音圈的大功率

电动式扬声器的等效电路,其中,  $t$  是时间,  $u(t)$  是输入电压,  $i(t)$  为输入电流,  $x(t)$  为音圈位移,  $R_e$  是音圈的电阻,  $R_m$  是音圈悬架的机械电阻,  $M_m$  是音线圈的机械移动质量,  $L_e(x)$  是音圈的电感,  $C_m(x)$  是扬声器悬架的机械柔顺性,  $Bl(x)$  是换能器的力因子。  $L_e(x)$ ,  $C_m(x)$  和  $Bl(x)$  是关于音圈位移  $x$  的非线性函数。扬声器的非线性整数阶动力学方程可以描述为<sup>[12]</sup>:

$$\begin{cases} u(t) = R_e i(t) + D^1(L_e(x)i(t)) + Bl(x)D^1x(t) \\ i(t) = [M_m/Bl(x)]D^2x(t) + [R_m/Bl(x)]D^1x(t) + \\ [Bl(x)C_m(x)]^{-1}x(t) \end{cases} \quad (1)$$

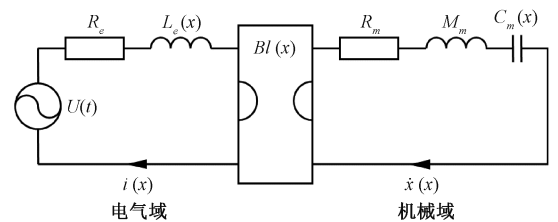


图 1 电动扬声器的等效电路

Fig. 1 Equivalent circuit of electrodynamic loudspeakers

其中,  $D^n = d^n/dt^n$  是  $n$  阶整数阶导数算子。定义状态变量分别为音圈位移  $x_1 = x(t)$ 、音圈振动速度  $x_2 = \dot{x}(t)$  和输入电流  $x_3 = i(t)$ , 得到状态向量  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ 。设状态变量的定义域为  $D$ 。系统的状态空间方程表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{Bl(x_1)}{M_m}x_3 - \frac{R_m}{M_m}x_2 - \frac{1}{M_m C_m(x_1)}x_1 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{L_e(x_1)}\left(u(t) - R_e x_3 - \frac{\partial L_e(x_1)}{\partial x_1}x_2 x_3 - Bl(x_1)x_2\right) \end{cases} \quad (2)$$

系统的输出方程为:

$$y(t) = x_1 \quad (3)$$

### 1.2 可控性分析

对非线性整数阶模型进行线性化<sup>[13]</sup>, 得:

$$\begin{cases} u(t) = R_e i(t) + L_e D^\beta i(t) + BLD^1x(t) \\ i(t) = (M_m/Bl)D^2x(t) + (R_m/Bl)D^1x(t) + \\ (BLC_\alpha)^{-1}D^\alpha x(t) + (BLC_m)^{-1}x(t) \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $C_\alpha$  是分数阶顺应性,  $D^\alpha$  和  $D^\beta$  是  $\alpha$  阶和  $\beta$  阶的 Grunwald-Letnikov 分数阶导数算子, 并且  $\alpha, \beta \in [0, 1]$ 。理论和实验都表明, 经过分数阶线性化后的模型也可以准确地表征扬声器系统中的非线性悬架和音圈的动力学行为<sup>[14]</sup>。定义状态变量  $z_1(t) = x(t)$ ,  $z_2(t) = D^1x(t)$ ,

$z_3(t) = D^\alpha x(t), z_4 = D^\beta i(t)$ , 得到状态向量  $z = [z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4]^T$ , 系统的状态空间方程表示为:

$$\begin{cases} \dot{z} = \mathbf{A}z + \mathbf{B}u \\ y = \mathbf{C}z \end{cases} \quad (5)$$

其中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{BLC_m} & -\frac{1}{BLC_\alpha} & -\frac{R_m}{BL} & -\frac{M_m}{BL} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (8)$$

计算可控性矩阵  $\mathbf{C}$ :

$$\mathbf{C} = [\mathbf{B} \ \mathbf{AB} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B} \ \mathbf{A}^3\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{M_m}{BL} \\ 0 & 1 & -\frac{M_m}{BL} & \frac{M_m^2 - R_m BL}{BL^2} \\ 1 & -\frac{M_m}{BL} & \frac{M_m^2 - R_m BL}{BL^2} & * \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中, \* 为复杂的非零项。因为矩阵  $\mathbf{C}$  满秩, 所以系统可控。

## 2 SMBC 设计

### 2.1 反步法控制策略

对于状态方程(2), 设状态变量  $x_1$  的期望值为  $x_{1d}$ , 定义状态变量  $x_1$  的误差为  $e_1 = x_1 - x_{1d}$ , 并有:

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (10)$$

针对  $e_1$  定义 Lyapunov 函数  $V_1 = e_1^2/2$ , 其导数为:

$$\dot{V}_1 = \frac{\partial V_1}{\partial e_1} \frac{de_1}{dt} = e_1 \dot{e}_1 = e_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) \quad (11)$$

对于  $D - \{0\}$ , 当  $\dot{V}_1$  负定时, 0 为  $e_1$  的平衡点。设状态变量  $x_2$  的期望值为  $x_{2d}$ , 不妨令  $x_{2d} = \dot{x}_{1d} - k_1 e_1$ , 其中  $k_1 > 0$ 。定义状态变量  $x_2$  的误差为  $e_2 = x_2 - x_{2d}$ , 并针对  $e_2$  定义 Lyapunov 函数  $V_2 = e_2^2/2$ , 其导数为:

$$\dot{V}_2 = \frac{\partial V_2}{\partial e_2} \frac{de_2}{dt} = e_2 \dot{e}_2 = e_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_{2d}) = e_2 \left( \frac{BL(x_1)}{M_m} x_3 - \frac{R_m}{M_m} x_2 - \dot{x}_{2d} - \frac{1}{M_m C_m(x_1)} x_1 \right) \quad (12)$$

