DOI：10.13382/j.jemi.B2306464

# 基于凸优化平滑动态窗口法的运动规划方法*

韩晓庆[1]　姜媛媛[1]　刘延彬[2]
（1.安徽理工大学电气与信息工程学院　淮南　232000；2.安徽理工大学力学与光电物理学院　淮南　232000）

**摘　要**：针对煤矿井下路面崎岖，传统动态窗口法生成的角速度与线速度序列波动频繁无法控制机器人正常运动的问题，提出了一种基于凸优化平滑动态窗口法生成的角速度与线速度的运动规划方法。首先使用动态窗口法生成一组角速度线速度序列，然后基于此序列构建目标函数利用凸优化求得最优解，达到去除原序列中的噪声的目的，实现对机器人的运动控制，求得的最优解即为平滑后的角速度线速度序列；最后使用 MATLAB 进行仿真，验证不同地图下凸优化的平滑效果，并且与均值滤波和 VMD 重构信号进行对比。结果表明，与对比算法相比，凸优化处理后的动态窗口法的角速度和线速度序列平滑效果最好，平均绝对误差最小为 0.005 6、0.001 8，平滑了信号同时又保留了其特征。

**关键词**：动态窗口法；凸优化；运动规划
**中图分类号**：TP242.6　　**文献标识码**：A　　**国家标准学科分类代码**：510.80

# Motion planning method based on convex optimally smoothed dynamic window approach

Han Xiaoqing[1]　Jiang Yuanyuan[1]　Liu Yanbin[2]
（1. School of Electrical and Information Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232000, China;
2. School of Mechanics and Optoelectronic Physics, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232000, China）

**Abstract**: A motion planning method based on the angular velocity and linear velocity generated by the convex optimized smoothing dynamic window approach is proposed for the problem that the angular velocity and linear velocity sequences generated by the traditional dynamic window approach fluctuate frequently and cannot control the normal motion of the robot due to the rugged road surface under the coal mine. Firstly, the dynamic window method is used to generate a set of angular velocity linear velocity sequences, then the objective function is constructed based on this sequence to obtain the optimal solution using convex optimization to remove the noise in the original sequence and achieve the motion control of the robot, and the obtained optimal solution is the smoothed angular velocity linear velocity sequence. Finally, simulations are performed using matlab to verify the smoothing effect of convex optimization under different maps and to compare with mean filtering and VMD reconstruction of the signal. The results show that, compared with the comparison algorithms, the convex optimized dynamic window method has the best smoothing effect on the angular and linear velocity sequences with the smallest average absolute errors of 0.005 6 and 0.001 8, smoothing the signal while preserving its characteristics.

**Keywords**: dynamic window approach; convex optimization; motion planning

## 0　引　言

近年来，随着科技的快速进步，人工智能逐渐应用在人们生活的各个领域，常见的有智能家居、智能机器人[1]等。其中由于智能机器人的应用范围广泛，可以在不同环境中工作，因此移动机器人面临的挑战也更加严峻[2]，尤其是在复杂环境中如煤矿井下。井下道路崎岖不平，同时存在各种障碍物，在这种环境中工作的前提是要为机器人进行合理的运动规划[3]。

收稿日期：2023-04-23　　Received Date: 2023-04-23
*基金项目：安徽省重点研究与开发计划（202104g01020012）、安徽理工大学环境友好材料与职业健康研究院研发专项基金（ALW2020YF18）项目资助

