

DOI: 10.13382/j.jemi.B2306994

# 谐振式耦合悬臂梁力传感器设计与检测性能分析\*

王发光 杨威 李东发 刘晨 刘汉彪 李磊

(山东理工大学交通与车辆工程学院 淄博 255049)

**摘要:**谐振式力传感器的检测性能取决于谐振敏感元件的几何尺寸、结构形式和传感机制,目前,单纯依靠减小尺寸提高检测性能的方法已经处于瓶颈期。为了研究发展新型谐振式力传感器,协调非线性振动与谐振结构检测性能之间的矛盾,从而探索灵敏度更高的传感机制,提高其检测性能,提出了一种压电驱动的谐振式磁耦合悬臂梁力传感器。首先,对磁耦合悬臂梁的结构进行了设计和理论建模,通过理论分析了外界压力对磁耦合悬臂梁结构振动特性的影响,随着压力增大,磁耦合悬臂梁之间的距离减小,谐振频率增大。其次,实验证明了分岔跳跃动力学行为的优点,相比单根谐振梁共振时的最大振幅提高了2.8倍,然后研究了基于分岔跳跃特性和基于倍频响应的两种压力检测方案,分别利用分岔跳跃时的临界频率与模态耦合时高阶响应频率实现了压力检测,并对灵敏度和线性度进行了分析。实验结果表明,基于分岔跳跃特性的检测方案振幅变化明显,是基于倍频特性检测方案的5倍左右,易于检测,克服了非线性因素带来的不良影响;基于倍频响应的检测方案输出灵敏度高,是基于分岔跳跃检测方案的4倍左右,信噪比大,为设计不同检测原理的谐振式力传感器提供了一定的参考价值。

**关键词:**磁耦合悬臂梁;压电驱动;模态耦合;分岔跳跃;倍频响应;压力检测

中图分类号: TP212; TN79 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460. 40

## Design and detection performance analysis of resonant-coupled cantilever beam force sensor

Wang Faguang Yang Wei Li Dongfa Liu Chen Liu Hanbiao Li Lei

(College of Transportation and Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China)

**Abstract:** The detection performance of resonant force sensor depends on the geometry dimensions, structure configuration and sensing mechanism of the resonant sensitive element. At present, the method of improving the detection performance by simply reducing the size has been in the bottleneck period. In order to study and develop a novel resonant force sensor, coordinate the contradiction between nonlinear vibration and resonant structure detection performance, explore a more sensitive sensing mechanism and improve its detection performance, a piezoelectric driven resonant magnetically coupled cantilever force sensor is proposed. Firstly, the design and theoretical modeling of the structure of the magnetically coupled cantilever beam are carried out. The influence of the external pressure on the vibration characteristics of the magnetically coupled cantilever beam structure is analyzed theoretically. With the increase of the pressure, the distance between the magnetically coupled cantilever beams decreases and the resonance frequency increases. Secondly, the experiment verifies the advantages of the bifurcation jump dynamic behavior, which increases the maximum amplitude by 2.8 times compared with the resonance of a single resonant beam. Then, two pressure detection schemes based on the bifurcation jump characteristics and frequency doubling response are studied, and the pressure detection is realized by using the critical frequency of the bifurcation jump and the high order response frequency when the mode is coupled. The sensitivity and linearity are analyzed. The experimental results show that the amplitude change of the detection scheme based on the bifurcation jump characteristic is obvious, which is about 5 times that of the detection scheme based on the frequency doubling characteristic, and it is easy to detect and overcome the adverse effects of nonlinear factors. The detection scheme based on frequency doubling response has high output sensitivity, which is

收稿日期: 2023-10-24 Received Date: 2023-10-24

\*基金项目:山东省自然科学基金面上项目(ZR2023MA057)、国家自然科学基金(11902182)、山东省高校青年创新团队发展计划项目(2023KJ150)资助

about 4 times that of the detection scheme based on bifurcation jump, and large signal-to-noise ratio, which provides a certain reference value for designing resonant force sensors with different detection principles.

**Keywords:** magnetic coupling cantilever beam; piezoelectric actuation; modal coupling; bifurcated jump; frequency doubling response; pressure detection

## 0 引言

微谐振式传感器是微机械电子系统(micro-electro-mechanical system, MEMS)的重要器件,具有尺寸小、功耗低、结构简单、精度和灵敏度高、抗干扰能力强等优点<sup>[1-4]</sup>,符合传感器智能化、微型化发展方向<sup>[5-6]</sup>,可实现批量生产,在医疗设备、汽车工业、航空航天和军事等领域具有广泛的应用前景<sup>[7-10]</sup>。然而,传统的谐振式传感器由于存在复杂的动力学现象,很难避免非线性因素带来的消极影响,限制了传感器性能的进一步提高,因此增大传感器的线性检测区间,提高检测灵敏度和分辨率,成为谐振式传感器领域的热门研究方向。