对于  $D - \{0\}$ , 当  $\dot{V}_2$  负定时, 0 为  $e_2$  的平衡点。设状态变量  $x_3$  的期望值为  $x_{3d}$ , 不妨令:

$$x_{3d} = \frac{1}{BL(x_1)C_m(x_1)} x_1 + \frac{R_m}{BL(x_1)} x_2 + \frac{M_m}{BL(x_1)} \dot{x}_{1d} - \frac{k_1^2 M_m}{BL(x_1)} e_1 - \frac{k_2 M_m}{BL(x_1)} e_2 \quad (13)$$

其中,  $k_2 > 0$ 。

### 2.2 滑模控制算法设计

定义状态变量  $x_3$  的误差为  $e_3 = x_{3d} - x_3$ , 并有  $\dot{e}_3 = \dot{x}_{3d} - \dot{x}_3$ 。设计滑模面为  $s = \dot{e}_3 + k_3 e_3$ , 其中  $k_3 > 0$ 。选择指数趋近律作为控制律<sup>[15-16]</sup>, 根据式(2)可得 SMBC。

$$u(t) = L_e(x_1)(\dot{x}_{3d} + \rho(x_1, x_2, x_3) \operatorname{sgn}(e_3) + k_3 e_3) \quad (14)$$

其中,

$$P(x_1, x_2, x_3) \triangleq \frac{-R_e x_3 - \frac{\partial L_e(x_1)}{\partial x_1} x_2 x_3 - BL(x_1) x_2}{L_e(x_1)} \quad (15)$$

并且  $|P(x_1, x_2, x_3)| < \rho(x_1, x_2, x_3)$ 。

证明: 针对  $e_3$  定义 Lyapunov 函数  $V_3 = e_3^2/2$ , 其导数为:

$$\dot{V}_3 = \frac{\partial V_3}{\partial e_3} \frac{de_3}{dt} = e_3 \dot{e}_3 = -k_3 e_3^2 - e_3 P(x_1, x_2, x_3) - \rho(x_1, x_2, x_3) |e_3| \quad (16)$$

可以发现:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq -k_3 e_3^2 - |e_3| P(x_1, x_2, x_3) - \\ &\rho(x_1, x_2, x_3) |e_3| \leq -k_3 e_3^2 - |e_3| \rho(x_1, x_2, x_3) - \\ &\rho(x_1, x_2, x_3) |e_3| = -2k_3 V_3 \end{aligned} \quad (17)$$

引入松弛变量  $S(t) > 0$  得到微分方程:

$$\dot{V}_3 + 2k_3 V_3 + S(t) = 0 \quad (18)$$

对式(18)求解得到:

$$\begin{aligned} V_3(t) &= V_3(0) \exp(-2k_3 t) - \\ &\exp(-2k_3 t) \int_0^t \exp(-2k_3 \tau) S(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

不难发现:

$$\begin{aligned} V(t) &\leq V(0) \exp(-2k_3 t) \Rightarrow \\ \frac{1}{2} e_3^2(t) &\leq \frac{1}{2} e_3^2(0) \exp(-2k_3 t) \Rightarrow \\ |e_3(t)| &\leq |e_3(0)| \exp(-2k_3 t) \end{aligned} \quad (20)$$

$e_3(t)$  呈指数级渐近稳定。结合反步法, 联合 Lyapunov 函数  $V_\Sigma = V_1 + V_2 + V_3$  对于  $\mathcal{D} - \{0\}$  的导数负定, 系统为 Lyapunov 渐近稳定, 证毕。

### 3 RBF 神经网络干扰自适应

#### 3.1 RBF 神经网络

1) 基于高斯基函数的神经网络结构

RBF 神经网络由输入层、具有非线性 RBF 神经元的隐藏层和线性输出层组成,如图 2 所示。

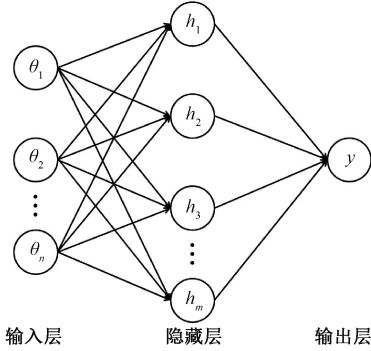


图 2 RBF 神经网络结构

Fig. 2 RBF neural network structure

网络输入为  $\boldsymbol{\theta}_{n \times 1} = [\theta_i]^T$ , 网络的隐含输出层输出为  $\boldsymbol{h}_{m \times 1} = [h_j]^T$ , 隐藏层中的每个神经元计算输入的 RBF。最常见的 RBF 神经网络是基于高斯基函数的 RBF 神经网络(RBF neural network based on gaussian basis function, RBF-Gaussian)<sup>[17-18]</sup>, 高斯基函数为

$$h_j = \exp\left(-\frac{\|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{c}_j\|^2}{2b_j^2}\right) \quad (21)$$

其中,  $\boldsymbol{c}_{n \times m} = [c_{ij}]$  为隐含层第  $j$  个神经元高斯基函数中心点的坐标向量,  $\boldsymbol{b}_{m \times 1} = [b_j]^T$  为隐含层第  $j$  个神经元高斯基函数的宽度。网络的最终输出是隐藏神经元输出的加权和为:

$$y = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{h} = \sum_{j=1}^m w_j h_j \quad (22)$$

