DOI: 10.13382/j.jemi.B2104471

基于 Huber 鲁棒估计的改进互补滤波姿态解算算法*

郭庆瑞[1] 章 政[1,2] 黄卫华[1,2] 李 磊[1]
(1. 武汉科技大学机器人与智能系统研究院 武汉 430000;2. 武汉科技大学信息科学与工程学院 武汉 430000)

摘 要:针对站球机器人在坡面运动过程中,由于系统振荡倾向性导致的姿态估计不准确以及在估计中存在噪声等问题,设计了一种基于 Huber 鲁棒估计的改进互补滤波姿态解算算法。首先,对站球机器人在斜坡上进行了动力学分析和运动性能分析。其次,利用 Huber 鲁棒估计抑制站球机器人在坡面运动过程中由于机身振荡所引入的干扰噪声,并改进互补滤波进行姿态解算。最后,为了减少磁力计输出不稳定对姿态解算的干扰,设计了一种数据平滑切换方法。实物实验结果表明,设计的基于 Huber 鲁棒估计的改进互补滤波姿态解算算法相比于互补滤波算法,对俯仰角、横滚角和偏航角的估计精度分别平均提高 19.21%、25.48%和 36.04%,该算法可以有效地抑制站球机器人在坡面运动过程中由于机身振荡引入的噪声,能够保证姿态解算的准确性和实时性。

关键词: 站球机器人;动力学模型;姿态解算;Huber 鲁棒估计;互补滤波
中图分类号: TP242 **文献标识码**: A **国家标准学科分类代码**: 510.40

Improved complementary filter attitude algorithm based on Huber robust estimation

Guo Qingrui[1] Zhang Zheng[1,2] Huang Weihua[1,2] Li Lei[1]
(1. Institute of Robotics and Intelligent Systems, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430000, China;
2. School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430000, China)

Abstract: Aiming at the problems of inaccurate attitude estimation and noise in the estimation of a standing ball robot during slope motion due to the system oscillation orientation, an improved complementary filtering algorithm based on Huber robust estimation is designed. Firstly, the dynamics and kinematic performance of the standing ball robot on the slope are analyzed. Secondly, Huber robust estimation is used to suppress the interference noise caused by the fuselage oscillation during the climbing process of the standing-ball robot, and complementary filtering is improved to solve the attitude. Finally, in order to reduce the interference of magnetometer output instability to attitude calculation, a data smooth switching method is designed. The experimental results show that compared with the complementary filtering algorithm, the proposed algorithm improves the estimation accuracy of pitch Angle, roll Angle and yaw Angle by 24.82%, 11.73% and 35.65%, respectively. The algorithm can effectively suppress the noise caused by the body oscillation during the sloping motion of the standing ball robot, and can ensure the accuracy and real-time performance of the attitude solution.

Keywords: Standing ball robot; dynamic model; attitude calculation; Huber robust estimation; complementary filtering

0 引 言

站球机器人(standing ball robot)是一类站立在圆球上实现自平衡的特种机器人,它通过机器人的全向轮驱动支撑球实现站球机器人的全向移动。站球机器人具有外观新颖、运动灵活且环境适应力强等特点,可用于灾难救援,星球探测等领域[1-2]。

由于站球机器人特殊的机械结构和行走方式,在全向运动过程中具有一定的振荡倾向性,需要不断调整自

收稿日期: 2021-06-28 Received Date: 2021-06-28
*基金项目:国家自然科学基金(61773298)、冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心开放基金(MADT201603)、武汉科技大学国防预研基金项目(GF201706)资助

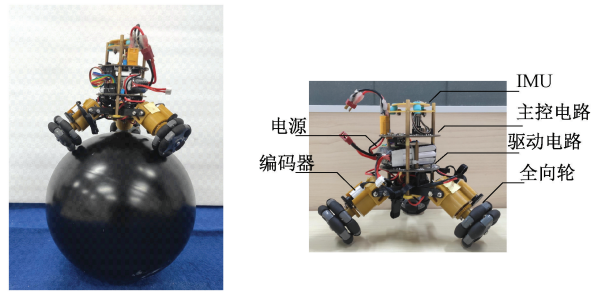
身的姿态以保持机身的平衡。因而,精确的姿态估计是实现站球机器人运动控制的前提和基础[3-10]。文献[11]设计了一种自适应互补滤波算法,解决了站球机器人在自平衡运动中的姿态解算实时性低的问题。文献[12]提出了一种用于低成本多传感器的快速互补滤波算法,提高了互补滤波算法的数据融合的速度,并解决磁力计失真等问题。文献[13]提出了一种基于平面移动的站球机器人的姿态估计和位置轨迹规划算法,利用安装在支撑球赤道位置的驱动滚轮与支撑球摩擦实现系统偏航角的控制。目前,关于站球机器人的研究主要是针对其在平面上的姿态控制问题。然而,站球机器人在实际运行过程中有可能会遇到具有一定角度的障碍物,其爬坡能力也是检验其运动性能的重要指标之一[14-15]。关于在坡面上站球机器人姿态解算和稳定运动控制问题的研究相对较少。

鉴于上述分析,针对坡面上站球机器人的姿态估计问题,本文设计了一种基于 Huber 鲁棒估计的改进互补滤波姿态解算算法。首先,利用 Huber 鲁棒估计有效地抑制站球机器人在爬坡过程中由于机身振荡产生的干扰噪声,解决系统振荡倾向性所导致的姿态估计不准确的问题;然后,将 Huber 鲁棒估计后的旋转矩阵引入互补滤波算法中,对陀螺仪、加速度计和磁力计的数据进行融合;同时,设计了一种数据平滑切换的方法减小磁力计输出波动对于姿态解算的影响。最后,基于所研制的站球机器人实验平台进行了实测实验。实验结果证明了本文所设计的算法可行性和有效性。

