20100000077012 12 王雪琼. fbd
第 34 卷 第 10 期 电子测量与仪器学报 *Vol.* 34 *No.* 10
2020 年 10 月 *JOURNAL OF ELECTRONIC MEASUREMENT AND INSTRUMENTATION* · 94 ·

DOI: 10.13382/j.jemi.B2003014

动态压缩感知理论研究综述*

王雪琼 郭静波

（清华大学 电机工程与应用电子技术系 北京 100083）

摘 要:动态压缩感知是静态传统压缩感知向动态信号的拓展,广泛应用于医学上的磁感应成像和目标追踪等领域。由于工程中的动态信号在某一转换基下具有随时间缓慢变化的稀疏特性,因而可以运用欠定的测量矩阵对其进行压缩。动态压缩感知理论主要包括动态信号的稀疏表示、动态压缩测量过程和动态信号的重构 3 个方面的研究内容。全面综述动态压缩感知的基本概念,归纳总结现有动态压缩感知理论中对动态信号的建模方法;对已有的动态信号重构算法进行了归类,并详述了各类算法的计算思路;最后介绍了动态压缩感知的典型应用,并对动态压缩感知信号重构算法的研究前景进行了探讨。

关键词: 动态压缩感知;稀疏重构;贝叶斯推断;最小二乘

中图分类号: TN0;TP30 **文献标识码**: A **国家标准学科分类代码**: 510.40

Review of theoretical research on dynamic compressive sensing

Wang Xueqiong Guo Jingbo

(Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100083, China)

Abstract: Dynamic compressive sensing is an extension of traditional static compressive sensing to dynamic signals, which has a wide application in MRI, video compressive sensing and target tracking. Since dynamic signals are usually sparse in some transformed matrices and change slowly with time varying, an underdetermined measurement matrix can be used to compress the signals. The research of dynamic compressive sensing mainly focuses on three parts: Sparse representation of dynamic signals, dynamic compressive measurement, and reconstruction of dynamic signals. A comprehensive survey about dynamic compressive sensing is given in this article. At first, the basic concept of dynamic compressed sensing is introduced, which includes several mathematic models of dynamic signals, sparse dictionary learning algorithms and methods of adaptive measurement. Secondly, we classify the reconstruction algorithms into two main parts: Least square based algorithms and Bayesian algorithms, and we also introduce some representative algorithms in detail from each part. Finally, several applications of dynamic compressed sensing are introduced, and we provide a reference for further investigation on reconstruction algorithms.

Keywords: dynamic compressive sensing; sparsity reconstruction; Bayesian inference; least square algorithm.

0 引 言

压缩感知(compressive sensing, CS)理论是一套在采样过程中实现数据压缩的全新信号处理框架,最早由 Candes 等提出,经过十几年的发展,如今已广泛应用于医学成像和图像视频处理等领域。压缩感知直接用低秩的测量矩阵对稀疏或在某一转换基下稀疏的信号进行压缩处理,以此避开奈奎斯特采样定理对采样频率的高要求。传统的压缩感知理论信号的稀疏表示、测量矩阵的构造以及稀疏重构 3 个部分,主要应用于处理不随时间发生变化的静态信号。然而在工程实际中,待处理的信号往往是随时间而变的动态信号,它们在时间维度和空间维度上都具有一定的结构特性[6]。传统的压缩感知方法在处理这类信号时机械地将动态信号分割成静态信号,该方法忽略了信号在时间维度上的结构特性,也无法满足

收稿日期: 2020-03-19 Received Date: 2020-03-19

*基金项目:国家自然科学基金(51677094)资助项目

工程实际中对动态信号进行实时处理的要求[7]。在此情形下,许多学者开始研究适用于动态信号处理的压缩感知方法,并涌现了大批研究成果,逐渐形成了动态压缩感知理论(dynamic compressive sensing, DCS)框架。

与传统压缩感知理论相对应,动态压缩感知也包含动态信号的稀疏表示、动态压缩测量矩阵的构造以及动态信号的稀疏重构。由于传统压缩感知中的常用的稀疏字典如高斯随机测量矩阵、离散余弦变换(discrete cosine transform, DCT)等通常也可用于动态压缩感知的稀疏表示中,因而众多的研究都集中于动态压缩测量过程以及动态信号的恢复上。Candes[8]等通过研究表明,相比于传统压缩测量矩阵需要满足的受限等距准则(restricted isometry property, RIP),动态信号的压缩测量矩阵只需要满足 Dynamic-RIP 准则,该准则不要求测量矩阵列与列之间的互不相干性,因而约束性更弱。Carmi[9]提出的压缩自回归(compressive AR)算法则进一步突破了 D-RIP 准则的限制,从信息论的角度探讨无失真重构的条件,将动态压缩测量的应用范围扩展到了测量矩阵列强相关的情况。在动态信号重构算法的研究中,Vaswani 等[10]提出的卡尔曼滤波压缩感知(Kalman filtered compressed sensing, KF-CS)算法将自适应滤波的思想引入到动态压缩感知领域,并由此衍生出了最小二乘压缩感知(least square compressive sensing, LS-CS)[11]、修正压缩感知[13]和正则化修正压缩感知[14]等重构算法。Asif[15]等运用同伦(Homotopy)思想对传统压缩感知中的 ℓ_1 最小化方法进行了优化,提出了动态 ℓ_1 更新方法,用于处理流信号与视频信号的重构。Ji 等[17]提出的贝叶斯压缩感知(Bayesian compressive sensing, BCS)采用统计学习中的稀疏贝叶斯学习方法进行信号重构,为统计信号处理方法在动态压缩感知中的应用奠定了基础。

1 动态压缩感知理论

传统的静态压缩感知可以表示成如式(1)所示。

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\alpha} \\ &\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha} \end{aligned} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^{N\times 1}$ 表示原始信号,也叫状态变量;$\boldsymbol{\psi}$ 表示稀疏基;$\boldsymbol{\alpha}$ 表示稀疏因子;$\boldsymbol{\Phi} \in \boldsymbol{R}^{M\times N}$ 表示压缩测量矩阵;$\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R}^{N\times 1}$ 表示测量向量。静态压缩感知要求压缩测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 是一个满足(RIP)的扁矩阵,即 $M \ll N$。假设信号的长度为 N、稀疏度为 S,那么当测量数 M 满足 $M \geqslant S\log_2(N/S)$ 时,稀疏信号就能以极大概率得到精确重构。动态压缩感知处理的是时变的动态信号,在式(1)的基础上加入了表征相邻时刻状态变量随时间演变的状态方程。假设 x_t 是经过某一稀疏矩阵投射后的稀疏信号,则动态压缩感知模型通常表示为状态空间方程:

$$\boldsymbol{x}_t = f_t(\boldsymbol{x}_{t-1}) + \boldsymbol{v}_t \tag{2}$$

$$\boldsymbol{y}_t = \boldsymbol{A}_t\boldsymbol{x}_t + \boldsymbol{w}_t \tag{3}$$

式(2)为动态系统的状态方程,其中,f_t 表示状态转移函数,$\boldsymbol{v}_t$ 表示过程噪声;式(3)为观测方程,其中 $\boldsymbol{A}_t$ 表示观测矩阵,$\boldsymbol{w}_t$ 表示观测噪声。在线性动态系统中,通常假设过程噪声 $\boldsymbol{v}_t$ 和观测噪声 $\boldsymbol{w}_t$ 为均值为 0 的高斯白噪声,状态转移函数也表示成线性形式[11],此模型广泛应用于早期的动态压缩感知研究中。但随着动态信号处理领域的不断拓展,用线性方程来表征状态变量已不能满足工程实际的要求,各国学者尝试使用一阶自回归模型[9]、随机过程中的概率模型[17]等来模拟 x_t 随时间的演化,达到了优于线性动态模型的信号重构效果。动态压缩感知中的观测矩阵 $\boldsymbol{A}_t$ 是稀疏矩阵 $\boldsymbol{\psi}_t$ 与压缩测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_t$ 的乘积,对于稀疏矩阵 $\boldsymbol{\psi}_t$ 的选择有确定性字典矩阵和自适应学习的字典矩阵两种;压缩测量矩阵的构造则根据 $\boldsymbol{\Phi}_t$ 是否随动态信号变化分为自适应压缩测量和非自适应压缩测量。

1.1 建立状态变量模型

$\{\boldsymbol{x}_t^{(i)}\}_{i=1}^{N}$ 表示一 N 维动态信号,当其维数时,x_t 表示时刻 t 时的信号本身,如视频信号中的一帧;当维数 $N=1$ 时,对应的信号称为流信号,通常需要对流信号在时间尺度上进行分割,若将 N 个时间点分割成一块,那么在此情形下 $\{x_t^{(i)}\}_{i=1}^{N}$ 表示时间块 t 上的 N 维信号。文献[24]介绍了基于重叠正交变换的时间块分割方式,并阐述了该方式下的稀疏表示与压缩测量方法,具体方法如图 1 所示,图 1(a)表示动态信号的稀疏表示过程,图 1(b)表示动态压缩测量过程。

促进稀疏特性和模拟随时间演化的规律是对动态信号进行建模的关键,其中稀疏性作为压缩感知的理论基础,在稀疏重构中常作为信号的先验信息;动态信号随时间的演化规律是动态压缩感知区别于传统压缩感知的关键,往往作为重构算法更新迭代的依据。对动态信号的刻画可以分为确定性模型和概率模型 2 种。

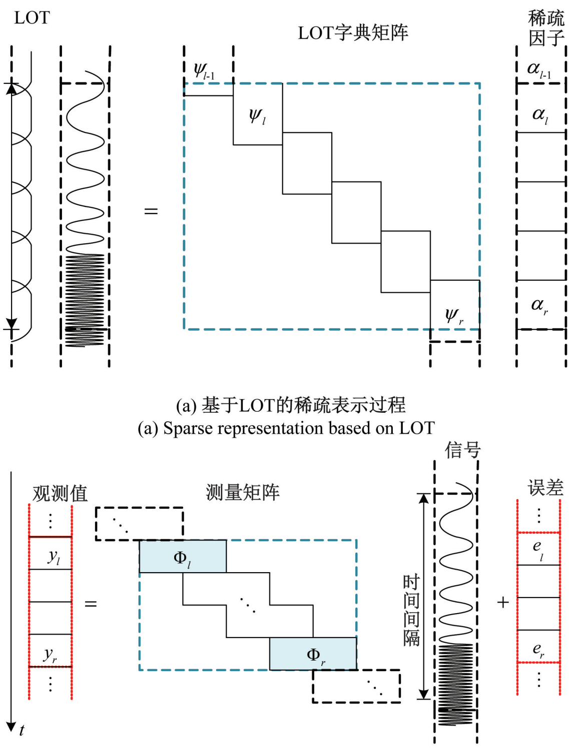
1)确定性模型

确定性模型采用确定的向量来模拟信号,通常将对状态变量的重构过程转化成求解传统优问题的解向量。Vaswani 等[11]提出元素幅值缓慢变化与支撑集缓慢变化的概念,认为支撑集缓慢变化是动态稀疏信号的重要结构特性,这两种缓慢变化数学描述如式(4)、(5)所示。

$$\|(\boldsymbol{x}_t - \boldsymbol{x}_{t-1})_{N_{t-1}\cup N_t}\|_2 \ll \|(\boldsymbol{x}_t)_{N_{t-1}\cup N_t}\|_2 \tag{4}$$

$$|N_t \backslash N_{t-1}| \approx |N_{t-1} \backslash N_t| \ll |N_t| \tag{5}$$

式(4)表示元素幅值的缓慢变化,这是自适应滤波器算法和跟踪算法运行的基础;式(5)表示信号支撑集的缓慢变化,Vaswani 等[25]将这一特性作为稀疏重构的先验知识,由此提出了一系列递归动态压缩感知重构算法。