其中,  $\boldsymbol{w}_{m \times 1} = [w_j]^T$  是连接隐藏神经元到输出神经元的权重。

2) 反向传播的神经网络训练

在具有反向传播的 RBF 神经网络中, 高斯函数的中心  $\boldsymbol{c}$  和宽度  $\boldsymbol{b}$  以及权重  $\boldsymbol{w}$  都使用反向传播算法进行调整, 以最小化输出误差。对于给定的输入  $\boldsymbol{\theta}$  和期望输出  $y_d$ , 误差定义为  $E = (y_d - y)^2/2$ 。权重  $w_j$  使用梯度下降法更新:

$$\Delta w_j = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_j} = \eta (y_d - y) h_j(x) \quad (23)$$

其中,  $\eta$  是学习率。中心  $\boldsymbol{c}$  和宽度  $\boldsymbol{b}$  也通过最小化误差进行更新。中心和宽度的更新规则为:

$$\begin{cases} \Delta c_j = -\eta \frac{\partial E}{\partial c_j} = \eta (y_d - y) w_j h_j \frac{(\theta_j - c_j)}{b_j^2} \\ \Delta b_j = -\eta \frac{\partial E}{\partial b_j} = \eta (y_d - y) w_j h_j \frac{\|\theta_j - c_j\|^2}{b_j^3} \end{cases} \quad (24)$$

反向传播的参数更新方式使网络能够更有效地学习从输入到输出的基本映射。

#### 3.2 改进的 RBF-MLP 神经网络

1) 基函数

RBF 神经网络中的广义径向基函数 (generalized radial basis function, RBF-Generalized) 定义为:

$$h_j = \exp\left(-\frac{\|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{c}_j\|^2}{2b_j^2}\right) \cdot g(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{c}_j) \quad (25)$$

其中,  $g(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{c}_j)$  是一个可学习的函数, 用于调整基函数的形状:

$$g(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{c}_j) = 1 + \boldsymbol{\alpha}_j^T (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{c}_j) \quad (26)$$

其中,  $\boldsymbol{\alpha}_j$  是每个 RBF 神经元的可学习参数向量。通过引入 RBF-Generalized 来改进 RBF 神经网络, 在训练过程中动态调整其形状参数, 从而增强网络建模复杂模式的能力, 训练过程中通常初始化为单位向量。

2) RBF-MLP 神经网络

为了增强 RBF-Generalized 神经网络的学习能力, 在 RBF 隐藏层后集成了多层感知器 (multilayer perceptron, MLP), 得到 RBF-MLP, 如图 3 所示。

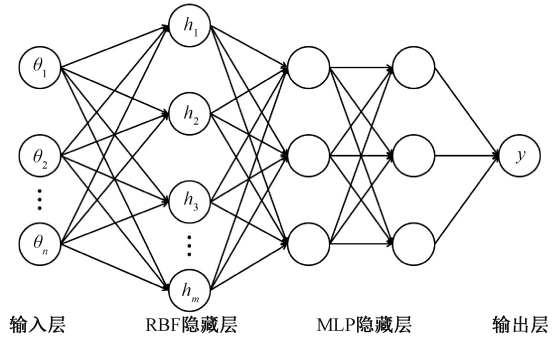


图 3 RBF-MLP 网络结构

Fig. 3 RBF-MLP network structure

RBF 层使用高斯基函数捕获局部特征, 后面的 MLP 层从这些特征中学习更高层次的抽象表示<sup>[19-20]</sup>。MLP 层处理来自 RBF 层的输出以产生最终的输出, 对于单个隐藏层的 MLP, 激活值与网络输出为:

$$a = \boldsymbol{W}_{MLP} \boldsymbol{h} + \boldsymbol{b}_{MLP} \quad (27)$$

$$y = f(a)$$

其中,  $a$  是 MLP 层的激活值,  $\boldsymbol{h}$  是上层网络输出,  $\boldsymbol{W}_{MLP}$  是尺寸为  $k \times m$  的权重矩阵,  $\boldsymbol{b}_{MLP}$  是尺寸为  $k \times 1$  偏置向量,  $f(\cdot)$  是 sigmoid 激活函数。

$$f(a) = \frac{1}{1 + \exp(-a)} \quad (28)$$

### 3) 反向传播更新参数

使用梯度下降法更新连接 RBF 层与输出神经元的权重  $w$  :

$$\Delta w_j = \eta(y_d - y)h_j \quad (29)$$

RBF 神经网络的第  $j$  个神经元的中心值  $c$  和宽度  $b$  更新为:

$$\Delta c_j = \eta(y_d - y)w_j h_j \frac{(\theta - c_j)}{b_j^2} \quad (30)$$

$$\Delta b_j = \eta(y_d - y)w_j h_j \frac{\|\theta - c_j\|^2}{b_j^3}$$

RBF-Generalized 的形状参数  $\alpha$  更新为:

$$\Delta \alpha_j = \eta(y_d - y)w_j \exp\left(-\frac{\|\theta - c_j\|^2}{2b_j^2}\right) (\theta - c_j) \quad (31)$$