1 站球机器人结构设计及运动学分析

1.1 机器人结构设计

本文设计的站球机器人由机身和支撑球两部分组成,其机身硬件结构主要包括:主控电路模块、电机驱动模块、传感器模块和电机执行机构模块等,实物及机械结构图如图 1 所示。站球机器人的执行机构由直流电机驱动的 3 个全向轮组成,通过与下方支撑球的紧密贴合产生摩擦力,带动支撑球转动。3 个全向轮水平方向呈 120°分布,直流电机通过角度可调的电机支架固联在机器人底盘上,该电机支架通过角度调节可以使机器人适应不同尺寸的支撑球。底盘、驱动板、主控板和姿态传感器,从下到上依次用铜柱连接。为了降低机器人的重心,将航模电池放置在主控板和驱动板中间。其中主控芯片为 STM32F407VGT6,电机驱动芯片为 BTN7971B,传感器模块为带减震板的 IMU 捷联惯导测量单元,包括磁力计,加速度计以及可实现六轴姿态检测的陀螺仪。通过 IMU 获取机器人的姿态,姿态解算算法将机器人的准确姿态反馈给控制器,控制器控制 3 个全向轮通过摩擦力带动支撑球进行动态调整,从而实现站球机器人的自平衡和全向运动的控制。



(a) 实物图 (b) 结构图
(a) Physical picture (b) Structure picture

图 1 站球机器人

Fig. 1 Standing ball robot

1.2 坡面上站球机器人的运动学建模

1)坐标系建立

选取站球机器人在坡面底部出发点 O 为原点,竖直向上为 Z 轴的正方向,沿斜坡垂直于 Z 轴方向为 X 轴的正方向,沿斜坡底部垂直于 X 轴为 Y 轴,建立站球机器人在坡面的三维坐标系。基于牛顿欧拉法进行动力学建模。在三维空间中,站球机器人爬坡具有 5 个自由度,分别为沿 X 轴和 Y 轴平移,绕 X 轴、Y 轴和 Z 轴旋转。由于机器人的质量主要集中在 3 个全向轮和驱动电机上,同时为了使研究对象更加简洁,在建模过程中将 3 个全向轮和驱动电机简化为一个虚拟的驱动轮。

站球机器人各参数的定义如表 1 所示。

表 1 站球机器人参数定义

Table 1 Parameter definition of ball standing robot

参数	定义
R	支撑球半径
r	驱动轮半径
m_s	支撑球质量
m_w	驱动轮质量
m_b	机身质量
I_s	支撑球的转动惯量
I_b	机身的转动惯量
I_w	驱动轮的转动惯量
g	重力加速度
$\boldsymbol{\tau}$	驱动力矩

假设站球机器人在坡面上满足以下条件:

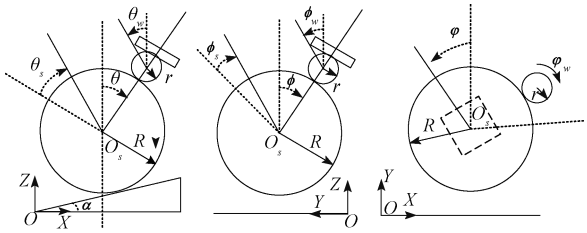
(1)站球机器人的各结构均为刚体;

(2)支撑球无自旋运动;

(3)支撑球与斜坡、驱动轮与支撑球之间无滑动。

为了降低站球机器人爬坡运动模型的复杂度,本文将站球机器人分别投影到 XOZ、YOZ 和 XOY 3 个平面上

进行动力学分析,如图 2 所示。



(a) *XOZ*平面　(b) *YOZ*平面　(c) *XOY*平面
(a) *XOZ* plane　(b) *YOZ* plane　(c) *XOY* plane

图 2　站球机器人平面投影图

Fig. 2　Plane projection of standing ball robot

图 2 中,α 为斜坡的角度,l 为斜坡长度。O_s 为支撑球的球心。ϕ_s、θ_s 分别为支撑球绕 X、Y 轴旋转的角度,ϕ、θ、φ 分别表示机身绕 X、Y 和 Z 轴旋转的角度,ϕ_w、θ_w 和 φ_w 分别代表驱动轮绕 X、Y 和 Z 轴旋转的角度。

当站球机器人在斜坡平面作纯滚动时,设在 XOZ 平面上支撑球、机身、驱动轮的坐标分别为 $(x_{s,xz},z_{s,xz})$,$(x_{b,xz},z_{b,xz})$,$(x_{w,xz},z_{w,xz})$,在 YOZ 平面上的坐标分别为 $(y_{s,yz},z_{s,yz})$,$(y_{b,yz},z_{b,yz})$,$(y_{w,yz},z_{w,yz})$,由于在 XOY 平面上支撑球没有运动,因此只需对机身和驱动轮建立坐标 $(x_{b,xy},y_{b,xy})$,$(x_{w,xy},y_{w,xy})$。上述坐标分别为:

$$\begin{cases} x_{s,xz} = \theta_s \cdot R \cdot \cos\alpha \\ z_{s,xz} = R + \theta_s \cdot R \cdot \sin\alpha \\ x_{b,xz} = x_{s,xz} + (R + r)\sin\theta \\ z_{b,xz} = z_{s,xz} + (R + r)\cos\theta \\ x_{w,xz} = x_{b,xz} \\ z_{w,xz} = z_{b,xz} \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} y_{s,yz} = \phi_s \cdot R \\ z_{s,yz} = R + \phi_s \cdot R \\ y_{b,yz} = y_{s,yz} + (R + r)\sin\phi \\ z_{b,yz} = z_{s,yz} + (R + r)\cos\phi \\ y_{w,yz} = y_{b,yz} \\ z_{w,yz} = z_{b,yz} \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} x_{b,xy} = (R + r)\cos\varphi \\ y_{b,xy} = (R + r)\sin\varphi \\ x_{w,xy} = x_{b,xy} \\ y_{w,xy} = y_{b,xy} \end{cases} \tag{3}$$