(a) 基于LOT的稀疏表示过程
(a) Sparse representation based on LOT

(b) 基于LOT的压缩测量过程
(b) Measurement processing based on LOT

图 1　基于 LOT 的动态压缩测量过程

Fig. 1　LOT based dynamic compressive measurement

Carmi 等[9]运用稀疏自回归模型来表征动态信号，并借鉴统计学习中模型选择的思想[26]，通过控制自回归模型的阶数来促进信号的稀疏度。对于一维流信号 $\{x_t, t \geqslant 0\}$ 可将其表示为：

$$\boldsymbol{x}_t = \sum_{k=1}^{p} \alpha(k) x_{t-k} + \boldsymbol{w}_t \tag{6}$$

式中：标量 $\alpha(k)$ 表示自回归系数，其中只有少数个幅值远>0 的元素；$\boldsymbol{w}_k$ 为一零均值的高斯白噪声。令 $\bar{\boldsymbol{x}}_t := [x_t, \cdots, x_{t-p+1}]^{\mathrm{T}}$，则式(6)可表示成更简单的形式：

$$\bar{\boldsymbol{x}}_t = \boldsymbol{A}\bar{\boldsymbol{x}}_{t-1} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{w}_t \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{R}^{p\times p}$；$\boldsymbol{B} \in \boldsymbol{R}^{p}$。

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \alpha(1), \cdots, \alpha(p) \\ \boldsymbol{I}_{(p-1)\times(p-1)}, \boldsymbol{0}_{(p-1)\times 1} \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{0}_{(p-1)\times 1} \end{bmatrix} \tag{8}$$

对于高维的动态信号 $\{x_t^{(i)}\}_{i=1}^{N}$，则式(6)可以扩展为：

$$x_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{p} \alpha^{i,j}(k) x_{t-k}^{i} + w_t^{(i)} \quad i = 1, \cdots, N \tag{9}$$

式(7)可以扩展为：

$$\bar{\boldsymbol{x}}_t = [\boldsymbol{z}_t^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{z}_{t-p+1}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \bar{\boldsymbol{w}}_t = [w_t^1, \cdots, w_t^N]^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{z}_t = [x_t^{1}, \cdots, x_t^{N}]^{\mathrm{T}} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} A(1), \cdots, A(p) \\ \boldsymbol{I}_{[N(p-1)]\times[N(p-1)]}, \boldsymbol{0}_{[N(p-1)]\times N} \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{N\times N} \\ \boldsymbol{0}_{[N(p-1)]\times N} \end{bmatrix} \tag{12}$$

其中，$\boldsymbol{A}(k), k = 1, \cdots, p$ 由自回归系数组成，即 $\boldsymbol{A}(k) = [\alpha^{i,j}(k)]$。该高维模型可以简写为 $\boldsymbol{z}_t = \sum_{k=1}^{p} \boldsymbol{A}(k) z_{t-k} + \bar{\boldsymbol{w}}_t$，不难发现当 $p = 1$ 时，该模型正是概率模型中常用的马尔科夫过程。

2) 概率模型

概率模型将状态变量看作一个随机过程，赋予其一个含有参数的先验概率，通过统计学习中的最大似然估计和最大后验概率估计等方法，可以求得状态变量后验概率的相关统计量，并估计模型中存在的参数。Ziniel 等[27]将动态信号表示成支撑集与元素幅值相乘的形式，如式(13)所示。

$$x_t^{(i)} = s_t^{(i)} \cdot \theta_t^{(i)} \tag{13}$$

其中，$\boldsymbol{s}_t$ 是一个二进制向量，表示动态信号在时刻 t 时的支撑集；θ_t 表示非 0 元素的幅值。对于随机变量 $\{\boldsymbol{s}_t\}$，假设其取值为 1 的概率为 λ，即 $P\{s_t^{(i)} = 1\} = \lambda$，相邻时刻间的状态转移概率分别为 $p_{01} = P\{s_t^{(i)} = 0 \mid s_{t-1}^{(i)} = 1\}$ 和 $p_{10} = P\{s_t^{(i)} = 1 \mid s_{t-1}^{(i)} = 0\}$。而由于给定了 λ 和 p_{01} 时，p_{10} 也可知，所以可认为 p_{01} 的选择决定了动态信号支撑集的变化速率。对于非零元素幅值 $\{\theta_t\}$，Ziniel 等[27]用高斯马尔科夫(Gaussian-Markov process)模型来模拟其缓慢变化的特征，数学表达式如下：

$$\theta_t^{(i)} = (1 - \alpha)(\theta_t^{(i-1)} - \zeta) + \alpha w_t^{(i)} + \zeta \tag{14}$$

式中：ζ 为该随机过程的均值；$w_t^{(i)}$ 为零均值的高斯白噪声；$\alpha \in [0,1]$ 为控制相邻时刻间元素相关性的系数。之所以将动态信号的结构用两个隐随机变量表示，是因为此情形下相邻时刻的状态变量 $\boldsymbol{x}_{t-1}$ 与 $\boldsymbol{x}_t$ 关于 $\boldsymbol{s}_t$ 和 $\boldsymbol{\theta}_t$ 独立，这一特性有利于在重构算法中使用概率图模型中的相关知识来进行求解。结合式(13)，可以证明最后得出的动态信号概率密度为伯努利-高斯分布(Bernoulli-Gaussian distribution)，也称为 Spike-And-Slab 模型，该模型在基于统计学习的动态压缩感知信号重构中有着广泛的应用。

稀疏贝叶斯学习(sparse Bayesian learning, SBL)模型最早出现在 Tipping[29] 提出的关联向量机算法(relevance vector machine, RVM)中，最初是为了解决稀疏前提下的回归与分类问题，后来被 Shihao Ji 等[17]引入到压缩感知领域，提出了贝叶斯压缩感知方法。在静态压缩感知中，稀疏贝叶斯模型采用含参数的高斯分布来刻画解向量 $\boldsymbol{x}$，具体形式表示为：

$$p(x \mid \alpha) = \prod_{i=0}^{N} N(x_i \mid 0, \alpha_i^{-1}) \tag{15}$$

其中 $\boldsymbol{\alpha}$ 称为超参数，是控制解向量稀疏性的主要因素。Tipping 证明了在参数学习的过程中，大部分的 α_i 都会趋向于无穷大，这有利于促进解向量的稀疏特性[30]。Zhang 等[31]在此模型的基础上，考虑动态信号解的空间

结构信息和时序结构信息,利用解元素之间的相关性优化上述模型。与空间信息相对应的是块结构,以流信号 x_t 为例,通过将解向量划分成元素数量不等的 g 个块,对每一块 $\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}$ 运用高斯分布进行建模:

$$p(\boldsymbol{x}_i) = N(\boldsymbol{0},\gamma_i\boldsymbol{B}_i) \tag{16}$$

其中 γ_i 为超参数,控制块的稀疏性; $\boldsymbol{B}_i$ 为正定的参数矩阵,反映块内元素的相关性。Zhang 等[31]证明该模型下在无噪声情况下得到的全局解是最稀疏解,并且 $\boldsymbol{B}_i$ 的值仅影响算法收敛到局部解的概率,这一特性有利于通过规范化 $\boldsymbol{B}_i$ 来防止发生过拟合的现象[31]。

对解的时序信息的利用则是通过多观测向量模型(multiple measurement vector, MMV)来实现[31]。假设测量矩阵 $\boldsymbol{A}$ 不随时间而变,将多个测量过程合并到一起形成矩阵:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{AX} + \boldsymbol{V} \tag{17}$$

式中:$\boldsymbol{Y} = [y_{t_1},\cdots,y_{t_L}]$,$\boldsymbol{X} = [x_{t_1},\cdots,x_{t_L}]$,由于 x_t 为稀疏向量且随时间缓慢变化,因而矩阵 $\boldsymbol{X}$ 中仅有少数几行是非零的,该模型同样可用块稀疏贝叶斯框架来刻画。但与式(16)不同,MMV 对矩阵 $\boldsymbol{X}$ 中的每行分别赋予一个控制稀疏特性的参数[37]:

$$p(\boldsymbol{X}_{i\cdot};\gamma_i,\boldsymbol{B}_i) \sim N(0,\gamma_i\boldsymbol{B}_i) \quad i = 1,\cdots,M \tag{18}$$

其中 M 为解向量 $\boldsymbol{x}_t$ 的维度; γ_i 为稀疏因子,控制块内每一行的稀疏性; $\boldsymbol{B}_i$ 为控制元素间相关性的正定参数矩阵。该模型假设在时间 $[t_1,t_2]$ 间信号的支撑集不变,这反映了块大小的划分会对模型的效果产生影响。有学者基于块间重叠的思想,提出了集覆盖先验[38],该模型考虑到相邻块有交叠的情况下,重叠部分的共同元素对稀疏重构过程的影响。