定义输出层的误差信号  $\delta_y$  为:

$$\delta_y = (y_d - y) \circ f'(a) \quad (32)$$

其中,  $\circ$  表示 Hadamard 乘积,  $f'(a)$  是激活函数  $f(a)$  的导数。MLP 层的权重梯度和偏置梯度为:

$$\Delta \mathbf{W}_{\text{MLP}} = \delta_y \cdot \mathbf{h}^T \quad (33)$$

$$\Delta \mathbf{b}_{\text{MLP}} = \delta_y$$

用梯度下降法更新权重和偏置:

$$\mathbf{W}_{\text{MLP}}^{\text{new}} = \mathbf{W}_{\text{MLP}}^{\text{old}} + \eta \Delta \mathbf{W}_{\text{MLP}} \quad (34)$$

$$\mathbf{b}_{\text{MLP}}^{\text{new}} = \mathbf{b}_{\text{MLP}}^{\text{old}} + \eta \Delta \mathbf{b}_{\text{MLP}}$$

通过计算输出层的误差信号,并通过反向传播将误差梯度传递回权重和偏置,这使得网络能够逐步减少输出误差,提高模型的准确性。

### 3.3 基于 RBF 神经网络的滑模控制

根据电动扬声器的非线性系统,设计基于 RBF-MLP 的 SMBC (RBF-MLP based on SMBC, RBF-SMBC),如图 4 所示。

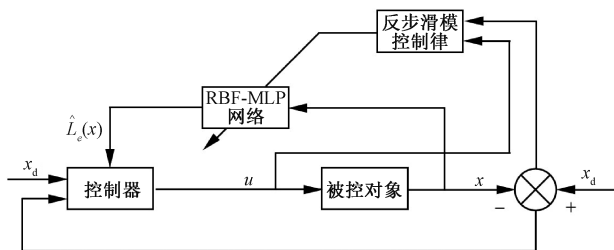


图 4 基于 RBF-MLP 的反步滑模控制系统

Fig. 4 Backstepping sliding mode control system based on RBF-MLP

状态向量  $\mathbf{x}$  为网络的输入,  $L_e(x)$  是未知的非线性函数并且满足  $|P(x_1, x_2, x_3)| < \rho(x_1, x_2, x_3)$ 。在控制系统中,使用具有反向传播的 RBF-MLP 网络逼近  $L_e(x)$

$$L_e(\cdot) = \mathbf{W}^{*T} \mathbf{h}_{L_e}(\mathbf{x}) + \epsilon_{L_e} \quad (35)$$

其中,  $\mathbf{W}^*$  为网络的理想权值,  $\epsilon_{L_e}$  为网络的逼近误差,  $L_e(\cdot)$  为理想 RBF 网络的输出。当神经网络的输出均收敛到误差上界  $|\epsilon_{L_e}| \leq \epsilon_{ML_e}$  时,网络输出为:

$$\hat{L}_e(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}_{L_e}(\mathbf{x}) \quad (36)$$

RBF-SMBC 为

$$u_{\text{RBF-SMBC}}(t) = \hat{L}_e(x_1) (\dot{x}_{3d} + k_3 e_3 + \rho(x_1, x_2, x_3) \text{sgn}(e_3)) \quad (37)$$

可以保证系统渐近稳定。

证明:对于滑模面  $s = \dot{e}_3 + k_3 e_3$  与指数趋近控制律可得:

$$\dot{s} = \ddot{e}_3 + k_3 \dot{e}_3 \quad (38)$$

将  $u_{\text{RBF-SMBC}}(t)$  代入误差动态方程与状态空间方程中可得:

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{L_e(x_1)} \left( -R_e x_3 - \frac{\partial L_e(x_1)}{\partial x_1} x_2 x_3 - Bl(x_1) x_2 + \hat{L}_e(x_1) (\dot{x}_{3d} + \rho(x_1, x_2, x_3) \text{sgn}(e_3) + k_3 e_3) \right) \quad (39)$$

控制律更新为:

$$\dot{s} = \ddot{x}_{3d} + k_3 \dot{x}_{3d} + \frac{R_e x_3 + Bl(x_1) x_2}{L_e(x_1)} - \frac{\hat{L}_e(x_1)}{L_e(x_1)} (\dot{x}_{3d} + \rho(x_1, x_2, x_3) \text{sgn}(e_3) + k_3 e_3) + \frac{\partial L_e(x_1)}{\partial x_1} \frac{x_2 x_3}{L_e(x_1)} \quad (40)$$

考虑到  $L_e(x_1) \approx \hat{L}_e(x_1)$

$$\frac{u_{\text{RBF-SMBC}}(t)}{L_e(x_1)} = \dot{x}_{3d} + \rho(x_1, x_2, x_3) \text{sgn}(e_3) + k_3 e_3 \quad (41)$$

将  $u_{\text{RBF-SMBC}}(t)$  代入有:

$$\frac{R_e x_3}{L_e(x_1)} + \frac{\partial L_e(x_1)}{\partial x_1} \frac{x_2 x_3}{L_e(x_1)} + \frac{Bl(x_1) x_2}{L_e(x_1)} = \dot{x}_{3d} + \rho(x_1, x_2, x_3) \text{sgn}(e_3) + k_3 e_3 - \dot{x}_3 \quad (42)$$

因此控制律可以写作:

$$\dot{s} = \ddot{x}_{3d} - k_3 \dot{x}_3 + \frac{k_3 u(t)}{L_e(x_1)} - k_3 (\rho(x_1, x_2, x_3) \text{sgn}(e_3) + k_3 e_3) \quad (43)$$

由于:

$$\frac{u(t)}{L_e(x_1)} \approx \dot{x}_{3d} + \rho(x_1, x_2, x_3) \text{sgn}(e_3) + k_3 e_3 \quad (44)$$