设站球机器人在 XOZ 平面,支撑球、机身和驱动轮的动能分别为 $T_{s,xz}$,$T_{b,xz}$ 和 $T_{w,xz}$,势能分别为 $V_{s,xz}$,$V_{b,xz}$,$V_{w,xz}$;在 YOZ 平面,支撑球、机身和驱动轮的动能分别为 $T_{s,yz}$,$T_{b,yz}$ 和 $T_{w,yz}$,势能分别为 $V_{s,yz}$,$V_{b,yz}$,$V_{w,yz}$;在 XOY 平面,机身和驱动轮的动能分别为 $T_{b,xy}$ 和 $T_{w,xy}$,势能均为 0,故势能忽略不计。设站球机器人在 XOZ、YOZ 和 XOY 平面的拉格朗日因子分别为 L_{xz},L_{yz},L_{xy},由动能和势能可得:

$$\begin{cases} L_{xz} = T_{s,xz} + T_{b,xz} + T_{w,xz} - V_{s,xz} - V_{b,xz} - V_{w,xz} \\ L_{yz} = T_{s,yz} + T_{b,yz} + T_{w,yz} - V_{s,yz} - V_{b,yz} - V_{w,yz} \\ L_{xy} = T_{b,xz} + T_{w,xz} \end{cases} \tag{4}$$

由于站球机器人只受到驱动轮力矩 τ 的作用,则系统在广义坐标系的广义力矩可表示为:

$$Q = \begin{bmatrix} \dfrac{R}{r}\tau & -\dfrac{R}{r}\tau \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

定义站球机器人在 XOZ、YOZ 和 XOY 平面的广义坐标系为:$q_{xz} = [\theta_s \quad \theta]^{\mathrm{T}}$、$q_{yz} = [\phi_s \quad \phi]^{\mathrm{T}}$ 和 $q_{xy} = [\varphi]$,将式(1)~(5)代入到拉格朗日方程中,则站球机器人在 XOZ、YOZ 和 XOY 平面的动力学模型分别为:

$$\begin{cases} (m_1R^2 + I_s)\ddot{\theta}_s + (m_2R(R + r)(\cos\alpha\cos\theta - \sin\alpha\sin\theta))\ddot{\theta} - \\ (m_2R(R + r)(\cos\alpha\sin\theta + \sin\alpha\cos\theta))\dot{\theta}^2 + m_1gR\sin\alpha = \dfrac{R}{r}\tau \\ (m_2R(R + r)(\cos\alpha\cos\theta - \sin\alpha\cos\theta))\ddot{\theta}_s + (m_2(R + r)^2 + I_b)\ddot{\theta} - \\ (m_2g(R + r)\sin\theta) = -\dfrac{R}{r}\tau \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} (m_1R^2 + I_s)\ddot{\phi}_s + (m_2R(R + r)(\cos\phi - \sin\phi))\ddot{\phi} - \\ (m_2R(R + r)(\sin\phi + \cos\phi))\dot{\phi}^2 + m_1gR = \dfrac{R}{r}\tau \\ (m_2R(R + r)(\cos\phi - \sin\phi))\ddot{\theta}_s + (m_2(R + r)^2 + I_b)\ddot{\phi} - \\ (m_2g(R + r)\sin\phi) = -\dfrac{R}{r}\tau \end{cases} \tag{7}$$

$$\left(I_m\left(\frac{R}{r}\right)^2 + m_w(R+r)^2 + I_b\right)\ddot{\varphi} = \tau \tag{8}$$

其中，$m_1 = m_w + m_s + m_b$，$m_2 = m_w + m_b$。

基于式(6)~(8)所示的站球机器人动力学模型可知：当站球机器人在坡面运动控制，其运动性能受到支撑球滚动的角度 ϕ_s、θ_s 和机器人机身的姿态角 ϕ、θ、φ 的影响，球体处于十分不稳定的状态。因此，需要将经过姿态解算后得到机器人的姿态角，以及通过编码器获取支撑球的旋转角引入到站球机器人的控制器中，由此提高站球机器人的姿态控制性能。

2）运动性能分析

以 *XOZ* 平面上的站球机器人为例，站球机器人沿坡面做直线运动，其受力分析如图3所示。

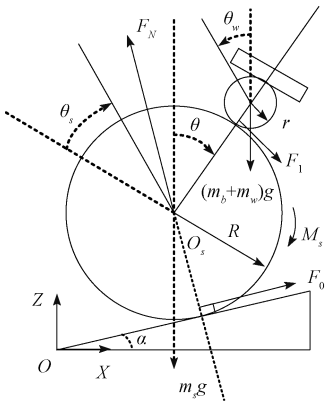


图3　站球机器人 *XOZ* 平面的受力分析

Fig. 3　Force analysis on *XOZ* plane of spherical standing robot

站球机器人受到的约束反力为斜面的支持力 F_N，支撑球和全向轮受到的静摩擦力分别为 F_0 和 F_1，全向轮的阻力矩 M_w、机身的阻力矩 M_b 和支撑球的滚动阻力矩 M_s，在斜面上驱动电机对全向轮施加一定的转动力矩 τ，当 τ 等于系统的滚动阻力矩时，整个系统保持静止状态；当 τ 大于系统的滚动阻力矩时，克服阻力矩使站球机器人支撑球开始滚动。M_w、M_b 和 M_s 分别为：

$$\begin{cases} M_w = I_w\ddot{\theta}_w \\ M_b = I_b\ddot{\theta} \\ M_s = I_s\ddot{\theta}_s \end{cases} \tag{9}$$

选取支撑球滚动的角度 θ_s，机身转过的角度 θ，全向轮转过的角度 θ_w 和支撑球垂直于斜面方向的位移 z_s 等4个参量作为广义坐标，根据虚功原理和虚位移原理，站球机器人的虚功方程为：

$$\begin{cases} F_0 \cdot R + M_s - \tau = 0 \\ M_b + \tau - (m_w + m_b)g(R+r)\cos\theta = 0 \\ F_1 \cdot r + M_w - \tau = 0 \\ -(m_w + m_b + m_s)g + F_N = 0 \end{cases} \tag{10}$$

站球机器人爬坡过程中仅有支撑球与斜坡，全向轮与支撑球产生摩擦，由于支撑球本身没有动力，系统的驱动力矩均由电机驱动全向轮提供，故需要将支撑球与斜坡之间的静摩擦力 F_0 等效到全向轮与支撑球相切的方向。由此可得，站球机器人爬坡过程中等效后的总的静摩擦力 F 为：

$$F = \frac{\tau - M_s}{R}\cos^{-1}\alpha \cdot \cos\theta + \frac{\tau - M_w}{r} \tag{11}$$