1.2 动态信号的稀疏表示

在动态压缩感知中,选用固定的稀疏矩阵往往无法保证时变的信号总是能得到最稀疏的表示,为解决此问题而出现的一类算法叫字典学习(dictionary learning, DL)算法。此类稀疏表示方法在信号变化的过程中自适应地学习稀疏矩阵,保证代求状态变量的稀疏性,从而减少精准重构所需的最小测量数,提高压缩比[43]。大部分的字典学习算法采用传统的优化算法交替寻找稀疏矩阵和稀疏因子的最优解[43]。一些学者还提出了贝叶斯字典学习的方法,这类方法将字典矩阵的列看作是随机变量并赋予先验概率,再根据统计学习中的相关方法同时估计字典矩阵的列向量和稀疏因子的后验概率[47]。近几年新兴的卷积字典学习[53](convolutional dictionary learning, CDL)方法用一组线性滤波器来代替以往的字典矩阵,将原始信号与线性滤波器进行卷积运算得到稀疏因子,求解稀疏因子的过程称为卷积稀疏编码,已有的卷积稀疏编码算法主要基于乘法器的交替方向法(alternating direction method of multipliers, ADMM)[60]。基于 CDL 的思想,文献[62]针对图像和视频信号提出了一种卷积高斯混合模型,将每一帧图像分为背景信息和细节信息,对细节信息用多个滤波器和稀疏因子的卷积进行精细化拟合,同时用循环卷积方式来代替传统卷积,提高了运算速度。

1.3 动态压缩测量过程

对动态压缩测量过程的研究主要讨论测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_t$ 的构造。与静态压缩感知相对应,动态压缩测量矩阵需要满足动态 RIP 理论。文献[7]指出,为了确保能够从动态观测向量中精准恢复原始动态信号,动态压缩测量必须满足动态 RIP 理论,该理论在传统 RIP 理论的基础上充分考虑了相邻时刻间信号的关联性。同时,由于动态 RIP 理论比传统 RIP 理论的条件更弱,因而静态压缩感知中的测量矩阵都可以运用到动态压缩感知中。常用的压缩测量矩阵主要可分为随机测量矩阵、确定性测量矩阵和部分确定测量矩阵。其中随机测量矩阵已满足 RIP 条件,但不易于硬件实现,如高斯随机矩阵等;确定性矩阵易于硬件电路实现,但无法完全满足 RIP 条件,如 Chirp 测量矩阵等[4];部分确定测量矩阵则兼具前两类矩阵的优点,在满足 RIP 条件实现良好重构效果的同时,又易于硬件电路设计。郭静波等[63]提出的一种基于混沌序列的循环压缩测量矩阵就属于部分确定测量矩阵,该方法在循环矩阵的基础上利用混沌序列的内在确定性和外在随机性确保了测量矩阵对于随机性的要求,同时还易于硬件实现。在动态压缩感知中,根据 $\boldsymbol{\Phi}_t$ 是否随动态信号自适应变化可将测量过程分为自适应压缩测量过程和非自适应压缩测量过程;而根据 $\boldsymbol{\Phi}_t$ 是否为对稀疏信号的线性投影,可将测量过程分为线性压缩测量过程和非线性压缩测量过程。

自适应压缩测量过程主要体现在测量数 M 的自适应性,此类方法根据某种对信号稀疏度的估计来计算精准重构所需的最小测量数,按照最小测量数构建的矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_t$ 能够在保证精确恢复原始信号的同时,最大限度地压缩原始信号。对信号稀疏度的估计可以从前一时刻的信号估计值、本时刻的测量值[64]以及对整段时间信号的预估计[66]中得到。文献[66]的自适应采样率视频重构算法的测量数计算过程如图 2 所示,该算法利用 $t-1$ 时刻与 $t-2$ 时刻的信号估计值先做一个运动补偿(motion compensation, MC)估计,得到的运动补偿估计值作为参照值进一步估计当前时刻的状态变量值,最后利用参照值和最终估计值支撑集之间的关系计算下一时刻所需的最小测量数,从而达到自适应压缩测量,从整体上提高了压缩比。

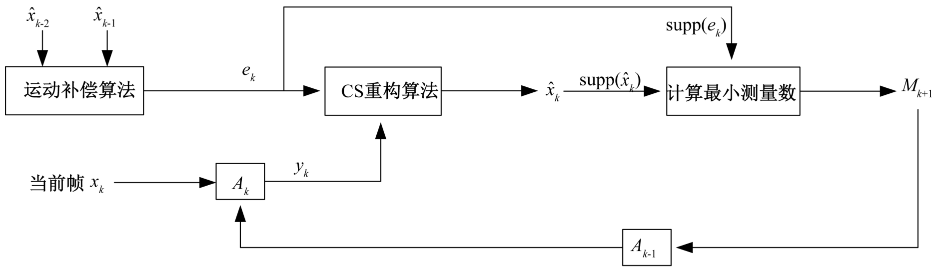


图 2　基于运动补偿模型的自适应采样率压缩测量过程

Fig. 2　adaptive rate compressed sensing based on MC

对非线性测量过程的研究目前并非主流,但由于工程实际中的观测过程时常难以保证线性,因而探索非线性测量过程本身以及相应的重构算法将会成为重点研究方向之一。在传统压缩感知中,非线性测量过程可概括为:

$$y = f(Ax) \tag{19}$$

式中:$f(\cdot)$ 是某种非线性失真函数。对非线性测量问题通常采用局部线性化的思想,文献[69]介绍了一种改进的迭代硬阈值(iterative hard threshold, IHT)算法,将梯度下降法的迭代步骤用一个更广义的公式代替,得到适用于非线性测量的 IHT 算法;文献[70]提出了一种非线性压缩粒子滤波(nonlinear compressive particle filtering, NCPF)方法,该方法引入一个表征信号支撑集的二进制向量,用粒子滤波算法估计状态变量,用非线性压缩感知中的二次基追踪(quadratic basis pursuit, QBP)方法更新支撑集,实现了动态非线性测量的信号重构。

2　动态信号稀疏重构算法

压缩感知中对原始信号的恢复也叫稀疏重构,其目的是为了求解下述 P_0 问题的最稀疏解向量:

$$\min_{\alpha} \|\boldsymbol{\alpha}\|_0 \text{subject to} \boldsymbol{y} = \boldsymbol{A\alpha} \tag{20}$$

但上述 ℓ_0 范数优化问题是个 NP 难问题, Donoho 等[73]提出可以用 ℓ_1 范数来代替目标函数中的 ℓ_0 范数,即:

$$\min_{\alpha} \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 \text{subject to} \boldsymbol{y} = \boldsymbol{A\alpha} \tag{21}$$

上述情况属于测量过程无噪的情形,在有噪情况下,P_1 问题又可改写为如下形式:

$$\min_{\alpha} \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 \text{subject to } \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{A\alpha}\| \leqslant \varepsilon \tag{22}$$

式(22)实为基追踪(basis pursuit, BP)算法[75]的表达形式。针对 P_1 问题的求解方法主要包括凸松弛方法、贪婪算法、迭代阈值算法和基于贝叶斯学习的方法。动态信号的稀疏重构大多衍生自前述 4 类算法,但由于动态压缩测量过程具有随时间缓慢变化的特性,因而在实际应用中,通常需要动态稀疏重构算法能够使用更少的测量数获取精确的恢复结果,以此达到能够实时处理信号的目的。结合动态压缩测量过程中的状态转移方程,荆楠等[75]将动态信号稀疏重构的联合优化框架概括为:

$$\hat{x}_t = \text{argmin}[\text{约束条件} + \text{稀疏判罚} + \text{系统更新状态}] \tag{23}$$

其中稀疏判罚函数多选择 ℓ_0 范数、ℓ_1 范数和 ℓ_p 范数;约束函数的选择是为了保证解向量与观测过程式(3)的一致性;系统更新方法实质上是对相邻时刻间动态信号变化规律的刻画,文献[75]将系统更新方法依据是否采用状态滤波器分成了两类,并相应地将动态信号重构算法分为基于状态滤波的方法和非状态滤波的方法。本文将从对状态变量的建模出发,将动态信号的重构算法分为基于 LS 方法和基于贝叶斯推断的方法。

2.1　基于 LS 的重构算法

LS 是凸优化领域中最常讨论的一类问题,在传统压缩感知中 LS 的目标函数由测量方程得到,而正则项对应着解的稀疏判罚项。LS 问题拥有的海量求解工具箱及在传统压缩感知中的广泛应用,使得其很容易在动态压缩感知领域中得到拓展。基于 LS 的动态信号重构算法通常将上一时刻的支撑集作为先验信息,运用 LS 问题中的相关方法在既有的支撑集上估计新的状态变量,最后根据特定的判定法则对估计值的支撑集进行更新。基于 LS 的重构算法可以在迭代的过程中运用低秩更新方法根据新的观测值逐时刻更新解向量,并且最终求得的是具有具体函数表达式的解析解。但其缺点在于对信号的稀疏结构不太敏感,可能导致求得的解向量不够稀疏[15]。

1)基于残差的动态压缩感知

基于残差的动态压缩感知以 LS-CS 为代表。其基本思想是先假设信号支撑集不变,利用前一时刻的信号估计值的支撑集 $T = \hat{N}_{t-1}$,采用 DS 方法得到对当前信号的初始估计值 $\hat{x}_{t,init}$,再对观测值的残差 $\tilde{y}_{t,res}$ 进行 DS 计算,得到信号的残差值 β_t,将 $\hat{x}_{t,init}$ 与 β_t 相加得到可能的估计值 $\hat{x}_{t,CSres}$,对 $\hat{x}_{t,CSres}$ 的支撑集利用 Add-LS-Del 方法进行支撑集的校正,得到对支撑集的准确估计 $\hat{N}_t$,最后利用 $\hat{N}_t$

计算出准确的信号估计值 $\hat{x}_t$。对于支撑集的更新方法 Add-LS-Del,Add 表示对支撑集的补充步骤,Del 表示剔除支撑集中的多余元素。

$$T_{\text{add}} = T \cup \{i: |(\hat{x}_{t,\text{CSres}})_i| > \alpha_{\text{add}}\} \tag{24}$$

$$\hat{x}_{\text{add}} = I_{T_{\text{add}}} A_{T_{\text{add}}}{}^{\dagger} y \tag{25}$$

$$\hat{N} = T_{\text{add}} \setminus \{i: |(\hat{x}_{\text{add}})_i| \le \alpha_{\text{del}}\} \tag{26}$$

式中:$\hat{N}$ 即为对支撑集的最终估计值。文献[11]指出,阈值 α_{add} 与 α_{del} 的选择对计算的精度有很大影响,通常选择大的 α_{add} 值来保证 LS 步骤中矩阵 $\boldsymbol{A}_{T_{\text{add}}}$ 是良态的,从而得到的 $\hat{x}_{\text{add}}$ 能够更准确地包含实际的支撑集元素,在此基础上,使用比 α_{add} 更大的 α_{del} 值可以保证剔除更多的错误元素,但同时又不会剔除真实的支撑集元素。Add-LS-Del 的支撑集修正方法普遍适用于对动态信号支撑集的估计。