与此同时,大量移动机器人运动规划算法被提出[4],如动态窗口法(dynamic window approach, DWA)、快速扩展随机树(rapidly-exploring random trees ,RRT)算法、A*(A-Star)算法、Dijkstra 算法等[5-8]。其中 DWA 算法是 Fox 等[9]提出的一种将曲率和速度相结合的算法,该算法将根据速度在一段时间内模拟机器人的轨迹,然后它将通过评分规则对这些模拟轨迹进行评分,将机器人的避障问题转化为最优速度执行问题,在可行性和运动连续性方面具有明显优势。近年来国内外也有许多对 DWA 算法的研究,王豪杰等[10]提出了一种基于微分流形切向量选取与障碍物不相交的机器人预轨迹,然后引入障碍物数量因子与方向角变化因子改进 DWA 评价函数的方法;魏立新等[11]提出一种基于 GRRT-Connect 算法不等分配初始信息素改进蚁群,并用切片取优方法取得最优路径,再以最优路径关键点子目标运行 DWA 算法,达到优化目的的方法;劳彩莲等[12]提出了一种对 A* 算法关键点选取策略进行改进,并融合 DWA 算法构建全局最优路径评价函数的方法,改进了传统 A* 算法拐点过多的问题;李薪颖等[13]提出了一种基于多目标粒子群优化算法改进 DWA 权重系数的方法提高了机器人避障的有效性安全性和速度;Chang 等[14]改进了 DWA 算法的评价函数,并通过强化学习的方法改进了 DWA 的参数,提高了算法效率。上述这些算法虽然针对 DWA 算法的研究取得了一定成果,但是 DWA 算法仍然存在一部分问题。由于 DWA 算法直接生成的速度序列波动频繁,在井下崎岖的道路上可能无法直接控制机器人运动,机器人可能会因为速度波动频繁和不平整的道路而无法继续运动。因此对 DWA 算法生成的速度序列进行平滑处理是一件亟待解决的事。

针对上述问题,本文提出了一种基于凸优化平滑 DWA 的运动规划方法,将传统 DWA 算法生成的角速度和线速度序列进行凸优化平滑处理,保留了原始信号特征的同时能够变得更加光滑,使其在实际应用中能更好的控制机器人运动。

## 1　DWA 算法

### 1.1　机器人运动学方程

DWA 算法采用加速度控制代替移动机器人的位置控制。在利用速度模式对机器人运动进行分析时,需要首先建立机器人的运动学模型:机器人的线速度用 $v_t$ 表示,角速度用 $\omega_t$ 表示。当移动机器人采样间隔 $\Delta t$ 足够小时,机器人位移较小可视为一小段匀速直线运动。则机器人运动模型为[15]:

$$\begin{cases} x(t)=x(t-1)+v(t)\Delta t\cos(\theta(t-1)) \\ y(t)=y(t-1)+v(t)\Delta t\sin(\theta(t-1)) \\ \theta(t)=\theta(t-1)+\omega(t)\Delta t \end{cases} \tag{1}$$

式中:$x(t)$,$y(t)$,$\theta(t)$ 为 $t$ 时刻机器人在世界坐标下的位姿。

### 1.2　速度采样

机器人的速度采样空间($v$,$\omega$)受多方面因素限制,其中包含机器人自身硬件限制和环境限制等,主要为机器人自身速度大小限制、机器人加速度限制和环境中障碍物的限制。

机器人受自身硬件条件限制,所以机器人的线速度和角速度都存在边界,此时机器人可采样的速度空间 $V_m$ 为:

$$V_m=\{v\in[v_{\min},v_{\max}],\omega\in[\omega_{\min},\omega_{\max}]\} \tag{2}$$

式中:$v_{\min}$ 和 $v_{\max}$ 分别是机器人最小线速度和最大线速度,$\omega_{\min}$ 和 $\omega_{\max}$ 分别是机器人最小角速度和最大角速度。

机器人受驱动电机的限制,其线速度和角速度的加速度存在边界[16],此时机器人及采样的速度空间 $V_d$ 为:

$$V_d=\left\{(v,\omega)\mid\begin{matrix} v_c-a_v\Delta t,v_c+a_v\Delta t \\ \omega_c-a_\omega\Delta t,\omega_c+a_\omega\Delta t \end{matrix}\right\} \tag{3}$$

式中:$v_c$ 和 $\omega_c$ 为当前时刻机器人的线速度和角速度,$a_v$ 和 $a_\omega$ 为机器人线速度和角速度的最大加速度。

考虑到机器人周边存在障碍物影响机器人行动,某一时刻机器人不与周围障碍物发生碰撞的约束条件 $V_a$ 为:

$$V_a=\left\{(v,\omega)\mid\begin{matrix} v\in[v_{\min},\sqrt{2dist(v,\omega)a_v}] \\ \omega\in[\omega_{\min},\sqrt{2dist(v,\omega)a_\omega}] \end{matrix}\right\} \tag{4}$$