考虑到当站球机器人的全向轮与支撑球之间只存在静摩擦力时，机器人执行机构才能通过摩擦很好地驱动支撑球，而滑动摩擦对机器人的运动会造成严重干扰。因此，为了使站球机器人爬坡过程中保持纯滚动，避免产生滑动摩擦，需要计算静摩擦力的最大值，将支撑球与坡面，全向轮与支撑球之间产生的最大静摩擦力进行矢量叠加，可得等效的总最大静摩擦力 $F_{\max}$ 为：

$$F_{\max} = \mu_0 F_N \cos^{-1}\alpha \cdot \cos\theta + \mu_1(m_w + m_b)g\cos\theta \tag{12}$$

其中，μ_0 为支撑球与斜面之间的静摩擦因数，μ_1 为全向轮与支撑球之间的静摩擦系数。

经化简后，可得到站球机器人爬坡只保持纯滚动时，电机输出力矩 τ 的约束条件为：

$$\tau \leqslant \frac{F_{\max} \cdot R \cdot r + M_s \cdot r \cdot \cos^{-1}\alpha\cos\theta + M_w \cdot R}{(R + r\cos^{-1}\alpha\cos\theta)} \tag{13}$$

设站球机器人纯滚动条件下电机输出的最大理论力矩 $\tau_{\max}$。当站球机器人的电机转矩 $\tau > \tau_{\max}$ 时，机器人将会出现滑动摩擦，即出现振荡倾向；当 $\tau < \tau_{\max}$ 时，虽然能够消除滑动摩擦，但是转矩 τ 过小会导致机器人无法启动或者降低系统的响应速度。由式(6)~(8)所示的站球机器人的运动学模型分析可知，在爬坡过程中需要不断快速的调整自身姿态来保持平衡。因此，为了提高站球机器人姿态控制的响应速度，通常会给转矩 τ 一定的超调量，此时，站球机器人不能满足式(14)所示电机输出力矩 τ 的约束条件。此外，由于站球机器人的滑动摩擦会造成机身振荡并引入干扰噪声，从而影响站球机器人姿态解算的准确性。

2　站球机器人的姿态解算算法

本系统中，由电机的编码器输出支撑球滚动的角度，由陀螺仪、加速度计和磁力计共同实现机器人机身姿态角的测量，选择具有算法简单、运算速度快速等优点的互补滤波算法实现站球机器人的姿态解算。然而，当站球机器人在启动和爬坡运动过程中，驱动轮滑动摩擦会引入干扰噪声，互补滤波算法难以有效抑制由于滑动摩擦造成机身振荡所引入的噪声。考虑到 Huber 鲁棒估计具有很强的抗干扰能力，本文将 Huber 鲁棒估计引入坡面

上站球机器人的姿态估计算法中，设计了一种基于 Huber 鲁棒估计的改进互补滤波算法，其算法结构如图 4 所示。利用 Huber 鲁棒估计有效抑制支撑球与全向轮之间由于滑动摩擦引起的干扰噪声，在保证姿态估计实时性的基础上，提高站球机器人姿态解算的精度。

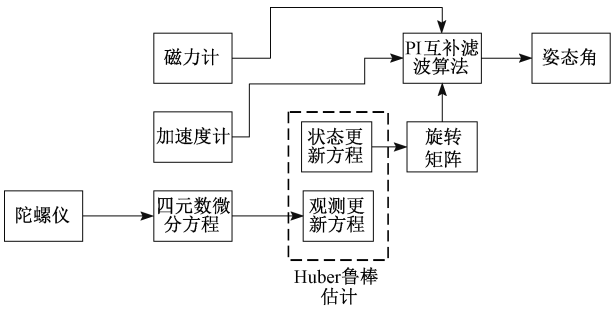


图 4　姿态解算算法结构

Fig. 4　Structure block diagram of attitude calculation algorithm

首先，陀螺仪的输出经过四元数微分方程的计算得到原始四元数，将该原始四元数作为 Huber 鲁棒估计观测方程中的输入值；然后，通过 Huber 鲁棒估计不断迭代抑制干扰噪声，输出估计四元数，并根据估计四元数更新旋转矩阵；最后，更新后的旋转矩阵引入互补滤波算法中，对陀螺仪、加速度计和磁力计的数据进行融合，由此得到坡面上站球机器人的姿态角。

2.1　基于四元数的姿态解算

建立站球机器人的惯性坐标系如图 5 所示，设导航坐标系（n 系）为 $O_nX_nY_nZ_n$，其方向为“东北天”，载体坐标系（b 系）$O_bX_bY_bZ_b$ 为右手笛卡尔坐标系。

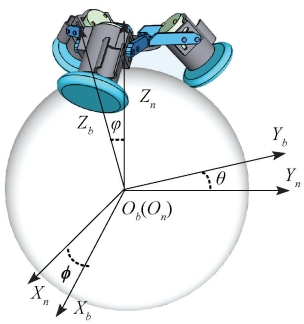


图 5　站球机器人坐标系示意图

Fig. 5　Coordinate system diagram of standing ball robot

站球机器人在坡面上运动过程中，导航坐标系（n 系）不变，载体坐标系（b 系）相对于导航坐标系进过一次或者数次旋转后得到新的坐标系，n 系到 b 系之间可以用旋转矩阵 $\boldsymbol{C}_b^n$ 来进行变换。本文利用四元数 q 来进行姿态解算，其中，$q=[q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]$ 用四元数来表征的旋转矩阵 $\boldsymbol{C}_b^n$：

$$\boldsymbol{C}_b^n = \begin{bmatrix} q_0^2+q_1^2-q_2^2-q_3^2 & 2(q_1q_2-q_0q_3) & 2(q_1q_3+q_0q_2) \\ 2(q_1q_2+q_0q_3) & q_0^2-q_1^2+q_2^2-q_3^2 & 2(q_2q_3-q_0q_1) \\ 2(q_1q_3-q_0q_2) & 2(q_2q_3+q_0q_1) & q_0^2-q_1^2-q_2^2+q_3^2 \end{bmatrix} \tag{14}$$

站球机器人的四元数微分方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -\omega_x^b & -\omega_y^b & -\omega_z^b \\ \omega_x^b & 0 & \omega_z^b & -\omega_y^b \\ \omega_y^b & -\omega_z^b & 0 & \omega_x^b \\ \omega_z^b & \omega_y^b & -\omega_x^b & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \tag{15}$$