近年来国内外学者针对进一步提升谐振式传感器的检测性能开展了大量的研究工作。Mahboob 等<sup>[11]</sup>发现了利用压电驱动器对双端固支梁施加二倍频的交流电压能够引起对基础模态的参数激励,品质因子大幅提升,具有更高的传感灵敏度。Du 等<sup>[12]</sup>设计了一种具有 1:3 内共振现象的机械耦合悬臂梁结构,相比单谐振梁利用倍频效应将高频梁幅值提高了 2 个数量级,响应频率放大了 3 倍,提高了检测灵敏度和分辨率。Spletzer 等<sup>[13]</sup>发现在多根机械耦合谐振梁阵列中,当其中一根微悬臂梁受到扰动时,该梁模态幅值将产生突变,应用于构建多物质检测机制。Xia 等<sup>[14]</sup>研究了磁耦合正交梁结构中的差分内共振现象和可调磁耦合谐振梁结构,分别实现了对质量灵敏度的双重放大和两痕量物质的同步识别与连续检测机制。Li 等<sup>[15]</sup>从理论上推导了幅值跳跃的物理条件并实验证明了附加质量的微小扰动会显著影响耦合振动时的分岔跳跃行为,实现了对微小质量的检测。Qiao 等<sup>[16]</sup>利用频率解锁时的幅值跳跃行为,提出了一种新型分岔传感器,通过两个静电耦合微谐振器之间的 1:3 内共振实现了频率解锁,具有较高的信噪比和检测分辨率,可用来检测质量、电荷等物理量。通过上述研究可知,针对非线性耦合原理的传感器研究已经取得众多成果,但由于施加压力的方式要求更高,因此大多数研究器件集中在质量、加速度等领域,国内外鲜少有将该原理应用于压力传感器的论文。为此本文设计了一种利用两自由度磁耦合悬臂梁结构来进行压力检测的谐振式压力传感器,借助模态耦合时悬臂梁谐振频率检测克服了非线性效应带来的不良影响,由于耦合振动时微小的物理量扰动都可能导致悬臂梁的振动状态发生变化,因此能够提

升压力传感器的分辨率和灵敏度。

本文通过施加压力改变两谐振梁的间距,影响谐振梁之间的耦合刚度,调节谐振梁模态耦合时的谐振频率,通过测量谐振频率的变化从而间接实现压力检测。通过理论计算和实验测试的方法,研究了基于不同检测原理的磁耦合谐振梁压力传感器检测性能,分析了基于分岔跳跃原理的高频梁驱动、低频梁检测和基于倍频效应的低频梁驱动、高频梁检测两种压力检测方案的特点,对不同检测原理的谐振式压力传感器具有一定的借鉴意义。

## 1 理论分析

在本章中,提出了一种谐振式磁耦合悬臂梁结构力传感器,如图 1 所示,由低频谐振梁、高频谐振梁、可移动基座、固定基座、N35 钕铁硼永磁体、压电驱动器以及底座组成。通过固定在悬臂梁自由端相互排斥的永磁体实现低频梁和高频梁的非线性耦合,并设计固有频率比为 1:2。高频梁的基座固定,低频梁的基座安装在弹性滑轨上,在外力的作用下可以移动,进而改变永磁体之间距离,调节耦合强度,从而影响低频梁和高频梁的固有频率和振幅。

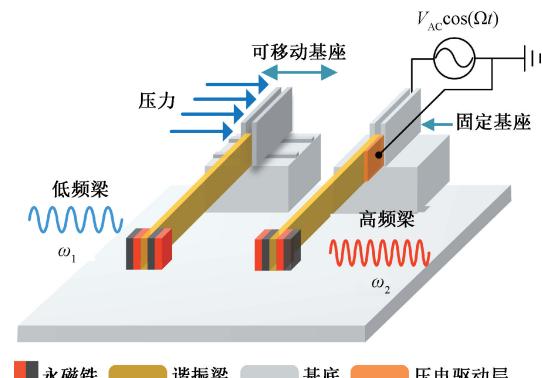


图 1 磁耦合谐振梁结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of magnetically coupled resonant beam

由于磁耦合谐振梁结构具有对称性,为了方便计算,只考虑低频梁和高频梁的一阶弯曲模态。以高频驱动、低频检测的分岔跳跃检测方案为例进行理论分析,近似为图 2 所示的两自由度集中参数模型,得到两自由度耦合谐振梁运动微分方程为:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{u}_1 + c_1 \dot{u}_1 + k_1 u_1 - F_{mag} &= 0 \\ m_2 \ddot{u}_2 + c_2 \dot{u}_2 + k_2 u_2 + F_{mag} &= F \cos(\Omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $u_i$ 、 $k_i$ 、 $m_i$  和  $c_i$  ( $i=1,2$ ) 分别为低频梁和高频梁的位移、等效刚度、等效质量和等效阻尼,  $t$  为时间,  $F_1$  和  $\Omega$  分别是驱动力的振幅和频率。其中<sup>[12]</sup>:

$$m_1 = \frac{33\rho b h_1 l_1}{140} + \rho_M V_1, k_1 = \frac{E b h_1^3}{4l_1^3}, V_1 = 2V_M$$

$$m_2 = \frac{33\rho b h_2 l_2}{140} + \rho_M V_2, k_2 = \frac{E b h_2^3}{4l_2^3}, V_2 = 4V_M$$

其中,  $\rho = 8300 \text{ kg/m}^3$ 、 $E = 128 \text{ GPa}$  分别是谐振梁的密度和杨氏模量,  $l_i$  和  $h_i$  ( $i=1,2$ ) 分别是谐振梁的长度和厚度,  $b$  是谐振梁的宽度,  $\rho_M = 7800 \text{ kg/m}^3$ 、 $V_i$  ( $i=1,2$ ) 分别是永磁体的密度、总体积,  $V_M = 3 \times 10^{-8} \text{ m}^3$  为单个永磁体体积。

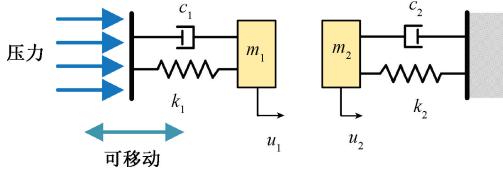


图 2 两自由度磁耦合谐振梁结构集中参数模型

Fig. 2 A two-degree-of-freedom magnetically coupled resonant beam structure lumped parameter model