式中:$dist(v,\omega)$ 为当前运动轨迹距离最近障碍物的距离,当机器人附近没有障碍物时,$dist(v,\omega)$ 的数值将会很大,当机器人附近出现障碍物,机器人会根据式(4)控制减速直至安全避开障碍物。

结合上述 3 类速度限制,移动机器人最终的速度采样空间 $V_s$ 应为 3 个速度空间的交集[17],如图 1 所示。

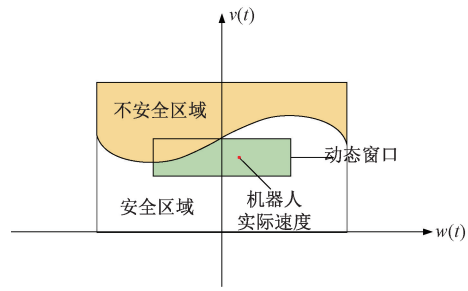



图 1　速度空间

Fig. 1　Space for speed

$$V_s=V_m\cap V_d\cap V_a \tag{5}$$

图 1 所示 DWA 算法的速度矢量空间图,横坐标为角速度大小,纵坐标为线速度大小,矩形外框为机器人可达最大角速度线速度;上方区域为存在障碍物的不安全区域,下方区域为机器人可行的安全区域;中间小矩形窗口

为动态窗口,考虑到机器人电机扭矩,在控制周期内可达的速度范围。

### 1.3　评价函数

在机器人采样的速度空间 $V_s$ 中,同一时刻有多组采样数据,不同的采样数据对应不同的运动轨迹,此时可以通过一条评价标准对多组数据进行评价[18],从中筛选出一条最佳路径。评价标准函数为:

$$G(v,\omega)=k[\alpha\mathrm{Heading}(v,\omega)+\beta\mathrm{Goal}(v,\omega)+\gamma\mathrm{Occ}(v,\omega)] \tag{6}$$

当 $G(v,\omega)$ 取到最小时,得到最佳路径。式中 $k$ 为平滑函数; $\alpha,\beta,\gamma$ 为各子函数的加权系数; $Heading(v,\omega)$ 函数是方位角评价函数,用来评估模拟轨迹与目标点的方位角偏差; $Goal(v,\omega)$ 函数为距离评估函数,用于评价机器人移动路径末端到终点之间距离; $Path(v,\omega)$ 函数为路径评价函数,计算轨迹末端点到全局路径的距离; $Occ(v,\omega)$ 函数用于评价机器人运动轨迹与障碍物之间的距离,保证机器人的避障能力。

## 2　凸优化

在使用 DWA 算法控制机器人生成移动路径时,DWA 生成的角速度线速度出现波动较大的情况,在实际应用中可能出现无法控制机器人运动等情况,因此需要对速度序列进行滤波剔除噪声处理。

求解问题时目标函数如果是一个凸函数,那么此函数存在一个全局最优解,可以通过算法求解出来。凸优化就是以凸函数为目标函数,以求解系统最小值函数为目标的优化,凸优化的一大优势在求解时能获得全局最优解并且可以抑制噪声[19],凸优化必须满足以下 3 个条件:

1) 目标函数和约束函数都是凸函数;

2) 函数定义域为凸集;

3) 目标函数最终优化要求是最小化。

凸优化问题原理表达如下:

$$\text{minimize}\quad \|Ax-b\| \tag{7}$$

其中, $A\in R^{m\times n}$ 和 $b\in R^m$ 是问题数据, $x\in R^n$ 是变量, $\|\cdot\|$ 是 $R^m$ 上的一种范数[20]。

### 2.1　凸优化求解

在使用凸优化平滑 DWA 算法生成的角速度线速度序列之前,首先需要构建一个目标函数,目标函数需要满足上述 3 个条件。

原始信号 $s$ 被加性噪声 $e$ 所污染, $s$ 的观测值为:

$$s_{\mathrm{cor}}=s+e \tag{8}$$

构建对原始信号 $s$ 的估计值 $\hat{s}$ 的过程称为信号重构或者去除噪声,本文采用二次光滑函数:

$$\phi_{quad}(s)=\sum_{i=1}^{n-1}(s_{i+1}-s_i)^2=\|\boldsymbol{D}s\|_2^2 \tag{9}$$