所以控制律可以简化为:

$$\dot{s} = \ddot{x}_{3d} + k_3 (-\rho(x_1, x_2, x_3) \text{sgn}(e_3) - k_3 e_3 + \dot{x}_{3d} + \rho(x_1, x_2, x_3) \text{sgn}(e_3) + k_3 e_3 - \dot{x}_3) = \ddot{x}_{3d} + k_3 (-\dot{x}_3 + \dot{x}_{3d}) \quad (45)$$

由于  $\ddot{x}_{3d}$  是音圈的期望振动位移的加速度,所以得:

$$\dot{s} = -k_3 \rho(x_1, x_2, x_3) \operatorname{sgn}(e_3) \quad (46)$$

可以发现  $s$  项是负定的, 确保滑模面  $s$  收敛到 0。这证明了在使用 RBF-MLP 神经网络的滑模控制律下, 系统是渐近稳定的。

## 4 系统的仿真算法与实验

为了验证电动扬声器模型的准确性以及控制算法的

表 1 电动扬声器的模型参数

Table 1 Model parameters of electric speakers

电气域参数				机械域参数			无量纲参数	
$R_e$	$L_e$	$R_m$	$Bl$	$M_m$	$C_m$	$C_\alpha$	$\alpha$	$\beta$
3.13 $\Omega$	0.865 mH	0.318 Ns/m	3.05 Tm	3.52 g	0.97 mm/N	0.863 mm/N $^\alpha$	0.107	0.828

### 4.1 SMBC 性能分析

闭环控制系统的动态性能以系统阶跃响应为基础衡量, 阶跃输入是比较严峻的工作状态, 若系统的阶跃响应的动态性能满足要求, 那么其他形式的输入作用下的动态响应也应是令人满意的<sup>[22-23]</sup>。SMBC 与 PI, PID, 分数阶 PID (fractional-order PID, FOPID) 控制器的阶跃响应曲线如图 5 所示。

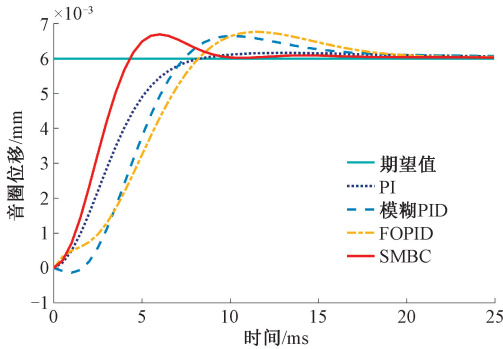


图 5 阶跃响应曲线对比

Fig. 5 Comparison of step response curves

控制器在阶跃输入下的延迟时间  $t_d$ , 峰值时间  $t_p$ , 调节时间  $t_s$ , 超调量  $\sigma$  与稳态相对误差  $e_{ss}$  如表 2 所示。SMBC 在  $t_d$ ,  $t_p$  和  $e_{ss}$  方面表现最为优越, 展现了其在响应速度和稳态精度上的优势。由于使用了反步控制, 并未出现高频振荡现象。

表 2 控制器在阶跃输入下的性能指标

Table 2 Performance indicators of the controllers under step input

控制器	动态性能指标				
	$t_d$ /ms	$t_p$ /ms	$t_s$ /ms	$\sigma$	$e_{ss}$
PI	3.70	13.21	7.37	2.71%	1.07%
PID	4.74	10.82	14.56	10.72%	1.22%
FOPID	5.51	11.73	17.03	12.68%	0.84%
SMBC	2.52	6.03	8.52	11.52%	0.51%

切实性, 在 Matlab/Simulink 环境下, 分别进行了 SMBC 与 RBF-MLP 网络的仿真。为了准确地描述被控对象, 减少未知的非线性函数对模型的干扰, 提高模拟过程中数值运算的稳定性与精确度, 使用分数阶建模与控制 (fractional-order modeling and control, FOMCON) 工具箱建立电动扬声器的线性分数阶模型<sup>[21]</sup>, 模型参数如表 1 所示。

比较电动扬声器在表 1 参数下的最低谐波频率、共振频率、标称阻抗及瞬态最大负载下的 4 种控制器的动态性能, 如表 3 所示。

表 3 控制器在不同测试指标下的性能指标

Table 3 Performance indicators of the controllers under different test indicators

测试指标	控制器	动态性能指标	
		$t_d$ /ms	$t_s$ /ms
最低谐波频率	PI	4.82	8.31
	PID	3.57	6.89
	FOPID	3.12	5.94
	SMBC	2.48	4.75
共振频率	PI	4.88	8.45
	PID	3.64	7.38
	FOPID	3.09	6.02
	SMBC	2.45	4.85
标称阻抗	PI	4.67	8.21
	PID	3.55	7.46
	FOPID	3.48	6.74
	SMBC	2.73	4.93
瞬态最大负载	PI	4.99	9.34
	PID	4.14	8.06
	FOPID	3.85	7.51
	SMBC	3.07	5.47

实验结果显示, SMBC 控制器在所有测试条件下的响应速度最快, 平均约 2.68 ms, 且稳定时间最短, 平均约 5 ms, 表现优异。FOPID 和 PID 控制器表现次之, 但稳定性有所下降, 特别是在极限负载下。PI 控制器的响应和稳定时间最长, 分别为 4.84 ms 和 8.58 ms, 性能最弱。总体而言, SMBC 在动态响应和稳态控制方面优于其他 3 种控制器。

### 4.2 RBF 神经网络对非线性函数拟合

使用 RBF-Gaussian, RBF-Generalized, RBF-MLP 神经网络对非线性函数进行拟合, 结果如图 6 所示。

RBF-MLP, RBF-Gaussian, RBF-Generalized 神经网络拟合的均方误差 (mean-square error, MSE)、均方根误差