考虑到 LS-CS 算法只利用了前一时刻信号支撑集 $\hat{N}_{t-1}$ 的信息来估计本时刻的信号,而忽略了相邻时刻非零元素幅值的缓慢变化特性,因而 Vaswani 教授提出了对 LS-CS 的改进算法 KF-CS。该算法的步骤与 LS-CS 大致相同,只是在计算信号的初始估计值 $\hat{x}_{t,init}$ 和最终准确的估计值 $\hat{x}_t$ 时,利用卡尔曼滤波代替 DS 方法,这在计算的过程中也利用了前一时刻信号非零元素幅值的信息,从而提高了重构算法的精度。

2)修正的动态压缩感知(modified DCS)

LS-CS 与 KF-CS 虽然能够提高算法的精度,但由于计算过程中 β_t 的支撑集含有 $|T|+|\Delta_u|>|N|$ 个元素,而 DS 算法在精确重构时所需的测量数由支撑集的大小决定,因而以上两种算法相比于传统压缩感知算法无法降低对测量数的需求。文献[13]提出采用修正的压缩感知算法,能够大大减少高重构精度要求下所需的测量数,其基本思路是找到一个满足压缩测量过程(式(3))的解,使该解在支撑集的补集 T^c 上最为稀疏,表达式为:

$$\hat{x} = \arg\min_{\beta} \|(\boldsymbol{\beta})_{T^c}\|_1 \text{subject to} \boldsymbol{y} = \boldsymbol{A\beta} \tag{27}$$

该算法实际上是对传统压缩感知中 BP 算法的修正,文献[11]对 modified-CS 算法精确重构的条件进行了分析,证明该算法精确重构时需要满足的 RIP 条件要弱于 BP 算法。

修正的贪婪算法[76]与 Modified-CS 思路类似,由于 OMP 算法在每次迭代中都需要选择测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 中与信号相关度最强的列,再对去掉这些强相关列后的残差进行迭代,因而如果可以利用信号的先验信息对强相关列进行预判,可以大大提高算法的重构性能。以文献[77]的 CoSaMP-PKS 为例,CoSaMP 算法的迭代不再从空集开始,而是利用对支撑集的已知信息,对算法赋予一个初始值,其初始化方法为:

$$(\hat{\boldsymbol{x}}_0)_{T_0} = \boldsymbol{A}^{\dagger}_{T_0}\boldsymbol{y}, (\hat{\boldsymbol{x}}_0)_{T_0{}^C} = 0 \tag{28}$$

修正的迭代阈值算法以 IHT-PKS 为例[25],令 $k=|T|, s=|N|$,IHT-PKS 按式(27)的方式迭代,其中 $H_s(\cdot)$ 表示仅保留 s 个最大幅值元素的迭代硬阈值函数。

$$\begin{aligned} &\hat{x}_0 = 0, \\ &\hat{\boldsymbol{x}}^{i+1} = (\hat{\boldsymbol{x}}^i)_T + \boldsymbol{H}_{s-k}((\hat{\boldsymbol{x}}^i + \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}^i))_{T^i}) \end{aligned} \tag{29}$$

对于上述 3 种对传统压缩感知的修正算法,由于在每步迭代中都需要利用先验信息来获得一个较为准确的初始值,因而很易于引入到动态压缩测量系统中,通过将上一时刻信号的准确估计作为对当前时刻信号的先验信息,以此形成相应的 DCS 重构算法。

3)加权 ℓ_1 范数(weighted-ℓ_1)的动态压缩感知

加权 ℓ_1 范数算法的基本思路是将信号 $\{x_t\}_{i=1}^N$ 按照下标 $i \in \{1,\cdots,N\}$ 划分成 K 个不重叠的部分,即 $\cup_{u=1}^K K_u = \{1,2,\cdots,N\}, K_i \cap K_j = \varnothing$。假设每部分的稀疏度已知,通过对每部分加权,得到下式中的优化目标函数:

$$\begin{aligned} &\min_x \sum_{i=1}^N \omega_i x_i \text{ subject to} \boldsymbol{y} = \boldsymbol{Ax} \\ &\omega_i = \omega_{K_u} \text{ if } i \in K_u \end{aligned} \tag{30}$$

Asif 等提出了一种基于同伦的加权 ℓ_1 范数的算法,假设所有的权重都为 $\boldsymbol{\tau}$,将目标函数重写为:

$$\min_x \boldsymbol{\tau}\|\boldsymbol{x}\|_1 + \frac{1}{2}\|\boldsymbol{Ax} - \boldsymbol{y}_{t+1}\|_2^2 \tag{31}$$

则相应的 ℓ_1 范数同伦算法的优化框架为:

$$\min_x \boldsymbol{\tau}\|\boldsymbol{x}\|_1 + \frac{1}{2}\|\boldsymbol{Ax} - (1-\varepsilon)\boldsymbol{y}_t - \varepsilon\boldsymbol{y}_{t+1}\|_2^2 \tag{32}$$

其中,$\varepsilon \in [0,1]$ 称为同伦参数,当 ε 从 0 变为 1 时,当前时刻的观测值代替前一时刻的观测值,目标函数逼近式(31),解向量从 $\hat{\boldsymbol{x}}_t$ 更新为 $\hat{\boldsymbol{x}}_{t+1}$。同伦算法将解的更新过程分解成几个线性过程,在每次线性过程中需要计算同伦参数的变化量 δ、解的更新方向 ∂x 以及支撑集中元素的变化。对于一个给定的 ε 值,式(32)的最优解 $\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{\Gamma} = supp(\boldsymbol{x}^*)$ 应该满足如下约束条件[27]:

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{A}_\Gamma^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Ax}^* - (1-\varepsilon)\boldsymbol{y}_t - \varepsilon\boldsymbol{y}_{t+1}) = -\boldsymbol{\tau} z \\ &\|\boldsymbol{A}_{\Gamma^c}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Ax}^* - (1-\varepsilon)\boldsymbol{y}_t - \varepsilon\boldsymbol{y}_{t+1})\|_\infty \le \boldsymbol{\tau} \end{aligned} \tag{33}$$

式中:z 为 x^* 在 Γ 上的符号序列。当 ε 增加一个无穷小量 δ 时,解向量沿方向 ∂x 移动:

$$\partial \boldsymbol{x} = \begin{cases} (\boldsymbol{A}_\Gamma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_\Gamma)^{-1}\boldsymbol{A}_\Gamma^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}_{t+1} - \boldsymbol{y}_t) & ,\boldsymbol{\Gamma} \\ 0 & ,\boldsymbol{\Gamma}^c \end{cases} \tag{34}$$

为了保证移动过程中解的最优性,应该满足:

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{A}_\Gamma^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Ax}^* - (1-\varepsilon)\boldsymbol{y}_t - \varepsilon\boldsymbol{y}_{t+1}) + \\ &\delta\boldsymbol{A}_\Gamma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\partial\boldsymbol{x} - \delta\boldsymbol{A}_\Gamma^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}_{t+1} - \boldsymbol{y}_t) = -\boldsymbol{\tau} z \end{aligned} \tag{35}$$

逐渐增大步长 δ,直到 $\boldsymbol{x}^* + \delta\partial\boldsymbol{x}$ 总某个元素减小为

0;式(33)中的不等式不再成立。使以上任意一种情况发生的最小 δ 值即为同伦参数在此次迭代改变的步长 δ^*,相应地更新支撑集并且重新计算逼近方向 $\partial \boldsymbol{x}$,如此迭代至 $\varepsilon = 1$。

Asif[15]还讨论了自适应学习权重的情形,对上述算法进行了改进。基于同伦的自适应重加权算法不再将各个部分的权重设置为相等,而是差异化选取。在每一步迭代中,先利用同伦方法计算解向量,再分别对支撑集和非支撑集元素的权重用不同的规则进行更新。实验证明,自适应学习权重的方法重构精度更高、并且计算速度更快。

4)基于卡尔曼滤波的伪测量方法

伪测量方法用于解决状态空间模型中状态变量存在线性等式约束的问题,该方法根据等式约束创建一个方差为 0 的伪测量过程[78]。在 DCS 问题中,将原优化框架中的稀疏判罚函数以一个虚构的测量过程来代替,得到如式(36)、(37)所示的优化框架。

$$\min_{\hat{x}} E_{x|y}[\ \|\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}\|_2^2\ ] \tag{36}$$

$$0 = sign(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} - \bar{\boldsymbol{v}} \tag{37}$$

式(37)即为虚构的测量过程,$\bar{\boldsymbol{v}}$ 是伪测量过程噪声,其均值和方差事先设定。基于伪测量过程的卡尔曼滤波重构算法思路是先运行卡尔曼滤波求得状态变量的估计值 $\hat{x}_{t+1|t+1}$ 和协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{t+1|t+1}$,再以这两个估计值为初始值,利用伪测量过程方程进行卡尔曼滤波迭代,得到最终的状态变量和协方差矩阵的估计值。

文献[79]还对稀疏判罚函数的选择进行了扩展,将 ℓ_1 范数替换成 $\ell_p(0 < p < 1)$ 范数和 ℓ_0 范数,其伪测量过程分别为如式(38)和(39)所示。式 38、39 实验证明,ℓ_p 范数下的伪测量卡尔曼滤波的重构效果优于 ℓ_1 范数。

$$0 = \Big(\sum_{i=1}^{n} |x_t(i)|^p\Big)^{1/p} - \varepsilon \tag{38}$$

$$0 = n - \sum_{i=1}^{n} \exp(-\alpha |x_t(i)|) - \varepsilon \tag{39}$$

2.2 基于贝叶斯推断的重构算法

对于动态压缩测量过程式(2)、(3),对状态变量假设一个含参数的先验概率 $p(x \mid \Theta)$,根据压缩测量公式可求得似然概率 $p(y \mid x,\sigma^2)$,再由贝叶斯公式可进一步得到状态变量的后验概率公式:

$$p(x \mid y,\Theta) = \frac{p(y \mid x,\sigma^2)p(x \mid \Theta)}{p(y \mid \sigma^2,\Theta)} = \frac{p(y \mid x,\sigma^2)p(x \mid \Theta)}{\int p(y \mid x,\sigma^2)p(x \mid \Theta)dx} \tag{40}$$

式中:Θ 可表示一维或多维参数变量;σ^2 为观测噪声方差。当似然概率服从高斯分布时,该后验概率也服从高斯分布,均值与方差都与参数 Θ 有关。基于贝叶斯推断的重构算法步骤如下。

1)选定状态变量的先验概率。根据对信号已知的先验信息,诸如稀疏性与结构特性等,选取恰当的概率分布函数来模拟信号。对于具有块状结构的动态信号,应该选取如式(16)的块状模型;对于信号本身时序相关或者测量矩阵列相关的情形,应该选取如式(18)的 MMV 模型,以上两种模型对应的重构算法称为批处理算法。对于一般的动态信号,主要利用状态变量的马尔科夫性以及观测向量基于状态变量的条件独立性,采用序贯的统计学习方法进行迭代求解,这类算法称为序贯算法。