其中, $\boldsymbol{D}\in\boldsymbol{R}^{(n-1)\times n}$ 为双对角矩阵, $\phi_{quad}(s)$ 即为本文建立的目标函数。

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 1\end{bmatrix} \tag{10}$$

可以通过极小化:

$$\text{minimize}\quad \|\hat{s}-s_{\mathrm{cor}}\|_2^2+\delta\|\boldsymbol{D}\hat{s}\|_2^2 \tag{11}$$

其中,得到 $\|\hat{s}-s_{\mathrm{cor}}\|_2$ 和 $\|\boldsymbol{D}\hat{s}\|_2$ 之间的最优权衡,其中 $\delta>0$ 参数化了最优权衡曲线,控制了曲线的光滑性。此二次问题的解为:

$$\hat{s}=(\boldsymbol{I}+\delta\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D})^{-1}s_{\mathrm{cor}} \tag{12}$$

式中: $\boldsymbol{I}$ 为主对角线为 1 的稀疏单位矩阵,经过多次实验验证,取 $\delta=3$ 时处理效果最好。

### 2.2　凸优化平滑 DWA

基于凸优化平滑 DWA 算法流程如图 2 所示。

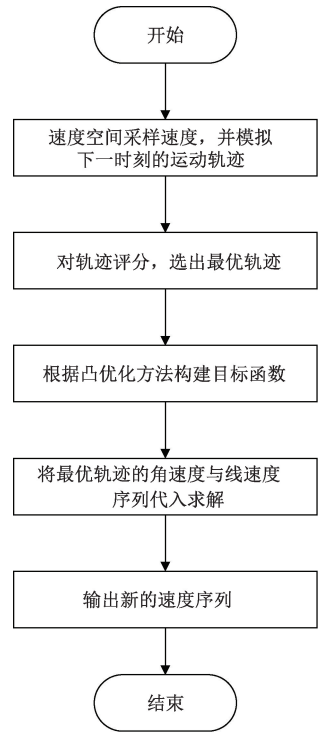



图 2　算法流程

Fig. 2　Algorithm flow chart

其具体步骤为:

步骤 1)在速度空间 $V_s$ 采样多组速度,通过这些速度模拟出在下一段时间内机器人多组运动轨迹;

步骤 2)通过评价函数 $G(v,\omega)$ 对运动轨迹进行评

价,选出其中最优的一组轨迹驱使机器人运动;

步骤 3)输出这组最优的轨迹角速度与线速度序列,构建目标函数代入角速度线速度进行凸优化求解,得到平滑后的角速度与线速度。

## 3　实验及结果分析

为了验证经过凸优化平滑后的 DWA 算法的可行性,在 MATLAB R2022a 环境下构建复杂度不同的 3 张 10 m×10 m 的地图进行实验验证,并且与均值滤波优化 DWA 算法、VMD 重构角速度线速度的加速度信号进行对比验证,取优化前后序列的平均绝对误差 *MAE* 和均方根误差 *RMSE* 作为评价标准[21]。为了方便观察,将优化前后的序列绘制成波形图,结果如图 3~8 所示。