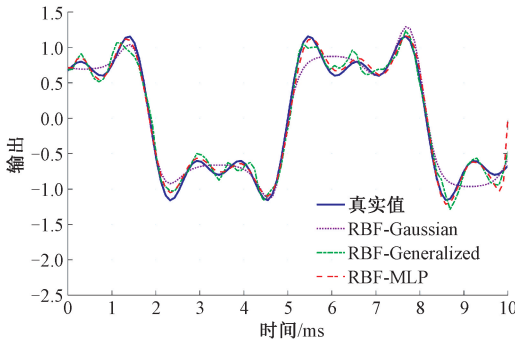


图 6 非线性函数拟合结果对比

Fig. 6 Comparison of nonlinear function fitting results

(root mean squared error, RMSE)、平均绝对误差 (mean absolute deviation, MAE) 和 R 平方值 (R-squared,  $R^2$ ) 如表 4 所示。

表 4 神经网络的性能指标

Table 4 Performance metrics of neural networks

神经网络	MSE	RMSE	MAE	$R^2$
RBF-MLP	0.009 117	0.095 48	0.060 19	0.986 23
RBF-Gaussian	0.009 581	0.097 88	0.081 59	0.985 53
RBF-Generalized	0.022 187	0.148 95	0.114 45	0.966 48

分析拟合曲线与均方误差可以发现, RBF-MLP 网络对目标非线性函数的拟合效果较好, RBF-Gaussian 与 RBF-Generalized 网络不能较好的跟踪非线性函数中的拐点与驻点, 出现了欠拟合与不可导的现象。

使用不同数量的 MLP 隐藏层的 RBF-MLP 网络对非线性函数进行拟合, 比较拟合均方差误差, 如图 7 所示。添加 3 层 MLP 的 RBF 神经网络 MSE 最小, MLP 数量过多时, 神经网络出现过拟合现象, 导致 MSE 上升。

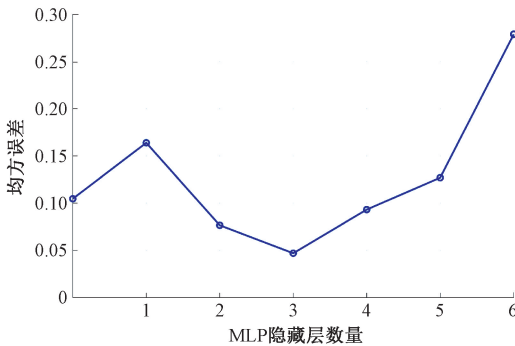


图 7 不同数量 MLP 隐藏层的 MSE 曲线

Fig. 7 MSE curves for different numbers of MLP hidden layers

在拟合非线性函数过程中, 调优了神经网络的学习率、迭代次数和  $L2$  正则化系数。表 5 总结了不同超参数配置及其对应的训练效果。

表 5 不同超参数的均方误差

Table 5 MSE for different hyperparameters

超参数	配置	训练集 MSE	验证集 MSE
学习率	0.01	0.045	0.060
	0.05	0.038	0.045
	0.1	0.078	0.090
迭代次数	1000	0.090	0.120
	3000	0.042	0.050
	5000	0.038	0.045
$L2$ 正则化系数	0.01	0.040	0.100
	0.05	0.038	0.045
	0.1	0.050	0.065
	0.2	0.061	0.064

通过表格可以看出, 学习率、迭代次数和  $L2$  正则化系数的合理选择对 RBF 神经网络的训练效果影响显著。学习率应保持在 0.05, 以达到最佳平衡; 迭代次数建议设定为 5 000 次, 以保证模型充分学习; 正则化系数设置为 0.01, 可以有效控制过拟合, 从而提高模型的泛化能力。

#### 4.3 RBF-MLP 网络结合 SMBC 仿真分析

将改进的 RBF-MLP 网络嵌入 SMBC 中, 形成闭环控制系统, 测试系统在二阶不可导的模拟输入信号下的响应, 与其他控制器进行比较, 如图 8 所示。

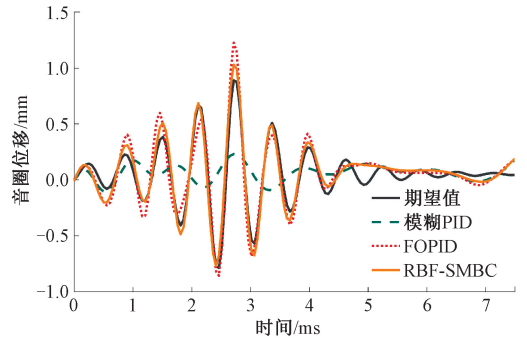


图 8 音圈控制效果对比

Fig. 8 Comparison of voice coil control effects

模糊 PID 的控制效果滞后性比较严重, 音圈振幅远小于期望值, 在实际应用中需要经过复杂的调参过程中才能得到合适的阈值参数, 泛化性较差, 不具有可移植性。FOPID 可以实现很好的跟随效果, 但音圈振幅超调量较大。RBF-SMBC 输出的音圈振幅能够紧紧跟随预期值, 平均控制延迟小于 0.15 ms, 并且超调量是 3 种控制策略中最小的。