为了简化理论分析, 不考虑驱动力和外界压力对谐振梁等效刚度的影响, 将永磁体建模为磁偶极子, 磁矩分别为  $\mathbf{M}_1$ 、 $\mathbf{M}_2$ , 磁耦合力与谐振梁结构之间的空间关系如图 3 所示, 磁耦合谐振梁结构之间的耦合作用力可简化为<sup>[17-19]</sup>:

$$F_{mag} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \vec{\nabla} \left[ \left( \vec{\nabla} \frac{\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{r}}{r^3} \right) \cdot \mathbf{M}_2 \right] \quad (2)$$

化简, 展开得:

$$F_{mag} = \frac{3\mu_0}{4\pi r^4} [(\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M}_1) \times \mathbf{M}_2 + (\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M}_2) \times \mathbf{M}_1 - 2\hat{\mathbf{r}}(\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_2) + 5\hat{\mathbf{r}}(\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M}_1) \cdot (\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M}_2)] \quad (3)$$

式中:  $\mu_0$  代表空间磁导率, 由于永磁体对称固定在谐振梁自由端, 故永磁体形心在谐振梁竖直对称面上,  $\mathbf{r}$  为磁耦合谐振梁结构高频梁自由端永磁体形心到低频梁自由端永磁体形心的空间向量,  $r$  为标量值,  $\hat{\mathbf{r}}$  为单位矢量。

根据谐振梁自由端振动时的空间关系, 得到:

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{-(d + u_2 - u_1 - s)\mathbf{i} + (u_2 \tan \theta_2 - u_1 \tan \theta_1)\mathbf{j}}{\sqrt{(d + u_2 - u_1 - s)^2 + (u_2 \tan \theta_2 - u_1 \tan \theta_1)^2}} \quad (4)$$

$$\mathbf{M}_i = (-1)^i M_i V_i \cos \theta_i \mathbf{i} + (-1)^{i+1} M_i V_i \sin \theta_i \mathbf{j} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  分别是垂直和水平方向的单位矢量,  $d$  是无压力时两谐振梁竖直对称面之间的距离, 在压力作用下会发生改变,  $\theta_i$  是磁矩  $\mathbf{M}_i$  与垂直方向的夹角,  $s$  为低频梁基座在外界压力作用下的移动距离。以间距为

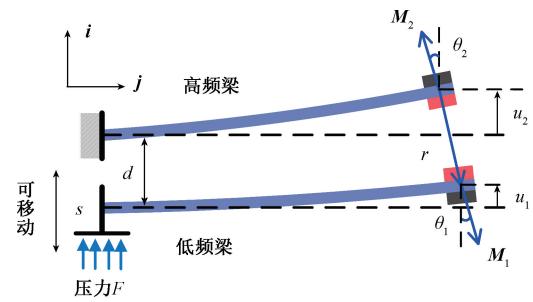


图 3 永磁体磁耦合力的空间关系示意图

Fig. 3 Spatial relationship diagram of magnetic coupling force of permanent magnet

17.5 mm 时的谐振梁作为传感器不受外力时的初始状态, 使用推拉力计标定出可动基座移动距离与压力之间的关系, 二者近似成线性关系, 表 1 为磁耦合悬臂梁结构系统参数。

表 1 磁耦合悬臂梁结构系统参数

Table 1 Magnetic coupling cantilever beam structure system parameters

(mm)

$l_1$	$l_2$	$h_1$	$h_2$	$b$	$d$
70	70	0.3	0.5	4	17.5

由于谐振梁振动时自由端水平方向的位移  $u_i \tan \theta_i$  远小于谐振梁长度  $l_i$ , 故  $\theta_i \approx 0$ , 因此只考虑垂直方向的位移变化, 从而  $\hat{\mathbf{r}} \approx -\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{r} \approx -(d + u_2 - u_1 - s)\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{M}_i \approx (-1)^i M_i V_i \mathbf{j}$ , 代入式(3)化简表达式通过泰勒公式展开到三次非线性, 得到磁耦合力  $F_{mag}$  在垂直方向的分量表达式:

$$F_{magy} = \frac{3\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{2\pi(d-s)^4} - \frac{6\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{\pi(d-s)^5}(u_2 - u_1) + \frac{15\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{\pi(d-s)^6}(u_2 - u_1)^2 - \frac{30\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{\pi(d-s)^7}(u_2 - u_1)^3 \quad (6)$$

将式(6)代入式(1), 化简得:

$$\ddot{u}_1 + c_1 \dot{u}_1 + \omega_1^2 u_1 - \rho_1 u_2 - \rho_2 (u_2 - u_1)^2 - \rho_3 (u_2 - u_1)^3 = 0 \quad (7)$$

$$\ddot{u}_2 + c_2 \dot{u}_2 + \omega_2^2 u_2 - \rho_4 u_2 + \rho_5 (u_2 - u_1)^2 + \rho_6 (u_2 - u_1)^3 = F \cos(\Omega t) \quad (8)$$

$$\text{式中: } \rho_1 = \frac{6\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{m_1 \pi (d-s)^5}, \rho_2 = \frac{15\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{m_1 \pi (d-s)^6}, \rho_3 = \frac{30\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{m_1 \pi (d-s)^7}, \rho_4 = \frac{6\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{m_2 \pi (d-s)^5}, \rho_5 = \frac{15\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{m_2 \pi (d-s)^6}, \rho_6 = -\frac{30\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{m_2 \pi (d-s)^7},$$

通过求解刚度矩阵的特征值得到系统前两阶固有频率为:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1} + \rho_1} = \sqrt{\frac{k_1}{m_1} + \frac{6\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{m_1 \pi (d-s)^5}} \quad (9)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2} + \rho_4} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2} + \frac{6\mu_0 M_1 M_2 V_1 V_2}{m_2 \pi (d-s)^5}} \quad (10)$$