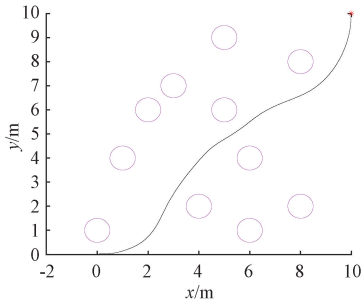



图 3　场景 1

Fig. 3　Scene 1

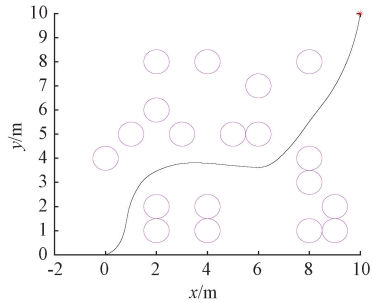



图 4　场景 2

Fig. 4　Scene 2

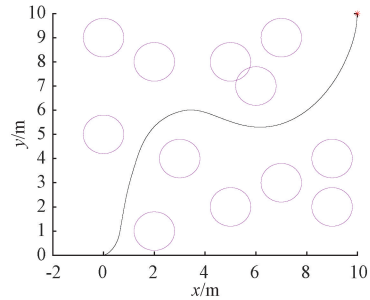



图 5　场景 3

Fig. 5　Scene 3

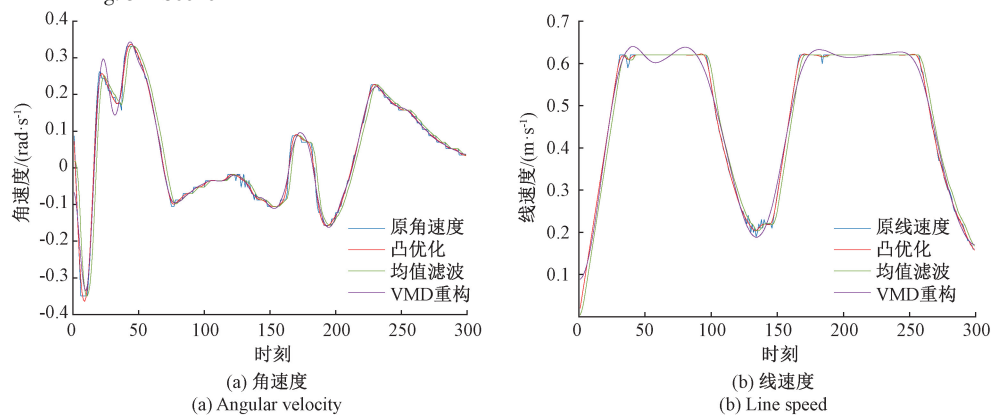



图 6　场景 1 角速度线速度优化波形

Fig. 6　Scenario 1 angular velocity linear velocity optimised waveform

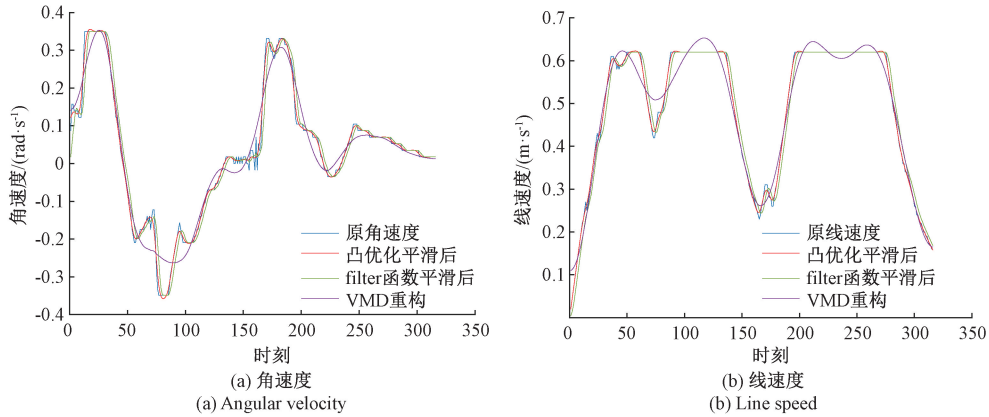
$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^{n} | s_i - \hat{s}_i |}{n} \tag{13}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (s_i - \hat{s}_i)^2}{n}} \tag{14}$$

其中,$s_i$ 为原始序列真实值,$\hat{s}_i$ 为优化后的值,$n$ 为序列中数据个数。

考虑到移动机器人工作环境的复杂性,在坐标轴上设立多个圆形目标视作障碍物,其中场景 1 和场景 2 的障碍物半径为 0.5 m,场景 3 的障碍物半径为 0.8 m,机器人起始坐标设为(0,0),目标点坐标设为(10,10)。使用 DWA 算法从起始点到目标点生成一条光滑的路径,针对 DWA 算法生成的角速度和线速度序列,分别使用凸优化、均值滤波和 VMD 重构信号的方式进行对比。