3 种控制器的控制信号的幅值与相位变化曲线如图 9 所示。

控制电压的幅值变化规律与音圈位移的变化规律一致。然而 RBF-SMBC 的相位变化曲线比较剧烈, 这是因

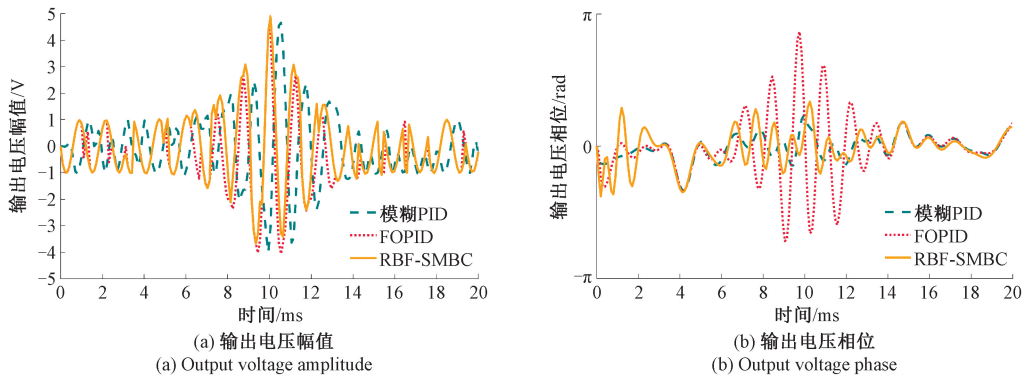


图 9 控制器输出曲线对比

Fig. 9 Comparison of controller output curves

为控制信号在滑模面两侧来回穿越地趋近平衡点,但是在音圈的控制效果中并未出现明显的抖振现象<sup>[24-25]</sup>,所以 RBF-SMBC 可以很好的实现对电动扬声器的精准平稳控制。

## 5 结 论

针对电动扬声器中非线性元件对音圈精细控制的干扰问题,提出了一种基于改进的 RBF-MLP 网络与 SMBC 相结合的方法实现对电动扬声器音圈的鲁棒控制。通过引入 MLP、可自适应学习的 RBF-Generalized,得到的改进的 RBF-MLP 网络能够更加精确地拟合复杂的非线性函数,显著提升了系统对非线性干扰的鲁棒性。结合反步滑模控制策略,使系统具备了更强的抗干扰能力和较高的动态性能。仿真实验结果表明,与传统控制方法相比,所提出的控制器在控制误差、延迟和抖振方面表现出明显的优势,控制稳态误差平均减少了 39%,控制延迟最短缩短至 0.15 ms,分析 SMBC 的输出曲线并未发现明显的抖振现象,说明使用 RBF-MLP 网络优化过的 SMBC 在电动扬声器的精细控制上具有较强的可靠性和工程应用价值。未来工作将侧重于基于数据驱动的控制策略,探索更加复杂的深度学习方法,以实现电动扬声器的端到端控制,并将在实际电动扬声器系统中进行应用测试,从而进一步验证该控制器的实用性与鲁棒性。

## 参考文献

- [ 1 ] WANG H R, MA Y F, ZHENG Q CH, et al. Review of recent development of mems speakers[J]. *Micromachines*, 2021, 12(10): 1257.
- [ 2 ] CHENG P J, CHENG C H, LIN S C. Design of a piezoelectric speaker driver based on fuzzy theory and taguchi method[C]. 2014 International Symposium on Computer, Consumer and Control, 2014: 812-815.
- [ 3 ] MOHSENIPOUR R, MASSICOTTE D, ZHU W P. PI

control of loudspeakers based on linear fractional order model[J]. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2023, 31: 1153-1162.

- [ 4 ] SHIN M, FAZI F M, NELSON P A, et al. Controlled sound field with a dual layer loudspeaker array [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333 (16): 3794-3817.
- [ 5 ] TUMPOLD D, STARK M, EULER-ROLLE N, et al. Linearizing an electrostatically driven MEMS speaker by applying pre-distortion [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2015, 236: 289-298.
- [ 6 ] KING A, AGERKVIST F. Fractional derivative loudspeaker models for nonlinear suspensions and voice coils [J]. *Journal of the Audio Engineering Society*, 2018, 66(7/8): 525-536.
- [ 7 ] CHIANG H Y, HUANG Y H. Resonance mode and sound pressure produced by circular diaphragms of electrostatic and piezoelectric speakers [J]. *Applied Acoustics*, 2018, 129: 365-378.
- [ 8 ] STURTZER E, SHAHOSSEINI I, PILLONNET G, et al. High fidelity microelectromechanical system electrodynamic micro-speaker characterization [J]. *Journal of Applied Physics*, 2013, 113(21): 214905.
- [ 9 ] 孔晓鹏. 电动扬声器分数阶建模及非线性失真分析[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2017.
- [ 10 ] KONG X P. Fractional modeling and investigation on the nonlinear distortions of electro-dynamic loudspeakers [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2017.
- [ 11 ] 孔晓鹏, 曾新吾. 电动扬声器悬置系统蠕变效应建模[J]. *声学学报*, 2016, 41(2): 220-226.
- [ 11 ] KONG X P, ZENG X W. Modeling of creep effect in electro-dynamic loudspeaker suspensions [J]. *Technical Acoustics*, 2016, 41(2): 220-226.
- [ 11 ] 陈立. 动圈式扬声器非线性建模与自适应辨识[D].



南京:南京大学, 2024.

CHEN L. Nonlinear modeling and adaptive identification of moving-coil loudspeaker [ D ]. Nanjing: Nanjing University, 2024.