其中，ω_x^b、ω_y^b、ω_z^b 分别为 b 系坐标系下陀螺仪的三轴输出。根据四元数微分方程可得，站球机器人的姿态角分别为：

$$\begin{cases} \phi = \arctan\dfrac{2(q_2q_3-q_0q_1)}{q_0^2-q_1^2-q_2^2+q_3^2} \\ \theta = \arctan 2(q_0q_2+q_1q_3) \\ \varphi = \arctan\dfrac{2(q_1q_2-q_0q_3)}{q_0^2+q_1^2-q_2^2-q_3^2} \end{cases} \tag{16}$$

2.2　基于 Huber 鲁棒估计的改进互补滤波姿态解算

1）Huber 鲁棒估计

Huber 鲁棒估计通过迭代计算不断缩小估计值和真实值之间的误差，从而达到抑制噪声的目的。为了提高姿态解算算法的运行速度，将带有观测噪声 v_k 的误差四元数 y_k 作为四元数状态模型的观测值。设 x_k 为 k 时刻 Huber 鲁棒估计的四元数估计值，ω_k 为 k 时刻三轴陀螺仪输出值，ω_{k-1} 为 $k-1$ 时刻三轴陀螺仪输出值，相邻两次陀螺仪测量值的差值为 $\Delta\omega$，w_k 和 v_k 分别为 k 时刻系统的过程噪声和测量噪声。经过四元数微分方程计算出误差四元数 $f(\Delta\omega)$，则站球机器人四元数状态模型为：

$$x_k = x_{k-1} + y_k + w_k \tag{17}$$

$$y_k = f(\Delta\omega)x_k + v_k \tag{18}$$

在 $k+1$ 时刻的状态估计误差协方差为：

$$\bar{P}_{k+1} = \bar{P}_k + Q_k \tag{19}$$

其中，Q_k、R_k，分别为过程噪声 w_k 和测量噪声 v_k 的协方差。

设四元数预测误差为 $\sigma_k = x_k - \bar{x}_k$，则在四元数的预测值可写为 $\bar{x}_k = x_k - \sigma_k$。构造关于站球机器人姿态估计四元数的线性回归方程：

$$\begin{bmatrix} y_k \\ \bar{x}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(\Delta\omega) \\ I \end{bmatrix}x_k + \begin{bmatrix} v_k \\ -\sigma_k \end{bmatrix} \tag{20}$$

为了进一步简化计算步骤，定义协方差矩阵 $\boldsymbol{S}_k$、估计四元数矩阵 $\boldsymbol{Z}_k$、系数矩阵 $\boldsymbol{M}_k$ 和迭代残差矩阵 $\boldsymbol{V}_k$ 分别为：

$$\boldsymbol{S}_k = \begin{bmatrix} R_k & 0 \\ 0 & \bar{P}_k \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{Z}_k = \boldsymbol{S}_k^{-1/2} \begin{bmatrix} y_k \\ \bar{x}_k \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$\boldsymbol{M}_k = \boldsymbol{S}_k^{-1/2} \begin{bmatrix} f(\Delta\omega) \\ I \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{V}_k = \boldsymbol{S}_k^{-1/2} \begin{bmatrix} v_k \\ -\sigma_k \end{bmatrix} \tag{24}$$

将式(21)~(24)代入式(20),则有:

$$\boldsymbol{Z}_k = \boldsymbol{M}_k x_k + \boldsymbol{V}_k \tag{25}$$

则状态估计误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_k$ 为:

$$\boldsymbol{P}_k = (\boldsymbol{M}_k^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{M}_k)^{-1} \tag{26}$$

设迭代残差向量 $\boldsymbol{V}_k$,则有:

$$\boldsymbol{V}_k = \boldsymbol{M}_k x_k - \boldsymbol{Z}_k \tag{27}$$

$\boldsymbol{V}_k$ 的重加权矩阵为:

$$\boldsymbol{\eta}_k = diag[\eta_k^1, \eta_k^2, \eta_k^3, \cdots, \eta_k^N] \tag{28}$$

则 $\boldsymbol{N}$ 维重加权矩阵 $\boldsymbol{\eta}_k$ 的约束条件为:

$$\eta_k^i = \begin{cases} 1 & |V_k^i| < \gamma \\ \gamma / |V_k^i| & |V_k^i| \geqslant \gamma \end{cases} \tag{29}$$

其中,V_k^i 是残差的第 i 个元素,其中 γ 为调整参数取。则四元数状态方程 x_k 可表示为:

$$x_k = (\boldsymbol{M}_k^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{M}_k)^{-1} \boldsymbol{M}_k^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{Z}_k \tag{30}$$

通过不断地迭代使残差向量 $\boldsymbol{V}_k$ 减小,可得到 Huber 鲁棒估计后的四元数 x_k。将 x_k 代入式(14)更新基于四元数 n 系到 b 系的旋转矩阵 $\boldsymbol{C}_b^n$。

2)改进的互补滤波算法

定义重力加速度在 n 系下的参考矢量为 $\boldsymbol{g}^n = [0 \quad 0 \quad 1]$,计算可以得到 b 系下的重力加速度矩阵 $\boldsymbol{g}^b$,再将 $\boldsymbol{g}^b$ 与加速度计测得 b 系下的单位加速度向量 $\boldsymbol{a}^b$ 做叉乘运算,得到加速度误差补偿量 e_a。设 n 系下的磁场参考矢量为 $\boldsymbol{h}^n = [h_x \quad 0 \quad h_z]$,其中 $|h_x| = |h_z| = 1$,则 n 系下磁场相对于重力加速度的偏差的绝对值为:

$$h_e^n = \left| [0 \quad 0 \quad 1] \times [h_x \quad 0 \quad h_z] \right| = [0 \quad 1 \quad 0] \tag{31}$$