通过式(9)和(10)分析可知,磁耦合悬臂梁结构中除了等效刚度  $k_1, k_2$  和低频梁在压力作用下移动的距离  $s$  外,其余系统参数均为常数,因此系统前两阶固有频率只与  $k_1, k_2, s$  有关。当低频梁在压力作用下移动时,移动距离  $s$  增大,固有频率会增大;当移动距离  $s$  增大,耦合悬臂梁间距变小,永磁体磁力变大,悬臂梁等效刚度增大,固有频率也增大。

## 2 实验测试

### 2.1 实验设计

在本节中,设计了具有 1:2 内共振现象的磁耦合悬臂梁结构,分别研究了基于分岔跳跃现象的高频梁驱动,低频梁检测和利用倍频效应的低频梁驱动,高频梁检测两种磁耦合谐振式力传感器设计方案,对内共振下各阶模态的响应特征进行了分析,对比了两种性能检测方案的特点,为设计不同检测原理的谐振式力传感器提供了一定的参考价值。

建立了如图 4 所示用于压力检测的两自由度磁耦合阵列梁的实验测试平台,主要由信号发生器、功率放大器、悬臂梁阵列夹具、激光位移传感器、NI 数据采集卡、LabVIEW 和上位机组成,实验装置如图 5 所示。选取铍青铜做为谐振梁材料,型号 PZT-5H 压电片进行压电驱动。测试过程中,信号发生器输出激励信号传递至功率放大器,激励信号放大后传递给压电片,驱动梁发生振动,检测梁利用永磁体实现磁力耦合;调节可动基座位置改变两阵列梁的间距施加一定大小的压力,激光位移传感器测量两悬臂梁振幅,通过 NI 设备传输到计算机。

### 2.2 基于分岔跳跃特性检测的磁耦合悬臂梁振动特性研究

#### 1) 磁耦合悬臂梁结构的分岔跳跃动力学行为

磁耦合悬臂梁结构的前两阶模态分别为低频检测梁和高频驱动梁的一阶弯曲模态,且二者的模态频率比满足 1:2 关系。在驱动电压 40 V,无外界压力时,扫频得到耦合谐振梁阵列结构的前两阶模态频率分别为 18.90 和 37.76 Hz,此时耦合悬臂梁无分岔跳跃行为,如图 6 所示。

当驱动电压 160 V 时,耦合悬臂梁在 37.80 ~ 38.58 Hz 区间内发生了模态耦合,即分岔跳跃行为,带宽达 0.78 Hz。图 7 显示了驱动电压 160 V,激励频率分别为 18.90、37.76 和 37.86 Hz 时磁耦合悬臂梁的时域图

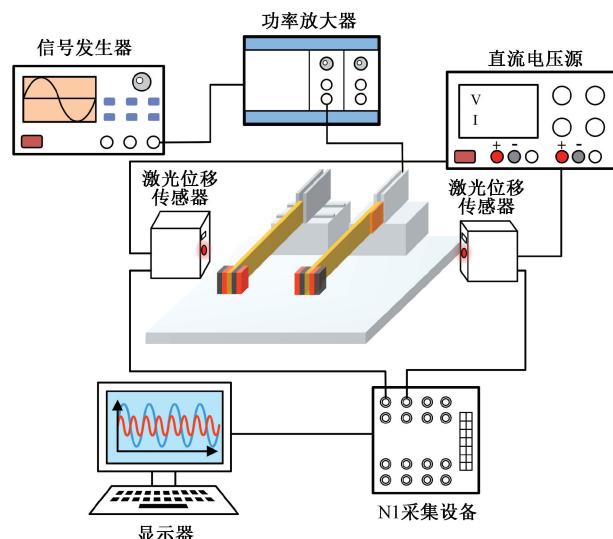


图 4 磁耦合阵列梁实验测试平台

Fig. 4 Magnetic coupling array beam test platform

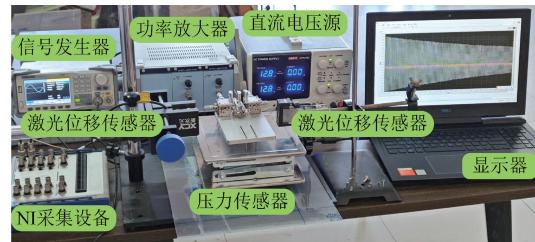


图 5 磁耦合阵列梁测试平台实验装置图

Fig. 5 Test platform experimental equipment diagram

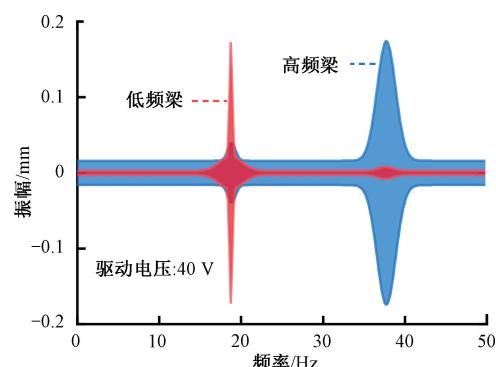


图 6 耦合谐振梁的正向扫频实验曲线

Fig. 6 Forward sweep test curve of coupled resonant beam

和快速傅里叶变换的频谱图,由图可知,当以低频梁的一阶固有频率进行激励时,低频梁的最大振幅约为 0.4 mm,高频梁的振幅接近但小于低频梁的振幅,这是由于此时低频梁共振振幅较大,两悬臂梁末端永磁体间距变小,磁力变大导致的。高频梁在二阶固有频率处振幅约为 0.4 mm,高频驱动梁和低频检测梁在固有频率处的振幅较大,但低频检测梁在二阶谐振频率处的振幅明

显小于一阶谐振频率时的振幅,不利于信号的检测。当高频驱动梁激励频率为 37.86 Hz 时,由于耦合悬臂梁结构前两阶模态频率比近似为整数比关系,因此,低频检测梁在高频驱动梁作用下发生参数激励共振。在高频激励下,高频驱动梁的振动能部分传递至低频检测梁,引起低频梁的振幅跳跃,且振幅可达 1.1 mm,相比单根谐振梁共振时的最大振幅提高了 2.8 倍。基于分岔跳跃时检测梁振幅变化明显的优点,本文设计了利用分岔跳跃时振幅突变进行检测的磁耦合悬臂梁力传感器。