- [ 12 ] DASTJERDI A A, VINAGRE B M, CHEN Y, et al. Linear fractional order controllers: A survey in the frequency domain [ J ]. *Annual Reviews in Control*, 2019, 47: 51-70.
- [ 13 ] MOHSENIPOUR R, FATHI JEGARKANDI M. Fractional order MIMO controllers for robust performance of airplane longitudinal motion [ J ]. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 91: 617-626.
- [ 14 ] ABDALLA H M A, CASAGRANDE D, KRAJEWSKI W, et al. Loewner integer-order approximation of MIMO fractional-order systems [ J ]. *Applied Numerical Mathematics*, 2024, 198: 112-121.
- [ 15 ] MOHD ZAIHIDE F, MEKHILEF S, MUBIN M. Robust speed control of pmsm using sliding mode control (SMC)—A review [ J ]. *Energies*, 2019, 12(9): 1669.
- [ 16 ] 李鹏. 传统和高阶滑模控制研究及其应用 [ D ]. 长沙: 国防科学技术大学, 2012.
- LI P. Research and application of traditional and higher-order sliding mode control [ D ]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012.
- [ 17 ] YANG H, LIU J. An adaptive RBF neural network control method for a class of nonlinear systems [ J ]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2018, 5(2): 457-462.
- [ 18 ] 周子希, 王贞艳. 压电陶瓷作动器的 MPI 动态迟滞建模与控制 [ J ]. *振动与冲击*, 2024, 43(18): 131-136.
- ZHOU Z X, WANG ZH Y. Modified PI dynamic hysteresis modeling and control of piezoelectric ceramic actuators [ J ]. *Journal of Vibration and Shock*, 2024, 43(18): 131-136.
- [ 19 ] GHORBANI M A, ZADEH H A, ISAZADEH M, et al. A comparative study of artificial neural network (MLP, RBF) and support vector machine models for river flow prediction [ J ]. *Environmental Earth Sciences*, 2016, 75(6): 476.
- [ 20 ] DESAI M, SHAH M. An anatomization on breast cancer detection and diagnosis employing multi-layer perceptron neural network (MLP) and Convolutional neural network (CNN) [ J ]. *Clinical eHealth*, 2021, 4: 1-11.
- [ 21 ] TEPLJAKOV A. FOMCON: Fractional-order modeling and control toolbox [ J ]. Springer International Publishing, 2017: 107-129, DOI: 10.1007/978-3-319-52950-9-6.
- [ 22 ] ALAGOZ B B, DENIZ F N, KELES C, et al.

Disturbance rejection performance analyses of closed loop control systems by reference to disturbance ratio [ J ]. *ISA Transactions*, 2015, 55: 63-71.

- [ 23 ] WANG ZH F, WANG Y P, RONG Y N. Design of closed-loop control system for a bidirectional full bridge DC/DC converter [ J ]. *Applied Energy*, 2017, 194: 617-625.
- [ 24 ] 季晓明, 文怀海. 基于非线性终端滑模的码垛机械臂轨迹跟踪控制 [ J ]. *电子测量与仪器学报*, 2021, 35(9): 105-111.
- JI X M, WEN H H. Trajectory tracking control for a palletizing manipulator based on nonlinear terminal sliding mode [ J ]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2021, 35(9): 105-111.
- [ 25 ] 戚荣志, 丁力. 绳驱动空中机械臂的自适应分数阶终端滑模控制 [ J ]. *电子测量与仪器学报*, 2023, 37(6): 206-213.
- QI R ZH, DING L. Adaptive fractional-order terminal sliding mode control forcable-driven aerial manipulators [ J ]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2023, 37(6): 206-312.

## 作者简介



**赵景玉**, 2021 年于东北大学获得学士学位。现为中国人民公安大学硕士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理与自动化控制。

E-mail: 1754633076@qq.com

**Zhao Jingyu** received his B. Sc. degree from Northeastern University in 2021. Now he is a M. Sc. candidate in People's Public Security University of China. His main research interests include array signal processing and automatic control.



**李志远**, 2021 年于江西警察学院获得学士学位。现为中国人民公安大学硕士研究生, 主要研究方向为网络流量分析和安全防范技术。

E-mail: 836513319@qq.com

**Li Zhiyuan** received his B. Sc. degree from Jiangxi Police College in 2021. Now he is a M. Sc. candidate in People's Public Security University of China. His main research interests include network traffic analysis and security technology.



**刘扬**, 2022 年于山东科技大学获得学士学位。现为中国人民公安大学硕士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理与安全防范技术。

E-mail: 1419311746@qq.com

**Liu Yang** received his B. Sc. degree from

Shandong University of Science and Technology in 2022. Now he is a M. Sc. candidate in People's Public Security University of China. His main research interests include array signal processing and security technology.



**张传营**, 2022 年于河北科技大学获得学士学位。现为中国人民公安大学硕士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理与语音去噪。

E-mail: 962409974@qq.com

**Zhang Chuanying** received his B. Sc. degree from Hebei University of Science and Technology in 2022. Now he is a M. Sc. candidate in People's Public Security University of China. His main research interests include array signal processing and speech denoising.



**卜凡亮** (通信作者), 1993 年于电子科技大学获得学士学位, 1996 年于西安交通大学获得硕士学位, 2000 年于西安交通大学获得博士学位。现为中国人民公安大学信息安全学院教授, 主要研究方向为信息与信号处理与安全防范技术。

E-mail: bufanliang@sina.com

**Bu Fanliang** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from University of Electronic Science and Technology of China in 1993, M. Sc. degree from Xi'an Jiaotong University in 1996, and Ph. D. degree from Xi'an Jiaotong University in 2000, respectively. Now he is a professor in the College of Information and Network Security of People's Public Security University of China. His main research interests include the signal processing and security technology.