则磁场参考矢量在载体坐标系 b 系中的投影为 h^b,再将 h^b 与磁力计测得 b 系下的单位磁场强度 m^b 做叉乘运算,得到磁力计的误差补偿量 e_m。

3)磁力计数据平滑切换处理

磁力计通过感知地球磁场的存在来计算磁北极的方向,磁力计对于磁场变化非常敏感,很容易受到环境中电子设备的干扰,其本身的抗干扰能力也很弱。在互补滤波中,当磁力计的输出数据波动过大时,通常将磁力计的数据忽略不计,仅通过陀螺仪和加速度计的数据融合获取,但是,这样会导致对于偏航角存在误差。鉴于此,本文设计了一种磁力计数据平滑切换方法。

设在磁场稳定的状态下测定当地磁场的参考值 $m_{ref.x}$、$m_{ref.y}$、$m_{ref.z}$,则有:

$$\begin{cases} m_{ref.x} = (m_{x.1} + \cdots + m_{x.\rho})/\rho \\ m_{ref.y} = (m_{y.1} + \cdots + m_{y.\rho})/\rho \\ m_{ref.z} = (m_{z.1} + \cdots + m_{z.\rho})/\rho \end{cases} \tag{32}$$

其中,$m_{x.\rho}$、$m_{y.\rho}$、$m_{z.\rho}$ 分别为稳定状态下的三轴磁力计输出,由此可得到磁场强度参考值 $\bar{M}$ 为:

$$\bar{M} = \sqrt{(m_{ref.x})^2 + (m_{ref.y})^2 + (m_{ref.z})^2} \tag{33}$$

站球机器人爬坡运动过程中每次磁力计测得地磁场强度 M 为:

$$M = \sqrt{(m_x)^2 + (m_y)^2 + (m_z)^2} \tag{34}$$

以 $\bar{M}$ 作为参考值,当磁力计测得地磁场强度 M 越偏离参考值时,说明站球机器人周围磁场的波动越大。

为了估计磁力计测量值的偏离程度,引入方差 ξ^2,磁力计每测量 ρ 次磁场强度,就进行一次偏离判断,从而避免磁干扰对姿态估计的影响。

$$\xi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\rho} (M_i - \bar{M})^2}{\rho} \tag{35}$$

定义选择互补滤波的权值 λ 为:

$$\begin{cases} \lambda = 0.000\,1 & \xi^2 > \beta \\ \lambda = 0.05(1 - \xi^2) & 0 \leqslant \xi^2 < \beta \end{cases} \tag{36}$$

其中,β 为互补滤波的权值 λ 的切换系数。

融合速度误差补偿量 e_a 和磁力计的误差补偿量 e_m 可以得到磁力计输出的向量积误差和加速度计向量积误差的融合公式为:

$$e = \lambda e_m + (1 - \lambda) e_a \tag{37}$$

利用 PI 控制器消除向量积误差,得到角速度积分的补偿量 $\Delta\omega_b^n$ 为:

$$\Delta\omega_b^n = k_p e + k_I \int_0^t e \mathrm{d}t \tag{38}$$

其中,e 为根据式(37)计算得到。

修正后的陀螺仪输出 $\Delta\omega_b^n$ 代入式(15)得到经过多传感器数据融合后的 k 时刻姿态四元数 q_k,最后通过式(16)得到当前站球机器人的姿态角 ϕ、θ 和 φ。

3 实验与结果分析

本文搭建了如图 6 所示的站球机器人实物实验平台,斜坡的角度 α=5°,斜坡长度 l=2.5 m。实验中,为了保证站球机器人姿态解算的实时性和鲁棒性,Huber 鲁棒估计中式(30)中的调整参数通常取 γ = 1.345。取站球机器人静置时磁力计的 50 次采样值为磁场强度参考值,即式(33)中 ρ = 50。改进互补滤波权值 λ 的切换系

数 $\beta = 0.3$。通过工程整定的方法确定式(38)中 PI 控制器中的 $k_p = 11.6$, $k_i = 0.05$。通过串口将机器人的实时姿态数据传输到上位机。本文设计了两组对照实验,包括站球机器人坡面自平衡实验和爬坡实验。

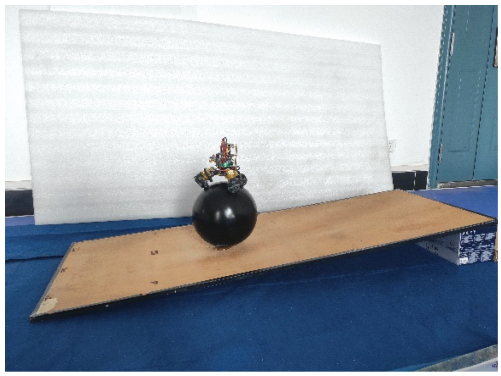


图 6　站球机器人爬坡实物图

Fig. 6　Climbing object map of standing ball robot

3.1　机器人坡面自平衡实验

本实验验证文中所提算法在站球机器人坡面自平衡运动中的性能,读取 60 s 内站球机器人的惯导系统的输出,对比本文设计的基于 Huber 鲁棒估计的改进互补滤波姿态解算算法(improved complementary filter based on Huber robust estimation, ICF-HRE)与互补滤波算法(complementary filter, CF),在俯仰角、横滚角和偏航角等 3 个角度输出的数据,实验结果如图 7 所示。

由图 7 可以看出,在坡面自平衡实验中,站球机器人姿态解算受到强烈的干扰噪声的影响,经过本文算法(ICF-HRE)和互补滤波算法(CF)分别处理后的坡面自平衡实验姿态解算均方根误差如表 2 所示。