2)计算各项条件概率。根据观测方程和状态方程求得似然概率和转移概率,并利用贝叶斯公式求得后验概率。

3)模型中的参数估计。对于模型中含有一个或多个参数的情形,当动态压缩测量过程是线性高斯模型时,可以解析地求得似然函数的表达式,因此可以运用统计学习中常用的最大似然估计、最大后验概率估计等方法估计参数。当动态过程为非线性时,则需要采用近似算法进行近似估计,如局部线性化或马尔科夫链蒙特卡洛采样(Markov chain Monte Carlo, MCMC)方法。

1)批处理的贝叶斯重构算法

批处理算法将动态信号从时间维度上划分成段,将各个时间段内的信号作为一个整体进行处理。这类算法旨在更好地模拟具有块状结构的动态信号,同时对于测量矩阵列向量相关的情形,该类算法也具有很好的稳定性。最具代表性的批处理算法有 T-SBL 和 B-SBL,显然这两类算法都是基于 SBL 算法的延伸。

最大边缘似然概率(MLM)估计是 SBL 中常用的参数估计方法。对于模型式(18),可以将完整信号的先验概率整合成为:

$$\begin{aligned} & p(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{\alpha}) = (0,\boldsymbol{\Sigma}_0) \\ & \boldsymbol{\Sigma}_0 = \mathrm{diag}(\alpha_1^{-1}B_1,\alpha_2^{-1}B_2,\cdots,\alpha_g^{-1}B_g) \end{aligned} \tag{41}$$

后验概率的表达式为:

$$\begin{aligned} & p(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{y},\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{B},\boldsymbol{\beta}) = \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\Sigma}) \\ & \boldsymbol{\Sigma} = (\overset{-1}{\underset{0}{\boldsymbol{\Sigma}}} + \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}) - 1, \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \end{aligned} \tag{42}$$

MLM 估计通过最大化式(43)的对数似然函数,以此实现对超参数 $\boldsymbol{\alpha}$ 的估计。

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\alpha}) = \log p(y \mid \alpha, B_i, \beta) = -\frac{1}{2}[N\log(2\pi) + \log|\boldsymbol{C}| + \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{y}] \tag{43}$$

文献[80]运用快速 MLM 估计方法,在求解 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 时假设其他参数 $\boldsymbol{\alpha}_j, j \neq i$ 不变,随后应用特征根分解将 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\alpha})$ 分解成包含 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 和不包含 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 的两项,将其中包含 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 的项 $\ell(\boldsymbol{\alpha}_i)$ 作为目标函数,通过最大化 $\ell(\boldsymbol{\alpha}_i)$ 即可求得 $\boldsymbol{\alpha}_i$。

期望最大化(EM)算法作为统计学习中常用的参数估计方法,也可以用来求解以上问题[32]。EM 算法直接求解方程 $\partial \mathcal{L}(\boldsymbol{\alpha})/\partial\boldsymbol{\alpha}_i = 0$, 得到关于 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 的表达式,再以该表达式作为迭代的公式,通过迭代计算求得 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 的最优解。对于块稀疏贝叶斯模型,其迭代公式为:

$$\boldsymbol{\alpha}_i^{(t+1)} = \frac{K}{tr(\boldsymbol{B}_i^{-1}(\boldsymbol{\Sigma}_i^{(t)} + \boldsymbol{\mu}_i^{(t)}(\boldsymbol{\mu}_i^{(t)})^{\mathrm{T}}))} \quad (44)$$

由于在求解边缘概率 $p(\boldsymbol{y})$ 需要涉及到复杂的积分运算,MLM 估计的模型多只包含状态变量 $\boldsymbol{x}$ 和参数 $\boldsymbol{\alpha}$ 两层变量,难以对含有多个参数的多层模型进行参数估计。变分的贝叶斯估计(variational bayesian, VB)方法回避了求解 $p(\boldsymbol{y})$ 的问题,直接用一个分布 $q(\xi)$ 近似计算状态变量与各参数 ξ 的联合后验概率 $p(\xi \mid \boldsymbol{y})$, 再通过最小化 $q(\xi)$ 与 $p(\xi \mid \boldsymbol{y})$ 的相对熵(Kullback-Leibler distance, KLD)求解 $q(\xi)$, 以此完成变量求取与参数估计。讨论如下多层块稀疏贝叶斯模型:

$$p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x},\boldsymbol{\beta}) = (\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{\Phi x},\boldsymbol{\beta}^{-1})$$

$$p(\boldsymbol{x} \mid z) = \prod_{i=1}^{g} p(x_i \mid z_i), p(x_i \mid z_i) = \mathcal{N}(0_d, z_i I_d)$$

$$p(z_i \mid a_i, b_i, \lambda_i) = \frac{(a_i/b_i)^{\frac{1}{2}\lambda_i}}{K_{\lambda_i}(\sqrt{a_i b_i})} z_i^{\lambda_i - 1} * \cdot$$

$$\exp(-\frac{1}{2}(a_i z_i + b_i z_i^{-1})) \sim GIG(a_i, b_i, \lambda_i) \quad (45)$$

其中, $\xi = \{\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{\beta}, a, b\}$,则 $q(\xi)$ 与 $p(\xi \mid \boldsymbol{y})$ 的 KLD 可表示为:

$$q^*(\xi) = \underset{q(\xi)}{\operatorname{argmin}} KL(q(\xi) \parallel p(\xi \mid \boldsymbol{y}))$$

$$= \underset{q(\xi)}{\operatorname{argmin}} \int q(\xi) \log \frac{q(\xi)}{p(\xi, y)} d\xi + \text{const} \quad (46)$$

利用均场估计求得 $q(\xi)$ 的一种因式分解:

$$q(\xi) = q(\boldsymbol{x}) q(\boldsymbol{z}) q(\boldsymbol{\beta}) q(a, b) \quad (47)$$

由于 ξ 中的各个分量可以相互分离开,因而在计算 KLD 的最小值时,可以仅将其中一个分量作为变量,而将其他分量固定,求得最小的 KLD 以及该分量相应的取值,以此轮流交替各个分量,直到 KLD 收敛到最小值。对于 ξ 中的各个分量分别如何计算,文献[98]。

VB 方法作为对 EM 算法的拓展与改进,其中也蕴含了最大后验概率(MAP)的思想。当 ξ 中所有的参数都为退化分布时,式(45)等效于:

$$q^*(\xi_k) = \underset{q(\xi_k)}{\operatorname{argmin}} -\langle \log p(\xi, \boldsymbol{y}) \rangle_{q(\xi \setminus \xi_k)} \quad (48)$$

式中: $\langle f(\cdot) \rangle_g$ 表示函数 f 在概率分布 g 上的期望; $\xi \setminus \xi_k$ 表示 ξ 中除去 ξ_k 的其他分量集合。在 MAP 的相关算法中,由于观测向量已知,因而将 $p(\boldsymbol{y})$ 看作常数,则后验概率可写作 $p(\xi \mid \boldsymbol{y}) \propto p(\xi, \boldsymbol{y})$。要想最大化 $p(\xi \mid \boldsymbol{y})$, 只需最大化联合概率 $p(\xi, \boldsymbol{y})$, 不难看出这与式(46)在本质上是一致的。

2)序贯的贝叶斯重构算法

序贯的贝叶斯重构算法利用前一时刻的后验概率和最新时刻的观测值,迭代计算当前时刻的后验概率。序贯算法的关键在于如何运用好状态变量和参数的转移概率分布。已有研究中对于序贯的贝叶斯重构算法涉及仍较少,主要有近似消息传递(approximate message passing, AMP)算法[27]和粒子滤波(particle filter, PF)算法两种,下面进行详细介绍。

(1)AMP 算法。对联合概率分布 $p(\xi, y)$ 进行因式分解,运用概率图模型中的 AMP 算法快速计算状态变量的后验分布。Schniter 等采用 1.1 节提到的伯努利-高斯分布模型,将联合概率分布因式分解成如下形式:

$$p(\bar{\boldsymbol{x}}, \bar{\boldsymbol{s}}, \bar{\theta}, \boldsymbol{y}) = \prod_{t=1}^{T} (\prod_{m=1}^{M} (p(y_m^{(t)} \mid x^{(t)}) \cdot$$

$$\prod_{n=1}^{N} (p(x_n^{(t)} \mid s_n^{(t)}, \theta_n^{(t)}) p(s_n^{(t)} \mid s_n^{(t-1)})) \cdot p(\theta_n^{(t)} \mid \theta_n^{(t-1)}))) \quad (49)$$

将式(49)表示成图 3 所示的因子图,图中的黑色方框是因子节点,表示节点的概率依赖关系;空心圆圈表示变量节点。通过图中各变量的概率依赖关系,可以得到相邻时刻间消息流动规律,即得到迭代更新公式。文献[27]中给出了基于 AMP 的动态压缩感知算法(DCS-AMP)的完整步骤。

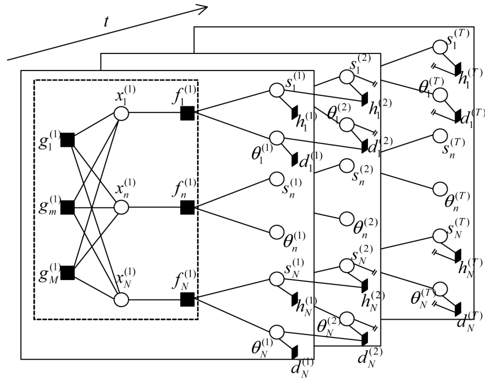


图 3 联合后验概率的因子图表示

Fig. 3 Factor graph of the joint posterior distribution

(2)PF 算法。在统计信号处理中,对于非线性状态空间模型有一类非常重要的解决方法,称为粒子滤波算法,也叫序贯的重要性采样[83](sequential importance sampling, SIS)。重要性采样主要为了解决目标分布无法准确获得的情形下的采样问题,它通过选取一个易于采样的提议分布,对提议分布进行采样得到的采样点称为粒子,将提议分布与目标分布的比值作为权重,最后按照权重对粒子加权相加得到对目标分布的估计。将式(2)表示的状态空间模型写成概率形式[86]:

$$\boldsymbol{Y}_t \mid (X_{0:t} = x_{0:t}, Y_{0:t} = y_{0:t}) \sim g_\theta(y_t \mid x_t)$$

$$X_0 = \mu_\theta(x_0)$$
$$X_n \mid (X_{0:1-t} = x_{0:t-1}) \sim f_\theta(x_t \mid x_{t-1}) \tag{50}$$