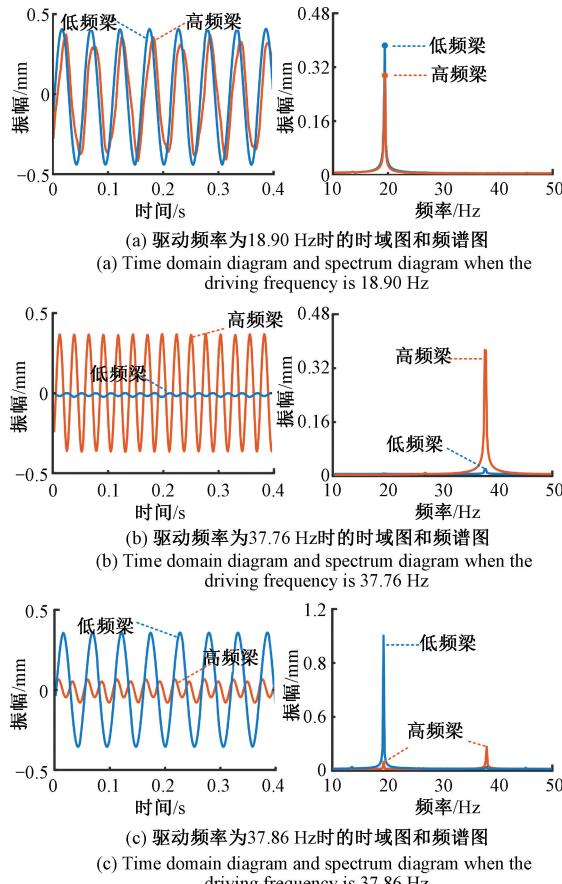


图 7 驱动电压 160 V, 激励频率分别为 18.90、37.76 和 37.86 Hz 时磁耦合悬臂梁的时域图和频谱图

Fig. 7 Time domain diagram and spectrum diagram of the magnetically coupled cantilever beam with driving voltage of 160 V and driving frequency of 18.90, 37.76 and 37.86 Hz respectively

## 2) 驱动力对分岔跳跃现象的影响

为了探究驱动力对耦合悬臂梁分岔跳跃行为的影响,测试了不同驱动电压下耦合悬臂梁的模态耦合区间,如图 8 所示。从图可知,当驱动电压超过 80 V 时,随着电压的增加模态耦合区间同时向两侧扩大,即发生分岔跳跃的下临界频率逐渐减小,消失时的上临界频率逐渐增大,同时分岔跳跃后的幅值也逐渐增大;当驱动电压小

于 80 V 时,模态耦合时保持振幅跳跃的区间仅有一个峰值区间,带宽减小,不利于信号检测;当驱动电压过大,即驱动力过大时,耦合悬臂梁在耦合振动的同时可能伴随其他非线性动力学行为,如 200 V 驱动电压下磁耦合悬臂梁耦合振动的同时有部分区域伴随着拍击振动等行为,振幅变化不稳定。为了便于信号检测,需要在 80~200 V 电压之间选择合适大小的驱动力测试传感器实验效果,因此在后续试验中选择 160 V 电压的驱动力进行驱动测试。

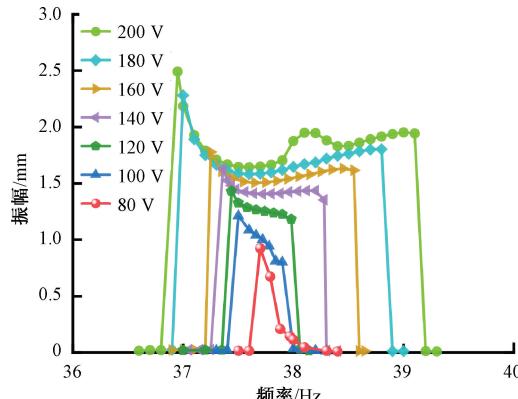


图 8 驱动力对耦合悬臂梁分岔跳跃行为的影响

Fig. 8 Effect of driving force on bifurcation jumping behavior of coupled cantilever beam

## 3) 基于分岔跳跃特性的传感器检测性能研究

在驱动电压 160 V 时,不同压力下磁耦合谐振梁一阶谐振频率变化如图 9 所示,低频梁模态耦合振动时幅频响应特性如图 10 所示。由图 9 可知,当外界压力发生变化时,磁耦合谐振梁的一阶谐振频率会有明显的偏移,并且随着压力的增大一阶谐振频率变大,与理论分析结果一致。由图 10 可知,当驱动电压为 160 V,激励频率从 37.5 Hz 逐渐增加到 37.80 Hz 时,磁耦合谐振梁的一阶模态和二阶模态发生耦合振动,低频梁在高频梁的作用下发生了参激振动,低频检测梁的振幅突然增加。随着外界压力的增大,磁耦合谐振梁发生振幅跳跃现象时的分岔频率向右偏移,分岔时的临界频率增大,并且上临界频率明显比下临界频率的频移更大,具有更好的灵敏度,但下临界频率的频移线性度更好,以分岔跳跃时的临界频率作为输出克服了非线性因素带来的不良影响。随着压力的增加,谐振梁间距变小,磁力增强,耦合强度增大,模态耦合区域向右偏移的同时面积明显增大。

图 11 描述了耦合悬臂梁力传感器在不同压力下分别以一阶谐振频率、分岔跳跃时下临界频率和上临界频率为输出指标拟合实验数据得到的灵敏度曲线。由图可知,以上临界频率输出时灵敏度最高,但线性度相对较低;以一阶谐振频率变化输出时幅值变化较小,对信号检