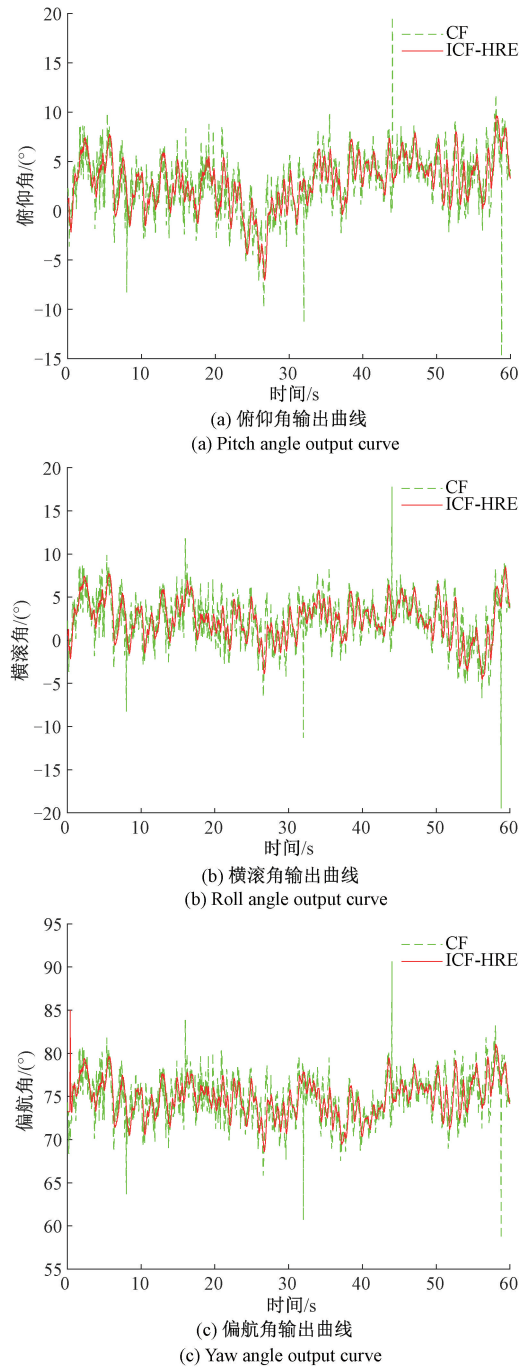
表 2　坡面自平衡实验姿态均方根误差

Table 2　Root mean square error of attitude in slope self balancing experiment

均方根误差	CF	ICF-HRE
俯仰角/(°)	0.742 1	0.593 3
横滚角/(°)	0.677 2	0.528 1
偏航角/(°)	0.639 5	0.370 2

由表 2 可知,本文算法(ICF-HRE)相较于互补滤波算法(CF),对俯仰角的估计精度提高了 20.05%,对横滚角的估计精度提高了 22.02%,其中对于偏航角估计精度提升最高,达到了 42.11%,由于互补滤波无法有效抑制站球机器人坡面自平衡过程中的干扰噪声,导致互补滤波的姿态估计精度较低,而本文算法(ICF-HRE)具有较强的抗扰性和鲁棒性,故能有效应对干扰噪声的影响。

综上,本文算法(ICF-HRE)和互补滤波算法(CF)相比,本文算法(ICF-HRE)在站球机器人坡面自平衡中的姿态估计精度更高,效果更好。



(a) 俯仰角输出曲线

(a) Pitch angle output curve

(b) 横滚角输出曲线

(b) Roll angle output curve

(c) 偏航角输出曲线

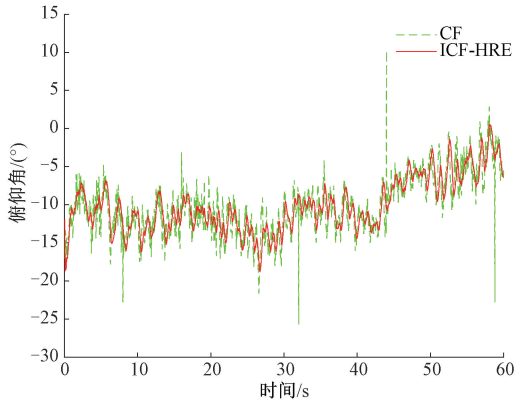
(c) Yaw angle output curve

图 7　坡面自平衡实验姿态角输出

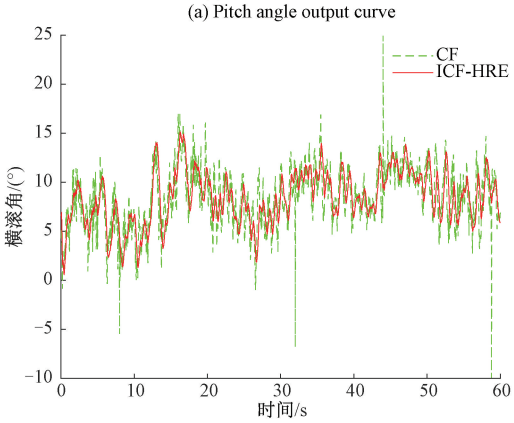
Fig. 7　Attitude angle output of slope self balance experiment

3.2　机器人坡面动态实验

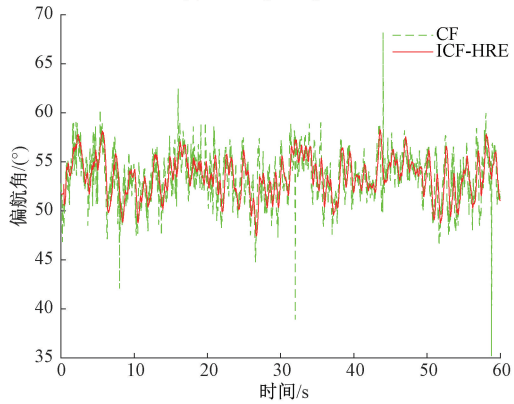
本实验验证本文算法(ICF-HRE)在站球机器人在爬坡过程中的性能,控制站球机器人通过坡度为 5°的斜坡,采集了 3 个姿态角 60 s 的实测数据,实验结果如图 8 所示。



(a) 俯仰角输出曲线
(a) Pitch angle output curve



(b) 横滚角输出曲线
(b) Roll angle output curve



(c) 偏航角输出曲线
(c)Yaw angle output curve

图 8　爬坡实验姿态角输出

Fig. 8　Attitude angle output of climbing experiment

如图 8 所示,站球机器人在爬坡过程姿态解算同样受到干扰噪声的影响,两个算法的均方根误差对比如表 3 所示。

由表 3 可看出,本文算法(ICF-HRE)在站球机器人的爬坡实验中,其姿态解算的精度高于互补滤波算法(CF)。在爬坡过程中,站球机器人由于滑动摩擦引起的干扰噪声更加频繁,互补滤波算法(CF)无法有效抑制干扰噪声,导致姿态解算精度下降,相较于互补滤波算法,