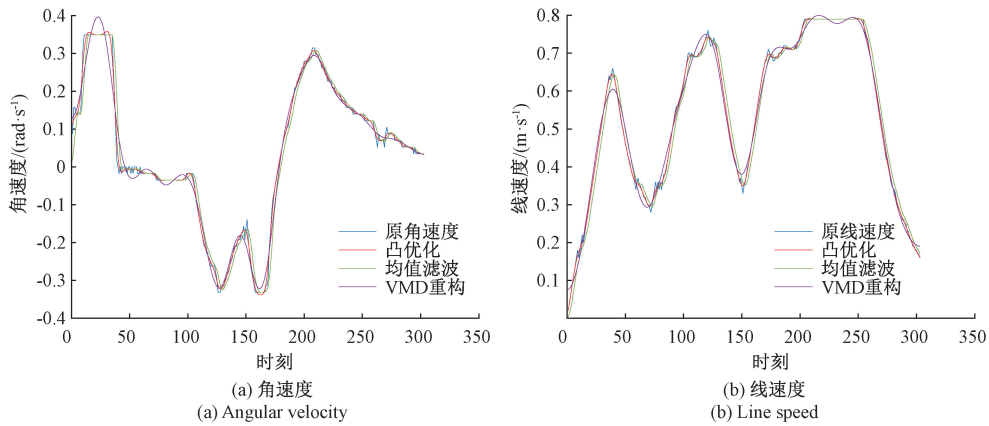
由图 6~8 可看出,虽然 3 种方法均可滤除 DWA 算




(a) 角速度　(b) 线速度
(a) Angular velocity　(b) Line speed

图7　场景2角速度线速度优化波形

Fig. 7　Scenario 2 angular velocity linear velocity optimised waveform




(a) 角速度　(b) 线速度
(a) Angular velocity　(b) Line speed

图8　场景3角速度线速度优化波形

Fig. 8　Scenario 3 angular velocity linear velocity optimised waveform

法生成的角速度与线速度信号中的噪声,使其变得光滑,但是新生成的波形和原波形存在一定差异。如图7(a)中的VMD重构信号,虽然处理后十分光滑,但是在波谷处存在失真,若是在实际应用场景中可能存在偏离原本运动路径撞向障碍物等情况。由表1可知,凸优化在场景1中角速度的平均绝对误差、均方根误差和线速度的平均绝对误差和均方根误差分别为0.005 5、0.008 7、0.001 9、0.003 7,均远小于均值滤波后的0.019 5、0.036 5、0.013 3、0.020 6和VMD重构信号的0.011 1、0.019 6、0.012 5、0.016 6。尤其是在序列波动更加频繁时,凸优化的误差更加小。综上可知,凸优化对序列的处理效果更加好,既保留了原始信号的特征,同时又对其进行了平滑处理,由于误差很小,实验中发现优化前后机器人坐标几乎不发生改变,使其在实际应用中能够更好的控制机器人运动。

**表1　各优化方法在不同场景下的误差**

**Table 1　Errors of various optimization methods in different scenarios**

| 场景 | 优化方式 | 角速度平均绝对误差 | 角速度均方根误差 | 线速度平均绝对误差 | 线速度均方根误差 |
|---|---|---|---|---|---|
| 场景1 | 凸优化 | 0.005 6 | 0.008 7 | 0.001 9 | 0.003 7 |
| | 均值滤波 | 0.019 5 | 0.036 5 | 0.013 3 | 0.020 6 |
| | VMD重构 | 0.011 1 | 0.019 6 | 0.012 5 | 0.016 6 |
| 场景2 | 凸优化 | 0.007 1 | 0.011 9 | 0.002 7 | 0.004 7 |
| | 均值滤波 | 0.018 1 | 0.030 4 | 0.015 0 | 0.021 6 |
| | VMD重构 | 0.028 3 | 0.039 8 | 0.021 3 | 0.027 5 |
| 场景3 | 凸优化 | 0.006 2 | 0.010 4 | 0.003 5 | 0.005 4 |
| | 均值滤波 | 0.016 4 | 0.029 6 | 0.020 2 | 0.025 1 |
| | VMD重构 | 0.017 0 | 0.026 0 | 0.015 6 | 0.019 4 |