利用观测方程得到的似然概率和状态转移方程得到的转移概率,可以在每一步迭代更新中进行一轮重要性采样。注意到重要性采样过程中会出现退化问题,因而在每一步采样后通常会增加一步重采样,得到序贯的重要性重采样(sequential importance resampling, SIR)算法[87]。文献[88]给出了基于 SIR 的动态贝叶斯压缩感知重构算法,假设状态方程为:

$$\boldsymbol{x}_t = \boldsymbol{P}_t \boldsymbol{x}_{t-1} + \boldsymbol{v}_t \tag{51}$$

式中:$\boldsymbol{P}_t$ 可以是单位矩阵或任意置换矩阵。原来的过程噪声 v_t 在此处看作是新息,由于信号具有缓慢变化的特性,因而 v_t 是一个极其稀疏的向量。对每一时刻的状态变量 $\boldsymbol{x}_t$ 和新息 $\boldsymbol{v}_t$ 都假设有如下先验概率:

$$\begin{aligned} p(x_t^{(i)}) &= \int_0^\infty N(x_t^{(i)};0,u_t^{(i)})p(u_t^{(i)})\mathrm{d}u_t^{(i)} \\ p(v_t^{(i)}) &= \int_0^\infty N(v_t^{(i)};0,z_t^{(i)})p(z_t^{(i)})\mathrm{d}z_t^{(i)} \end{aligned} \tag{52}$$

超参数 $u_t^{(i)}$ 和 $z_t^{(i)}$ 都假设服从广义逆高斯分布。运用文献[88]中定理 1,在给定超参数 $u_t^{(i)}$ 和 $z_t^{(i)}$ 的情况下,可以将上述非线性高斯模型转化为线性高斯模型,这有利于运用卡尔曼滤波的相关公式计算 x_t 的条件后验概率表达式。基于 SIR 的动态贝叶斯压缩感知重构算法的基本思路是:先运用 SIR 得到对 u_t 和 z_t 的近似估计,再根据上一时刻 x_{t-1} 的估计值和 u_t、z_t 对条件后验概率 $p(x_t \mid y_t, x_{t-1}, u_t, z_t)$ 做吉布斯采样估计,得到的估计值 x_t 又作为下一时刻迭代的先验信息,依此构成序贯的重构算法。

3 动态压缩感知应用

3.1 视频压缩感知

视频压缩感知是压缩感知成像技术的动态发展。视频压缩感知同时利用视频信号每一帧图像内部的空间结构冗余和帧间的时间冗余,以比静态压缩感知更大的压缩比精准恢复原始视频信号。与静态成像中的单像素相机(single-pixel camera, SPC)类似,视频信号动态压缩测量过程的硬件实现方法主要包括[89]:空间多路相机(spatial multiplexing camera, SMC),时间多路相机(Temporal Multiplexing Camera, TMC)和谱角多路相机(spectral and angular multiplexing camera, SAMC)。在视频信号的恢复问题中,如何刻画相邻帧间的像素变化是视频信号建模的重点,常用的模型包括稀疏新息模型、低秩矩阵模型、运动补偿模型和光流模型。一般视频信号的重构算法多是基于静态图像重构算法的改进,在视频信号处理问题中,常选定某一帧作为背景图像,将其他帧相对于该帧的变化称为前景图像,视频帧间缓慢变化的特性使得前景图像的像素矩阵向量化后非常稀疏,十分有利于压缩感知重构算法的运用。文献[66]提出了一种基于 $\ell_1-\ell_1$ 最小化的自适应采样率重构算法先运用运动补偿算法得到前景图像的初始估计,再运用该初始估计的观测值与真实的前景图像观测值的残差,通过 $\ell_1-\ell_1$ 最小化算法求解真实的前景图像,由于该算法采用直接将整幅图像的像素矩阵向量化,导致待求解向量维度较高,计算速度很慢。绝大多数的视频压缩和恢复算法选择对视频帧进行均匀且独立地分块,分别对每一个小块进行压缩和恢复,这种基于分块的视频处理方法大大降低了测量矩阵的维度,减轻存储负担,提高计算效率。Chen 等[90]提出的基于多假设预测的视频重构算法,先对视频序列在时间维度上进行分组,每组内的第 1 帧为关键帧,其他帧为要通过重构算法求解的帧(CS 帧),如图 4 所示。通过在关键帧上按照某种匹配准则搜索与 CS 帧上的待重构块相近的若干块,运用相近块构建对待重构块的多假设预测,由于该预测值与待重构块间的偏差一般比较稀疏,因而可以将预测的压缩测量值与真实的测量值相减得到偏差的压缩测量值,进而用 CS 重构算法求得该偏差,最终得到待重构块。Zhao 等[91]则进一步考虑残差不稀疏的情形,运用 DCT 字典矩阵对预测值与待重构块间的偏差进行重加权稀疏表示,用稀疏表示后的因子作为稀疏判罚项进行优化求解。总结而言,上述视频重构都是基于残差重构的思想,各自的不同在于如何构建残差以及如何运用残差实现对最终解的优化。

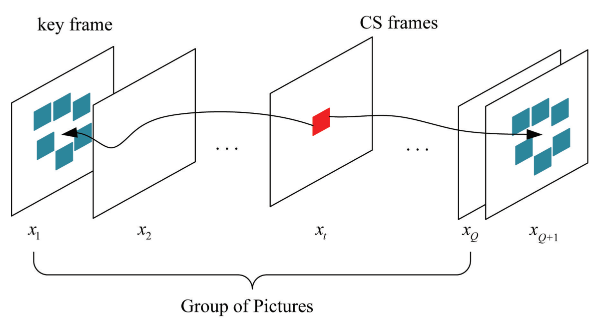


图 4 视频序列的图像组划分

Fig. 4 Group of pictures

3.2 动态磁感应成像技术

动态核磁共振成像(dynamic MRI, DMRI)可看作是视频压缩感知的应用实例之一,但由于生理信号通常变化速度较快,且在特定的变换域下拥有较为复杂的结构特性,因而通常被作为独立的应用分支进行研究。对于 DMRI,更短的扫描时间和精准的在线重构是捕捉快速变化的生理现象的关键,而缩短扫描时间又意味着需要算法用更少的测量数达到精准重构。DMRI 多采用 k-t 空间模型,经傅里叶变换后的对应空间为 x-f 空间,对

DMRI 序列的表示采用 Casorati 矩阵。Jung 等[92]提出的 k-t FOCUSS 算法是用传统压缩感知算法重构 DMRI 的代表,该方法需指定一个参考图像,基于参考图像计算帧间的运动补偿。Vaswani 等将自己提出的 KF-CS 和 LS-CS 算法与 k-t FOCUSS 方法进行了对比,得出 KF-CS、LS-CS 的精度要高于 k-t FCOUSS 的结论。Lingala 等[44]提出的盲 DCS 重构方法,将 MRI 序列表示为一组时域基函数的线性组合,并通过同时更新字典基和稀疏因子,从而达到高精度重构。文献[93]还提出了一种非局部低秩正则化(nonlocal low-rank regularization, NLR)的方法,将待重构信号在时空两个维度划分为相互重叠的三维小块,块间的相似性使数据矩阵具有非局部低秩性,将低秩性与压缩感知算法相融合,可以提高重构精度,但该算法计算速度较慢。

3.3 目标检测与跟踪

动态压缩感知也被广泛应用于计算机视觉的目标追踪问题中。Zhang 等[100]提出了压缩追踪(compressive tracking, CT)算法,该方法利用一个固定的压缩测量矩阵,从多尺度图像特征空间中提取低维特征,再利用朴素贝叶斯分类器对压缩域内的特征进行在线更新分类,CT 算法的主要过程如图 5 所示。文献[101]对 CT 算法进行改进,提出了一种快速压缩追踪(FCT)算法,通过采用一种由粗到细的滑动窗口搜索策略来降低计算复杂度。当追踪目标的外观或尺度发生变化时,CT 和 FCT 由于采用固定的压缩测量矩阵会造成追踪漂移问题。为了解决该问题,文献[103]提出采用多个压缩测量矩阵的多尺度追踪方法,每一测量矩阵提取的特征之间互补,最后在分类器中对各个特征自适应地赋予相应的权重。Wang 等[105]基于粒子滤波的框架提出了一种压缩粒子滤波(CPF)方法,该方法将追踪目标建模为空间连续的像素集合,以像素密度作为中间变量构建状态空间方程,再运用粒子滤波算法求解追踪目标的特征向量。基于 CPF 的追踪算法可以实现实时在线追踪,因而得到了广泛研究,出现了大批基于 CPF 的改进算法[106]。

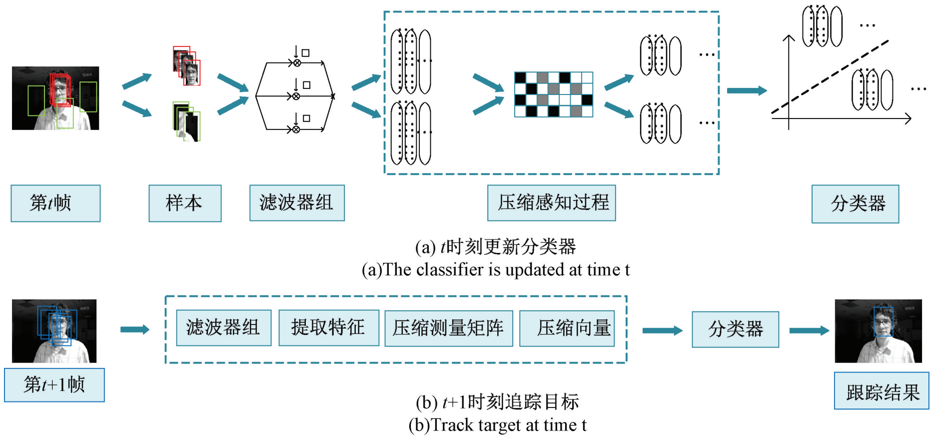


图 5 压缩跟踪算法

Fig. 5 Compressive Tracking

3.4 多用户检测技术

随着 5G 通信技术的迅猛发展,许多学者也将压缩感知理论引入到 5G 的相关研究中[108]。在 5G 网络中采用的非正交多址接入方式(non-orthogonal multiple access, NOMA)具有用户可以随意接入和退出的特点,因此对接入用户的准确检测和定位显得尤为重要。基于传统压缩感知的多用户检测技术(multi-user detection, MUD)未考虑相邻时间段接入用户集的时间关联性,文献[109]基于这种时间关联性,将 DCS 重构算法运用于 MUD 的优化求解问题,该方法假设接入用户集不变,基于此用户集运用压缩感知算法重构估计下一时段的传输信号,再对该估计值进行支撑集校正,得到最终的 MUD 检测结果。文献[110]基于 5G 通信中的超可靠和低延迟通信(ultra reliable and low latency communication, URLLC)场景提出了一种基于动态自适应压缩感知(DACS)的 MUD 方法,该方法可以在未知接入用户集稀疏度的前提下,通过逐步增加用户数自适应地求解真实的接入用户量,最后通过一步反向追踪来进一步修正对接入用户集的估计。