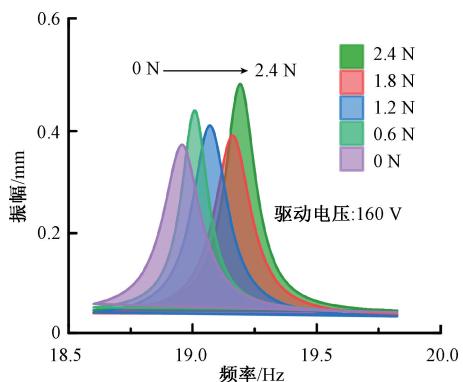


图 9 不同压力下耦合悬臂梁一阶谐振频率的变化

Fig. 9 Change of first-order resonant frequency of coupled cantilever beam under different pressures

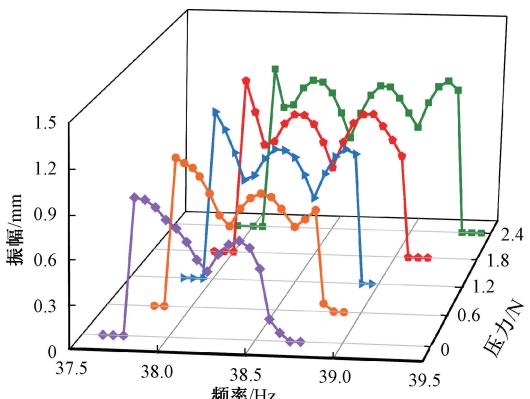


图 10 不同压力下耦合悬臂梁分岔跳跃时的幅频特性曲线

Fig. 10 Amplitude-frequency characteristic curve of coupled cantilever beam with bifurcation jump under different pressures

测的设备要求更高,因此,综合考虑压力灵敏度和振幅大小对设备的要求,以分岔跳跃时的下临界频率作为输出可以更容易检测到线性度更好的压力和频移关系曲线。

### 2.3 基于倍频特性的磁耦合悬臂梁传感器实验研究

为了研究内共振耦合梁的响应特性,同时,与上述基于分岔跳跃时的实验进行对比分析,设计了利用倍频特性进行压力检测的磁耦合悬臂梁结构,低频梁驱动、高频梁检测,二者频率比为1:2,使用上述分岔跳跃实验时的铍青铜悬臂梁材料,利用信号发生器产生的正弦激励信号驱动低频梁,激光位移传感器测量低频梁和高频梁振幅,在100 V激励电压下无外界压力时低频梁的一次谐振频率为18.0 Hz,高频梁的二次谐振频率为36.0 Hz。

图12(a)为施加1.2 N压力时,100 V激励电压下高频梁振动的时域图和幅频图。在低频梁谐振频率激励下,可清晰发现高频梁波形由自由振动和受迫振动组成,存在两种频率成分,波形具有周期性。对该状态下的高

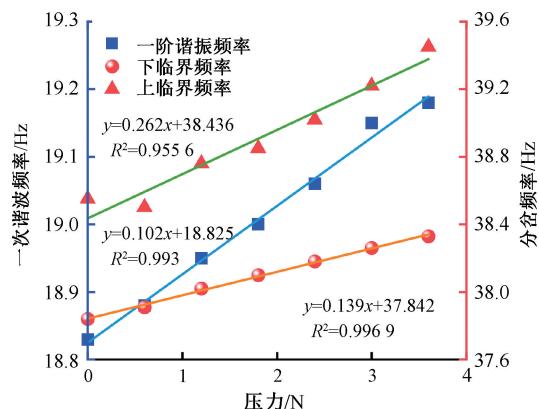


图 11 基于分岔跳跃的磁耦合悬臂梁传感器输出频率与压力的拟合曲线

Fig. 11 The fitting curve of output frequency and pressure of a magnetically coupled cantilever sensor based on bifurcation jump

频梁波形进行快速傅里叶变换得到高频梁一次谐波频率为18.4 Hz,二次谐波频率为36.8 Hz,低频梁比高频梁的频率比为1:2,发生超谐波共振,实现了输出信号的两倍放大。图12(b)为施加1.8 N压力时,高频梁发生超谐波共振的时域图和幅频图,从图可知,此时高频梁一次谐波频率和二次谐波频率分别为18.6、37.2 Hz,与压力为1.2 N时相比,一次谐波频率增加0.2 Hz,二次谐波频率增加0.4 Hz,频率变化满足2倍关系。图12(c)为施加2.4 N压力时,高频梁超谐波共振时的时域图和幅频图,一次、二次谐波分别发生在18.8、37.6 Hz,随着外界压力的增加,高频梁振动中一次谐波和二次谐波频率分别增加0.2、0.4 Hz。

随着压力的增加,图12中高频梁发生超谐波共振时的频率和幅值均有较小的增加,一次、二次谐波频率变化满足1:2,二倍频幅值大于激励波幅值,倍频信号比为2.5左右,提高了信噪比,但激励波幅值增加速率大于2倍频幅值增加速率。从图12可知,磁耦合悬臂梁中,当低频梁和高频梁模态频率比满足1:2时,低频梁主共振会引起高频梁的超谐波振动,利用超谐波共振的倍频特性,可将一定范围内的压力检测灵敏度提高为原来的两倍。

图13显示了基于倍频响应的磁耦合悬臂梁传感器二次谐波频率与压力的拟合关系曲线。结合图11可知,两种压力检测方案都有着较好的线性度,但基于倍频特性的磁耦合悬臂梁传感器二次谐波频率灵敏度是分岔跳跃时的临界频率灵敏度的3~5倍。在相同驱动电压下,基于分岔跳跃特性的耦合梁传感器检测梁振幅是倍频特性的耦合梁传感器二次谐波振幅的4~5倍,振幅变化更加明显,更容易检测到信号,对设备要求更低。