## 4　结　论

针对煤矿井下道路崎岖不平,传统 DWA 算法在进行运动规划时,生成的角速度和线速度波动过于频繁无法控制机器人正常工作的问题,使用凸优化平滑 DWA 的运动规划方法,达到了去除原角速度线速度序列噪声的目的。针对凸优化、均值滤波和 VMD 重构信号 3 种方法,基于 MATLAB 进行 3 种地图的仿真模拟实验验证,结果表明本文提出的凸优化方法滤波效果最好,序列更光滑的同时和原始序列的误差最小,平滑了信号又保留其特征使其不会偏离原始路径。但是在实验过程中发现,DWA 算法对于全局搜索路径的能力稍有不足,下一步的研究内容是针对 DWA 算法进行改进,使其在井下工作时搜索路径更加合理。

## 参考文献


[1] 许万,程兆,朱力,等. 一种基于改进人工势场法的局部路径规划算法[J]. 电子测量技术,2022,45(19):83-88.
XU W, CHENG ZH, ZHU L, et al. A local path planning algorithm based on improved artificial potential field method[J]. Electronic Measurement Technology, 2022,45(19):83-88.

[2] 姜媛媛,张阳阳. 改进 8 邻域节点搜索策略 A* 算法的路径规划[J]. 电子测量与仪器学报,2022,36(5):234-241.
JIANG Y Y, ZHANG Y Y. Improved path planning of A* algorithm of domain node search strategy 8[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022,36(5):234-241.

[3] 杨林,马宏伟,王岩,等. 煤矿井下移动机器人运动规划方法研究[J]. 工矿自动化, 2020,46(6):23-30.
YANG L, MA H W, WANG Y, et al. Research on motion planning method of underground mobile robot[J]. Industry and Mine Automation,2020,46(6):23-30.

[4] 姜媛媛,李宏伟,路子佩. 矿井救援机器人的 B 样条-APF-BRRT 路径规划方法[J/OL]. 机械科学与技术:1-9[2023-04-23].
JIANG Y Y, LI H W, LU Z P. B-spline -APF-BRRT path planning method for mine rescue robot[J/OL]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 1-9[2023-04-23].

[5] CAO Y, ZHOU Y, ZHANG Y B. Path planning for obstacle avoidance of mobile robot based on optimized A* and DWA algorithm[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2020,48( 24) : 246-252.

[6] 刘成菊,韩俊强,安康. 基于改进 RRT 算法的 RoboCup 机器人动态路径规划[J]. 机器人,2017,39(1):8-15.
LIU CH J, HAN J Q, AN K. Dynamic path planning based on an improved RRT algorithm for RoboCup robot[J]. Robot, 2017,39(1):8-15.

[7] FU B, CHEN L, ZHOU Y T, et al. An improved A* algorithm for the industrial robot path planning with high success rate and short length[J]. Robotics & Autonomous Systems, 2018, 106:26-37.

[8] BAEZA D, IHLE C F, ORTIZ J M. A comparison between ACO and Dijkstra algorithms for optimal ore concentrate pipeline routing[J]. Journal of Cleaner Produion,2017,144:149-160.

[9] FOX D, BURGARD W, THRUN S. The dynamic window approach to collision avoidance[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2002, 4(1):23-33.

[10] 王豪杰,马向华,代婉玉,等. 改进 DWA 算法的移动机器人避障研究[J]. 计算机工程与应用,2023,59(6):326-332.
WANG H J, MA X H, DAI W Y, et al. Research on obstacle avoidance of mobile robot based on improved DWA algorithm[J]. Computer Engineering and Applications, 2023,59(6):326-332.

[11] 魏立新,张钰锟,孙浩,等. 基于改进蚁群和 DWA 算法的机器人动态路径规划[J]. 控制与决策, 2022,37(9):2211-2216.
WEI L X, ZHANG Y K, SUN H, et al. Robot dynamic path planning based on improved ant colony and DWA algorithm[J]. Control and Decision, 2022,37(9):2211-2216.

[12] 劳彩莲,李鹏,冯宇. 基于改进 A* 与 DWA 算法融合的温室机器人路径规划[J]. 农业机械学报, 2021,52(1):14-22.
LAO C L, LI P, FENG Y. Path planning of greenhouse robot based on fusion of improved A* algorithm and dynamic window approach[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2021,52(1):14-22.