4 结论与展望

动态压缩感知将传统压缩感知的思想引入到动态领域,丰富了压缩感知的理论框架,也拓展了其在工程实际中的应用范围。国外学者对于动态压缩感知的研究已持续多年,为动态压缩感知领域贡献了很多非常经典的算法。相比之下,国内对于 DCS 的研究起步较晚,大多集中于算法的应用层面,且研究成果比较分散,没有系统

化。DCS 领域的研究还有很多问题亟待突破,对于发展前景建议如下。

1) 对动态信号建模需要将实际中复杂的信号简化为常用的数学模型,如何准确地模拟信号中的关键信息是建模的难点所在。本文简单介绍了几种动态信号的建模方法,这些方法基于 DCS 中最关键的稀疏特性,运用多种数学工具模拟信号随时间的演化过程。对于稀疏特性而言,概率模型本身可以通过超参数的收缩控制解向量的稀疏度,可以包含的信息量多于确定性模型。在统计学习领域已涌现大批促进随机变量稀疏度的模型,将这些模型恰当地运用到 DCS 重构算法中极有利于稀疏解的产生。此外,很多信号都在时间或空间上具有各自的结构特性,如图像在小波基变换下的稀疏因子具有树状结构,如果在建模过程中丢失了信号本身的一些结构信息,很可能会降低算法的精度。因此,利用信号本身的结构特性选择合适的数学模型,对于 DCS 算法性能的提升具有十分重要的意义。

2) 随着机器学习的快速发展,深度学习的方法也被运用到压缩感知领域中。基于深度学习的压缩感知方法用一个经过训练得到的测量函数代替原来的测量矩阵,相比于事先选取的固定测量矩阵,基于数据集训练得到的测量函数对原始信号具有更强的适应性。目前深度学习向压缩感知领域的引入还仅限于静态压缩感知范围,因而基于深度学习的动态压缩感知研究将会是一个全新的研究领域,亟待解决的问题主要包括如何将训练测量函数的过程与动态信号随时间的演化特性相结合,以及求解相应的解编码过程等。

3) 线性压缩测量过程一直是压缩感知领域研究的主要研究对象,但在实际应用中很多情形都属于非线性测量的范畴,如目标追踪和相位反演等。这类非线性问题目前多采用拓展的卡尔曼滤波算法、无极卡尔曼滤波以及粒子滤波算法求解。拓展的卡尔曼滤波算法用泰勒展开将非线性问题转化为线性问题,忽略高阶信息,因而只能解决弱线性问题;无极卡尔曼滤波算法则基于非线性函数的相关统计量,直接对非线性函数的后验概率函数进行估计;基于粒子滤波的算法同样也是直接解决非线性问题,除了粒子退化问题,粒子滤波算法还有计算量大的缺点。尽管如此,粒子滤波算法仍然是这 3 类算法中精度最高,应用最广泛的方法。在非线性动态压缩测量中,对粒子滤波算法的改进主要应从减少粒子数的目标出发,发展自适应粒子滤波算法。

4) 与成像技术不同,工程实际中存在的检测与追踪问题并不需要重构出完整的动态信号,根据压缩测量所得的观测信号直接进行检测与跟踪可以大大减少计算的复杂度。已有文献初步讨论直接进行检测与追踪的方法,目前存在的难点主要在于如何运用前一时刻的检测结果或位置信息直接对下一时刻的状态进行估计。此外,如何评估检测与跟踪的结果的准确性也是值得进一步探索的部分。

参考文献

[1] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.

[2] CANDÈS E J, WAKIN M B. An introduction to compressive sampling a sensing/sampling paradigm that goes against the common knowledge in data acquisition[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.

[3] BARANIUK R G. Compressive sensing[J]. Conference on Information Sciences & Systems, 2008.

[4] 焦李成, 杨淑媛, 刘芳, 等. 压缩感知回顾与展望[J]. 电子学报, 2011, 39(7):1651-1662.
JIAO L CH, YANG SH Y, LIU F, et al. Development and prospect of compressive sensing [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(7):1651-1662.

[5] RANI M, DHOK S B, DESHMUKH R B. A systematic review of compressive sensing: Concepts, implementations and applications [J]. IEEE Access, 2018(6): 4875-4894.

[6] 孙洪, 张智林, 余磊. 从稀疏到结构化稀疏: 贝叶斯方法[J]. 信号处理, 2012, 28(6): 759-773.
SUN H, ZHANG ZH L, YU L. From sparsity to structured sparsity: Bayesian perspective [J]. Signal Processing, 2012, 28(6): 759-773.

[7] VASWANI N, ZHAN J. Recursive recovery of sparse signal sequences from compressive measurements: A review[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(13): 3523-3549.

[8] CANDES E J, ELDAR Y C, NEEDELL D, et al. Compressed sensing with coherent and redundant dictionaries[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 31(1): 59-73.

[9] CARMI A Y. Compressive system identification: Sequential methods and entropy bounds [J]. Digital Signal Processing, 2013, 23(3): 751-770.

[10] VASWANI N. KF-CS: Compressive sensing on Kalman filtered residual [J]. Computer Science, 2009, arXiv:0912.1628.

[11] VASWANI N. LS-CS-residual (LS-CS): Compressive sensing on least squares residual[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4108-4120.

[12] VASWANI N. Kalman filtered compressed sensing[C]. 15th IEEE International Conference on Image Processing, 2008: 893-896.

[13] Vaswani N, Lu W. Modified-CS: Modifying compressive sensing for problems with partially known support[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(9): 4595-4607.

[14] RAISALI F, VASWANI N. Stability (over time) of regularized modified cs (noisy) for recursive causal sparse reconstruction[C]. 45th Annual Conference on Information Sciences and Systems, IEEE, 2011: 1-6.

[15] ASIF M S. Dynamic compressive sensing: Sparse recovery algorithms for streaming signals and video[D]. Atlanta: Georgia Institute of Technology, 2013.

[16] ZHANG Z, RAO B D. Sparse signal recovery in the presence of correlated multiple measurement vectors[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2010: 3986-3989.

[17] JI S, XUE Y, CARIN L. Bayesian compressive sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(6): 2346.

[18] CEVHER V, DUARTE M F, HEGDE C, et al. Sparse signal recovery using markov random fields [C]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2009: 257-264.

[19] HE L, CHEN H, CARIN L. Tree-structured compressive sensing with variational Bayesian analysis [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 17(3): 233-236.

[20] ZINIEL J, SCHNITER P. Efficient high-dimensional inference in the multiple measurement vector problem[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 61(2): 340-354.

[21] VILA J P, SCHNITER P. Expectation-maximization Gaussian-mixture approximate message passing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(19): 4658-4672.

[22] BABACAN S D, NAKAJIMA S, DO M N. Bayesian group-sparse modeling and variational inference [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(11): 2906-2921.

[23] ZHANG G, KINGSBURY N. Markov-tree Bayesian group-sparse modeling with wavelets [C]. IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP), 2016: 1-5.

[24] ASIF M S, ROMBERG J. Sparse recovery of streaming signals using ℓ_1-homotopy [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(16): 4209-4223.

[25] VASWANI N, ZHAN J. Recursive recovery of sparse signal sequences from compressive measurements: A review[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(13): 3523-3549.

[26] MONTGOMERY J M, NYHAN B. Bayesian model averaging: Theoretical developments and practical applications[J]. Political Analysis, 2010, 18(2): 245-270.

[27] ZINIEL J, SCHNITER P. Dynamic compressive sensing of time-varying signals via approximate message passing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(21): 5270-5284.

[28] ZINIEL J, SCHNITER P. Efficient high-dimensional inference in the multiple measurement vector problem[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 61(2): 340-354.

[29] TIPPING M E. The relevance vector machine [C]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2000: 652-658.

[30] TIPPING M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine [J]. Journal of Machine Learning Research, 2001, 1(3): 211-244.

[31] ZHANG Z, RAO B D. Sparse signal recovery with temporally correlated source vectors using sparse Bayesian learning[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011, 5(5): 912-926.

[32] ZHANG Z, RAO B D. Extension of SBL algorithms for the recovery of block sparse signals with intra-block correlation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(8): 2009-2015.

[33] ZHANG Z, JUNG T P, MAKEIG S, et al. Low energy wireless body-area networks for fetal ECG telemonitoring via the framework of block sparse Bayesian learning[C]. Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2012.

[34] COTTER S F, RAO B D, ENGAN K, et al. Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(7): 2477-2488.

[35] RAO B D, ZHANG Z, JIN Y. Sparse signal recovery in the presence of intra-vector and inter-vector correlation[C]. International Conference on Signal Processing and Communications (SPCOM), IEEE, 2012: 1-5.

[36] ZHANG Z, RAO B D. Sparse signal recovery in the presence of correlated multiple measurement vectors[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2010: 3986-3989.

[37] ZHANG Z L, RAO B D. Exploiting correlation in sparse signal recovery problems: Multiple measurement vectors, block sparsity, and time-varying sparsity [J]. Computer Science, 2011, arXiv: 1105.0725.

[38] LIU X, ZHANG X, CAETANO T. Bayesian models for structured sparse estimation via set cover prior [C]. Joint European Conference on Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases, 2014: 273-289.

[39] CANDES E J, ROMBERG J K, TAO T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics: A Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences, 2006, 59 (8): 1207-1223.

[40] ELAD M. Sparse and Redundant Representations: From Theory to Applications in Signal and Image Processing[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2010.

[41] CANDES E J, PLAN Y. A probabilistic and RIPless theory of compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(11): 7235-7254.

[42] CANDES E J, ELDAR Y C, NEEDELL D, et al. Compressed sensing with coherent and redundant dictionaries[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 31(1): 59-73.

[43] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311.

[44] Lingala S G, Jacob M. A blind compressive sensing frame work for accelerated dynamic MRI[C]. 2012 9th IEEE International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI). IEEE, 2012: 1060-1063.

[45] BHAVE S, LINGALA S G, JACOB M. A variable splitting based algorithm for fast multi-coil blind compressed sensing MRI reconstruction [C]. 36th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, 2014: 2400-2403.