表 3　爬坡实验姿态均方根误差

Table 3　Root mean square error of attitude in climbing experiment

均方根误差	CF	ICF-HRE
俯仰角/(°)	0.958 4	0.782 2
横滚角/(°)	0.763 2	0.542 4
偏航角/(°)	0.871 7	0.610 5

本文算法(ICF-HRE)在站球机器人爬坡过程中仍能够有效抑制干扰噪声,其对于俯仰角的估计精度比互补滤波高 18.38%,对于横滚角和偏航角的估计精度分别比互补滤波高 28.93%和 29.96%。其中,站球机器人坡面自平衡实验和爬坡实验的姿态角输出曲线相似,这是因为坡面自平衡并非静止的,而是机器人不断地进行动态调整。两个实验的数据都会在某个角度范围内波动,坡面自平衡实验和爬坡实验的角度输出其实并不相同。

综上所述,本文算法(ICF-HRE)能够在站球机器人爬坡运动过程中有效抑制干扰噪声,提高姿态解算的精度。

4　结　论

针对坡面上站球机器人自平衡和运动过程中的姿态估计问题,本文设计了一种基于 Huber 鲁棒估计的改进互补滤波姿态解算算法;同时,为了有效应对磁力计输出波动对于姿态解算的影响,在姿态解算过程中加入了一种磁力计数据平滑切换方法。实验结果表明,本文设计的姿态解算方法能够有效抑制站球机器人坡面自平衡和爬坡过程中由于滑动摩擦产生的干扰噪声,相比于互补滤波算法,其姿态解算精度更高,同时本文设计的数据平滑切换方法能够有效地减少磁干扰对于姿态解算的影响。

参考文献

[1] 战强,李伟. 球形移动机器人的研究进展与发展趋势[J]. 机械工程学报,2019,55(9):1-17.
ZHAN Q, LI W. Research progress and development trend of spherical mobile robot [J]. Journal of Mechanical Engineering,2019,55(9):1-17.

[2] 刘飞飞,刘龙细,高堂盼. 单球自平衡移动机器人系统建模与自平衡控制[J]. 机械设计与研究,2017,33(3):40-44.
LIU F F, LIU L X, GAO T P. System modeling and self balancing control of single ball self balancing mobile robot[J]. Mechanical Design and Research,2017,33(3):40-44.

[3] 余义,章政. 单球驱动自平衡机器人的互补滤波姿态解算[J]. 计算机工程与设计,2019, 40(4):76-82.
YU Y, ZHANG ZH. Attitude calculation of self balancing robot driven by single ball by complementary filtering[J].

Computer Engineering and Design,2019, 40(4):76-82.

[4] JIN W,ZHOU Z,CHEN J,et al. Fast complementary filter for attitude estimation using low-cost MARG sensors[J]. IEEE Sensors Journal,2016,16(18):6997-7007.

[5] NAGARAJAN U, KIM B, HOLLIS R. Planning in high-dimensional shape space for a single-wheeled balancing mobile robot with arms[C]. 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2012: 130-135.

[6] 储开斌,赵爽,冯成涛. 基于 Mahony-EKF 的无人机姿态解算算法[J]. 电子测量与仪器学报,2020,34(12):12-18.
CHU K B, ZHAO SH, FENG CH T. UAV attitude algorithm based on Mahony EKF [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(12):12-18.

[7] TAKAHASHI N S, SANTANA T, JR F G, et al. Accelerometer and magnetometer auto-calibration algorithm for attitude determination [J]. Journal of Aerospace Engineering Sciences and Applications,2010, 2(3):11.

[8] BROWN H B, XU Y. A single wheel, gyroscopically stabilized robot[C]. Robotics & Automation Magazine. IEEE,1997:39-44.

[9] 刘飞飞,刘龙细,高堂盼. 单球自平衡移动机器人系统建模与自平衡控制[J]. 机械设计与研究,2017,33(3):40-44,49.
LIU F F, LIU L X,GAO T P. System modeling and self-balancing control of a single-ball self-balancing mobile robot[J]. Machine Design & Research,2017,33(3):40-44,49.

[10] KUMAGAI M. Development of a ball drive unit using partially sliding rollers—An alternative mechanism for semi-omnidirectional motion—[C]. 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2010: 3352-3357.

[11] 韩孝天,万旺根. 基于 MSP 的多人姿态估计算法[J]. 电子测量技术,2019,42(19):79-84.
HAN X T,WAN W G. Multi person attitude estimation algorithm based on MSP[J]. Electronic Measurement Technology,2019,42(19):79-84.

[12] 卢艳军,陈雨荻,张晓东,等. 基于扩展 Kalman 滤波的姿态信息融合方法研究[J]. 仪器仪表学报,2020,41(9):281-288.
LU Y J,CHEN Y D,ZHANG X D,et al. Research on attitude information fusion method based on extended Kalman filter [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2020,41(9):281-288.

[13] 李璜等,马文博,李璐. 互补滤波在低成本四旋翼姿态解算中的应用[J]. 国外电子测量技术,2019,38(11):157-162.
LI H CH,MA W B,LI L. Application of complementary filtering in low cost quadrotor attitude calculation[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2019, 38(11):157-162.

[14] 班朝,任国营,王斌锐,等. 基于 IMU 的机器人姿态自适应 EKF 测量算法研究[J]. 仪器仪表学报,2020,41(2):33-39.
BAN CH,REN G Y,WANG B R,et al. Research on robot attitude adaptive EKF measurement algorithm based on IMU[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020,41(2):33-39.

[15] 李征,房宏才,柯熙政,等. 滑动平均法在 MEMS 陀螺信号趋势项提取中的应用[J]. 电子测量与仪器学报,2019,33(7):43-49.
LI ZH, FANG H C, KE X ZH, et al. Application of moving average method in MEMS gyroscope signal trend term extraction[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation,2019,33(7):43-49.

作者简介

郭庆瑞(通信作者),2019 年于山东英才学院获得学士学位,现为武汉科技大学硕士研究生,主要研究方向为多传感器数据融合及机器人运动控制。
E-mail: 15098925235@163.com

Guo Qingrui (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Shandong Yingcai College in 2019. Now he is a M. Sc. candidate at Wuhan University of Science and Technology. His main research interests include multi-sensor data fusion and robot motion control.