[13] 李薪颖,单梁,常路,等. 复杂环境下基于多目标粒子群的 DWA 路径规划算法[J]. 国防科技大学学报, 2022,44(4):52-59.
LI X Y, SHAN L, CHANG L, et al. DWA path planning algorithm based on multi-objective particle swarm optimization in complex environment[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2022, 44(4):52-59.

[14] CHANG L, SHAN L, JIANG C, et al. Reinforcement based mobile robot path planning with improved dynamic window approach in unknown environment[J].

Autonomous Robots, 2021, 45(1): 51-76.

[15] 张伟龙,单梁,常路,等. 基于改进 DWA 的多无人水面艇分布式避碰算法[J]. 控制与决策,2023,38(4):951-962.
ZHANG W L, SHAN L, CHANG L, et al. Distributed collision avoidance algorithm for multiple unmanned surface vessels based on improved DWA[J]. Control and Decision, 2023,38(4):951-962.

[16] 迟旭,李花,费继友. 基于改进 A* 算法与动态窗口法融合的机器人随机避障方法研究[J]. 仪器仪表学报,2021,42(3):132-140.
CHI X, LI H, FEI J Y. Research on robot random obstacle avoidance method based on fusion of improved A* algorithm and dynamic window method[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021,42(3):132-140.

[17] 张啸天,陈熙源. 基于 IRRT* 和 DWA 的无人艇混合路径规划方法[J]. 传感技术学报, 2022, 35(11):1469-1474.
ZHANG X T, CHEN X Y. Path planning method for unmanned surface vehicle based on IRRT* and DWA[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2022,35(11):1469-1474.

[18] 王彬,聂建军,李海洋,等. 优化 A* 与动态窗口法的移动机器人路径规划[J/OL]. 计算机集成制造系统:1-17[2023-04-23].
WANG B, NIE J J, LI H Y, et al. Based on optimized A* and dynamic window approach for mobile robot path planning. [J/OL]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 1-17[2023-04-23].

[19] 林慧斌,邓立发. 滚动轴承压缩故障信号的特征代理与凸优化重构算法[J]. 振动工程学报, 2022,35(2):434-445.
LIN H B, DENG L F. Feature proxy and convex optimization reconstruction algorithm for rolling bearing compression fault signal [J] Journal of Vibration Engineering,2022,35(2):434-445.

[20] 姜媛媛,余泳,时美乐,等. Bessel 函数测距模型的 RSSI 测距方法[J]. 传感技术学报, 2020,33(2):279-285.
JIANG Y Y, YU Y, SHI M L, et al. RSSI ranging method of bessel function ranging model[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2020,33(2):279-285.

[21] 张水平,张奇涵,王碧. 基于多任务学习多目标优化的稀土元素组分含量与浓度多维度软测量[J/OL]. 控制理论与应用:1-13[2023-04-23].
ZHANG SH P, ZHANG Q H, WANG B. Content and concentration of rare earth element components based on multi-task learning multi-objective optimization Multidimensional soft measurement[J]. Control Theory & Applications:1-13[2023-04-23].

## 作者简介

**韩晓庆**,现为安徽理工大学硕士研究生,主要研究方向为移动机器人路径规划。
E-mail: 2351806781@qq.com

**Han Xiaoqing** is a M. Sc. candidate at Anhui University of Science and Technology. Her main research interest includes mobile robot path planning.

**姜媛媛**(通信作者),2018 年于南京航空航天大学获得博士学位,现为安徽理工大学教授,主要研究方向为移动机器人路径规划。
E-mail: jyyll672@163.Com

**Jiang Yuanyuan**(Corresponding author) received her Ph. D. from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2018. Now she is a professor at Anhui University of Science and Technology. Her main research interest includes mobile robot path planning.

**刘延彬**,2011 年于哈尔滨工业大学得获博士学位,现为安徽理工大学副教授,主要研究方向为移动机器人路径规划。
E-mail: liuyanbin1974@126.com

**Liu Yanbin** received his Ph. D. from Harbin Institute of Technology in 2011. Now he is an associate professor at Anhui University of Science and Technology. His main research interest includes mobile robot path planning.