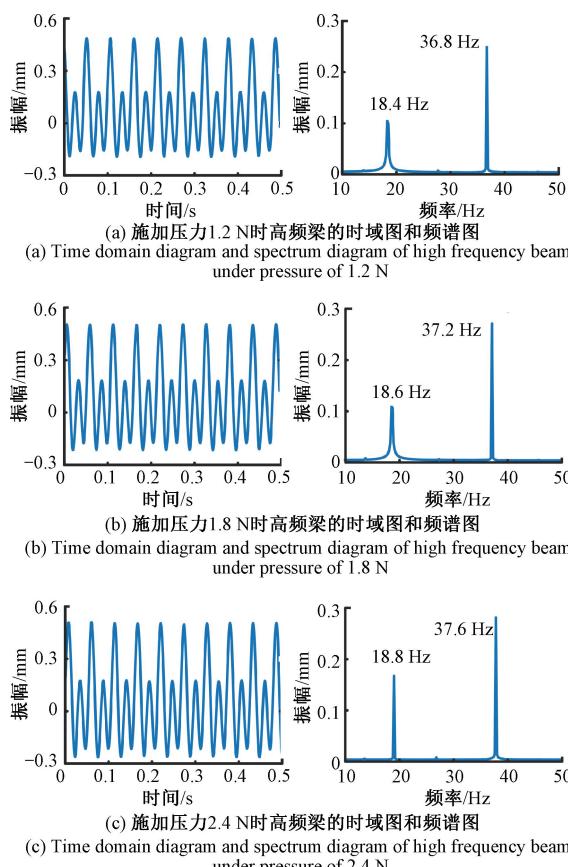


图 12 驱动电压 100 V, 不同压力下高  
频梁振动的时域图和幅频图

Fig. 12 The driving voltage is 100 V, the time domain diagram and amplitude frequency diagram of high-frequency beam vibration under different pressures

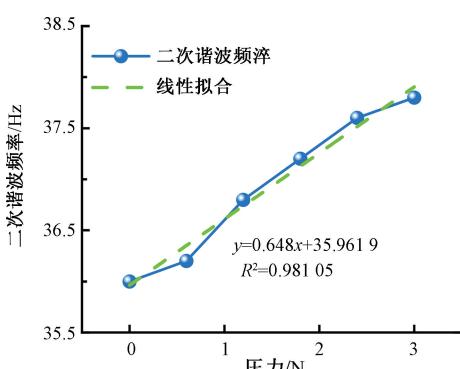


图 13 基于倍频响应的磁耦合悬臂梁传感器  
谐波频率与压力的拟合关系曲线

Fig. 13 The fitting relationship between harmonic frequency and pressure of a magnetically coupled cantilever sensor based on frequency doubling response

此外,该传感器的压力检测范围与磁耦合阵列梁之间的初始间距以及磁耦合强度有关,文中选取了初始间

距为 17.5 mm 时为初始状态,即压力零点。随着压力的增加,移动距离变大,磁耦合阵列梁末端永磁铁的间距变小,磁耦合强度逐渐变大,通过多组测试实验发现,当移动距离达到 3.5 mm,即磁耦合阵列梁间距为 14.0 mm 左右时,磁力会迅速增大,影响压力的检测,因此本文中参数设计的压力传感器的检测上限在 7 N 附近。

该量程的压力传感器可以用于推力及拉力测试,具有体积小、精度高、重量轻、易于携带等特点,在评估弹簧的弹性和承受能力、键盘压力、物体在不同表面的摩擦力、各类电器端子插拔力和开关按键按压力测试等方面具有广泛的应用前景,还可以作为中学压力演示的教学器材。本文传感器检测机制与同类传感器研究工作对比分析如表 2 所示。

表 2 本文传感器与同类传感器研究工作对比分析

Table 2 Comparative analysis of the proposed

sensor and similar sensor research work

作者	Zhao 等 <sup>[20]</sup>	林丙涛等 <sup>[4]</sup>	本工作	
			特征 1	特征 2
检测机制	预应力下特征频率偏移	一阶模态频率偏移	分岔跳跃	高阶模态倍频响应
灵敏度	高	低	中等	高
线性度	中等	中等	中等	高
信噪比	—	—	高	高
非线性影响	未克服	未克服	克服	克服

### 3 结 论

设计了一种两自由度磁耦合悬臂梁结构的谐振式力传感器,建立了动力学理论模型并进行了理论分析,实验测试了基于分岔跳跃特性检测和基于倍频响应检测的两种压力检测方案,对分岔跳跃动力学行为的特点和影响因素进行了研究,分析了外界压力对耦合梁分岔跳跃行为的影响,对比了两种检测方案的特点,基于分岔跳跃特性的检测方案振幅变化明显,易于检测,能够克服非线性因素的不良影响;基于倍频特性的检测方案灵敏度高,信噪比大,为设计不同检测原理的谐振式力传感器提供了一定的参考价值。

### 参考文献

- [1] 李传昊,王军波,商艳龙,等.介质隔离高精度 MEMS 谐振式压力传感器[J].仪器仪表学报,2023,44(4): 219-227.  
LI CH H, WANG J B, SHANG Y L, et al. Dielectrically isolated high-precision MEMS resonant pressure sensors [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44 (4): 219-227.
- [2] 刘汉彪,王发光,刘晨,等.基于模态局部化的可调式压电驱动谐振质量传感器的设计[J].压电与声

- 光, 2022, 44(6):877-884.
- LIU H B, WANG F G, LIU CH, et al. Design of tunable piezoelectric driven resonant mass sensor based on modal localization [J]. Piezoelectrics and Acoustooptics, 2022, 44(6):877-884.
- [3] 高杨, 雷强, 赵俊武, 等. 微机械谐振式加速度计的研究现状及发展趋势 [J]. 强激光与粒子束, 2017(8):5-18.
- GAO Y, LEI Q, ZHAO J W, et al. Research status and development trend of micro-mechanical resonance accelerometer [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2017(8):5-18.
- [4] 林丙涛, 李海, 蒋昭兴, 等. 一种基于谐振原理的微型压力传感器设计[J]. 压电与声光, 2014, 36(2):159-161.
- LIN B T, LI H, JIANG ZH X, et al. Design of miniaturization pressure sensor based on the principle of resonance [J]. Piezoelectrics and Acoustooptics, 2014, 36(2):159-161.
- [5] 李开富, 蒋婷, 郭小伟, 等. 三质量块 MEMS 三轴电容式加速度计的设计 [J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(10):193-201.
- LI K F, JIANG T, GUO X W, et al. Design of three mass block MEMS triaxial cap-active accelerometer [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(10):193-201.
- [6] 任森, 苑伟政, 邓进军, 等. 静电激励硅微机械谐振压力传感器设计[J]. 传感器与微系统, 2014, 33(1):64-67, 71.
- REN S, YUAN W ZH, DENG J J, et al. Design electrostatically excited silicon micromachined resonant pressure sensor [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2014, 33(1):64-67, 71.
- [7] 王桂从, 赵鹏, 李映君, 等. 压电薄膜三维重载力传感器设计与实验[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(1):11-19.
- WANG G C, ZHAO P, LI Y J, et al. Design of experiment of PVDF piezoelectrics film 3-D heavy load force sensor [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(1):11-19.
- [8] 冒晓莉, 吴其宇, 张加宏, 等. 基于信噪比的 MEMS 压力传感器设计与分析 [J]. 仪表技术与传感器, 2022(2):1-6, 20.
- MAO X L, WU Q Y, ZHANG J H, et al. Design and analysis of MEMS pressure sensor based on SNR [J]. Instrument Technique and Sensor, 2022(2):1-6, 20.
- [9] 张宇, 许高斌, 尹盛华, 等. 多梁凹槽高 g 值加速度计的设计与分析 [J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(4):90-97.
- ZHAO Y, XU G B, YIN SH H, et al. Design and analysis of multi-beam groove high g-value accelerometer [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(4):90-97.
- [10] 付晓瑞, 党亚辉, 许立忠. 微薄膜多场耦合非线性振动分析 [J]. 振动与冲击, 2017, 36(23):51-57.
- FU X R, DANG Y H, XU L ZH. Multi-field coupled nonlinear vibration analysis of micro-films [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(23):51-57.
- [11] MAHBOOB I, YAMAGUCHI H. Parametrically pumped ultrahigh Q electromechanical resonator [J]. Applied Physics Letters, 2008, 92: 253109.
- [12] DU X, WANG D F, XIA C, et al. Internal resonance phenomena in coupled ductile cantilevers with triple frequency ratio-part II: a mass sensitivity amplification schemes [J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(14):5484-5492.
- [13] SPLETZER M, RAMAN A, SUMALI H, et al. Highly sensitive mass detection and identification using vibration localization in coupled microcantilever arrays [J]. Applied Physics Letters, 2008, 92: 114102.
- [14] XIA C, WANG D F, SONG J, et al. Synchronous identification and successive detection of multiple traces with tunable coupling oscillators [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 166:108395.
- [15] LI L, LLU H B, LIU C, et al. Modal coupled vibration behavior of piezoelectric L-shaped resonator induced by added mass [J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 109(4):2297-2318.
- [16] QIAO Y, SHI Z, XU Y T, et al. Frequency unlocking-based MEMS bifurcation sensors [J]. Microsystems & Nanoengineering, 2023, 9(1): 58-58.
- [17] LI L, LI D F, YANG W, et al. Synchronous mass detection based on 1:1:2 internal resonance of piezo-driven resonator [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2023, 260:108645.
- [18] 夏操. 基于耦合谐振梁结构内共振的多痕量物质传感机制研究[D]. 吉林:吉林大学, 2022.
- XIA C. Research on multiple traces sensing schemes based on internal resonance in coupled resonators [D]. Jilin: Jilin University, 2022.
- [19] 杨理践, 郑福印, 高松巍, 等. 基于力磁耦合型的管道电磁应力检测解析模型研究 [J]. 仪器仪表学报, 2021, 41(8): 249-258.
- YANG L J, ZHENG F Y, GAO S W, et al. An analytical model of electromagnetic stress detection for pipeline based on magneto-mechanical coupling model [J]. Chinese

- Journal of Scientific Instrument, 2021, 41(8) : 249-258.
- [20] ZHAO Z, WANG F D, LOU X, et al. An adjustable pre-stress based sensitivity enhancement scheme for cantilever-based resonant sensors [ J ]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 146.

### 作者简介



王发光, 2021 年于鲁东大学获得学士学位, 现为山东理工大学硕士研究生, 主要研究方向为谐振式传感器的设计与应用。  
E-mail: wangfaguang163@163.com

**Wang Faguang** received his B. Sc. degree from Ludong University in 2021. Now he is a M. Sc. candidate at Shandong University of Technology.

His main research interests include the design and application of resonant sensors.



**李磊**(通信作者), 2013 年于中国农业大学获得学士学位, 2017 年于天津大学获得博士学位, 现为山东理工大学副教授, 主要研究方向为非线性振动和 MEMS 传感器的设计。

E-mail: lleisnowflake@sdu.edu.com

**Li Lei** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from China Agricultural University in 2013, Ph. D. degree from Tianjin University in 2017. Now he is an associate professor at Shandong University of Technology. His main research interests include nonlinear vibration and MEMS sensor design.