[46] GARCIA-CARDONA C, WOHLBERG B. Convolutional dictionary learning: A comparative review and new algorithms [J]. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2018, 4(3): 366-381.

[47] KREUTZ-DELGADO K, MURRAY J F, RAO B D, et al. Dictionary learning algorithms for sparse representation[J]. Neural computation, 2003, 15(2): 349-396.

[48] RUFINER H L, GODDARD J, ROCHA L F, et al. Statistical method for sparse coding of speech including a linear predictive model [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2006, 367: 231-251.

[49] MAIRAL J, BACH F, PONCE J, et al. Online dictionary learning for sparse coding [C]. Proceedings of the 26th Annual International Conference on Machine Learning, ACM, 2009: 689-696.

[50] ZHOU M, CHEN H, PAISLEY J, et al. Nonparametric Bayesian dictionary learning for analysis of noisy and incomplete images [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 21(1): 130-144.

[51] YUAN X. Compressive dynamic range imaging via Bayesian shrinkage dictionary learning [J]. Optical Engineering, 2016, 55(12): 123110.

[52] LINGALA S G, JACOB M. Blind compressive sensing dynamic MRI [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2013, 32(6): 1132-1145.

[53] GARCIA-CARDONA C, WOHLBERG B. Convolutional dictionary learning: A comparative review and new algorithms [J]. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2017, 4(3), 366-381.

[54] BRENDT W. Efficient algorithms for convolutional sparse representations [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2016, 25(1):301-315.

[55] HEIDE F, HEIDRICH W, WETZSTEIN G. Fast and flexible convolutional sparse coding [C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2015:5135-5143.

[56] ZHANG H, PATEL V M. Convolutional sparse and low-rank coding-based image decomposition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2017, 27 (5): 2121-2133.

[57] SERRANO A, HEIDE F, GUTIERREZ D, et al. Convolutional sparse coding for high dynamic range imaging[J]. Computer Graphics Forum, 2016, 35(2): 153-163.

[58] PAPYAN V, SULAM J, ELAD M. Working locally thinking globally: Theoretical guarantees for convolutional sparse coding [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(21), 5687-5701.

[59] CHUN I Y, FESSLER J A. Convolutional dictionary learning: Acceleration and convergence [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2017, 27 (4): 1697-1712.

[60] BOYD S, PARIKH N, CHU E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers [J]. Foundations & Trends in Machine Learning, 2010, 3(1):1-122.

[61] YU G, SAPIRO G. Statistical compressed sensing of Gaussian mixture models [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(12): 5842-5858.

[62] WANG R, LIAO X, GUO J. Convolutional Gaussian mixture models with application to compressive

sensing[C]. IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP), 2018: 298-302.

[63] 郭静波, 汪韧. 基于混沌序列和 RIPless 理论的循环压缩测量矩阵的构造[J]. 物理学报, 2014, 63(19): 198402-198402.
GUO J B, WANG R. Construction of a circulant compressive measurement matrix based on chaotic sequence and RIPless theory[J]. Acta. Phys. Sin., 2014, 63(19): 198402-198402.

[64] WARNELL G, REDDY D, CHELLAPPA R. Adaptive rate compressive sensing for background subtraction[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2012: 1477-1480.

[65] WARNELL G, BHATTACHARYA S, CHELLAPPA R, et al. Adaptive-rate compressive sensing using side information[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24(11): 3846-3857.

[66] MOTA J F C, DELIGIANNIS N, SANKARANARAYANAN A C, et al. Adaptive-rate reconstruction of time-varying signals with application in compressive foreground extraction[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(14): 3651-3666.

[67] ZHAO C, MA S, ZHANG J, et al. Video compressive sensing reconstruction via reweighted residual sparsity[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2016, 27(6): 1182-1195.

[68] MUN S, FOWLER J E. Residual reconstruction for block-based compressed sensing of video[C]. Data Compression Conference, IEEE, 2011: 183-192.

[69] BLUMENSATH T, BOARDMAN R. Non-convexly constrained image reconstruction from nonlinear tomographic X-ray measurements[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2015, 373(2043): 20140393-20140393.

[70] OHLSSON H, VERHAEGEN M, SASTRY S S. Nonlinear compressive particle filtering[C]. IEEE Conference on Decision and Control, 2013: 7054-7059.

[71] WU Y, JIA N, SUN J. Real-time multi-scale tracking based on compressive sensing[J]. Visual Computer, 2015, 31(4): 471-484.

[72] ZHANG T, XU C, YANG M H. Multi-task correlation particle filter for robust object tracking[C]. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2017: 4335-4343.

[73] DONOHO D L. For most large underdetermined systems of equations, the minimal ℓ_1-norm near-solution approximates the sparsest near-solution[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(7): 907-934.

[74] CHEN S, DONOHO D. Basis pursuit[C]. Proceedings of 1994 28th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, IEEE, 1994: 41-44.

[75] 荆楠, 毕卫红, 胡正平, 等. 动态压缩感知综述[J]. 自动化学报, 2015, 41(1): 22-37.
JING N, BI W H, HU ZH P, et al. A survey on dynamic compressed sensing[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(1): 22-37.

[76] STANKOVIĆ V, STANḰOVICL, CHENG S. Compressive image sampling with side information[C]. 16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2009: 3037-3040.

[77] CARRILLO R E, POLANIA L F, BARNER K E. Iterative algorithms for compressed sensing with partially known support[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2010: 3654-3657.

[78] JULIER S J, LAVIOLA J J. On Kalman filtering with nonlinear equality constraints[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(6): 2774-2784.

[79] KHAJEHNEJAD M A, XU W, AVESTIMEHR A S, et al. Weighted ℓ_1 minimization for sparse recovery with prior information[C]. IEEE International Symposium on Information Theory, 2009: 483-487.

[80] TIPPING M E, FAUL A C. Fast marginal likelihood maximisation for sparse Bayesian models[C]. AISTATS, 2003.

[81] PAPANDREOU G, YUILLE A L. Efficient variational inference in large-scale Bayesian compressed sensing[C]. IEEE International Conference on Computer Vision Workshops (ICCV Workshops), 2011: 1332-1339.

[82] TORKAMANI R, SADEGHZADEH R A. Bayesian compressive sensing using wavelet based Markov random fields[J]. Signal Processing: Image Communication, 2017:S092359651730111X.

[83] LIU J S, CHEN R, LOGVINENKO T. A theoretical framework for sequential importance sampling with resampling[C]. Sequential Monte Carlo Methods in Practice, 2001.

[84] CHEN R, LIU J S. Mixture Kalman filters[J]. Journal of the Royal Statistical Society B, 2002, 62(3): 493-508.

[85] CHEN L R. Sequential Monte Carlo methods for dynamic systems[J]. Journal of the American Statistical Association, 1998, 93(443):1032-1044.

[86] CANDY J V. Bayesian signal processing: Classical, modern and particle filtering methods [C]. Bayesian Signal Processing: Classical, Modern, and Particle Filtering Methods, 2009.

[87] KOCH K R. Gibbs sampler by sampling importance resampling [J]. Journal of Geodesy, 2007, 81(9):581-591.

[88] SEJDINOVIĆD, ANDRIEU C, PIECHOCKI R. Bayesian sequential compressed sensing in sparse dynamical systems[C]. Communication, Control, & Computing, IEEE, 2010.

[89] BARANIUK R G, GOLDSTEIN T, SANKARANARAYANAN A C, et al. Compressive video sensing: Algorithms, architectures, and applications[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2017, 34(1): 52-66.

[90] CHEN C, TRAMEL E W, FOWLER J E. Compressed-sensing recovery of images and video using multihypothesis predictions[C]. Conference on Signals, Systems & Computers, IEEE, 2011.

[91] ZHAO C, MA S, ZHANG J, et al. Video compressive sensing reconstruction via reweighted residual sparsity[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2016, 27(6):1-1.

[92] JUNG H, SUNG K, NAYAK K S, et al. k-t FOCUSS: A general compressed sensing framework for high resolution dynamic MRI[J]. Magnetic Resonance in Medicine: An Official Journal of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine, 2009, 61(1): 103-116.

[93] ZHAO D, DONG W, SHI G, et al. Compressive sensing recovery of dynamic MRI via nonlocal low-rank regularization[C]. IEEE China Summit & International Conference on Signal & Information Processing, 2015.

[94] 袁太文, 谢永乐, 毕东杰. 非均匀磁共振压缩成像的交替方向乘子法[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(3): 223-230.
YUAN T W, XIE Y L, BI D J. Alternating direction method of multipliers for non-uniform MR compressive imaging[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(3):223-230.

[95] MONSEES F, WOLTERING M, BOCKELMANN C, et al. Compressive sensing multi-user detection for multicarrier systems in sporadic machine type communication[C]. IEEE 81st Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2015: 1-5.

[96] WANG B, DAI L, MIR T, et al. Joint user activity and data detection based on structured compressive sensing for NOMA[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(7): 1473-1476.

[97] ZHANG J, PAN Y, XU J. Compressive sensing for joint user activity and data detection in grant-free NOMA [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, DOI: 10.1109/LWC.2019.2897552.

[98] WANG B, DAI L, ZHANG Y, et al. Dynamic compressive sensing-based multi-user detection for uplink grant-free NOMA [J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(11): 2320-2323.

[99] 马国玉, 艾渤, 胡显安, 等. 5G 过载零星传输系统中的多用户检测技术性能分析[J]. 电信科学, 2016, 32(8): 39-45.
MA G Y, AI B, HU X AN, et al. Performance analysis of multi-user detection of 5G overloaded sporadic system [J]. Telecommunications Science, 2016, 32(8): 39-45.

[100] BASKARAN J, SUBBAN R. Compressive object tracking: A review and analysis[C]. IEEE International Conference on Computational Intelligence and Computing Research, 2014: 1-7.

[101] ZHANG K, ZHANG L, YANG M H. Real-time compressive tracking [C]. European Conference on Computer Vision, Springer, 2012: 864-877.

[102] ZHANG K, ZHANG L, YANG M H. Fast compressive tracking[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis And Machine Intelligence, 2014, 36(10): 2002-2015.

[103] CHEN T, ZHANG Y, YANG T, et al. Tracking with dynamic weighted compressive model [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2016, 39: 253-265.

[104] 胡久松, 刘宏立, 肖郭璇, 等. 一种基于压缩感知与最近邻的联合定位方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(6):72-78.
HU J S, LIU H L, XIAO G X, et al. Joint location method based on compressed sensing and nearest neighbor[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32(6):72-78.

[105] WANG E, SILVA J, CARIN L. Compressive particle filtering for target tracking[C]. IEEE/SP 15th Workshop on Statistical Signal Processing, 2009: 233-236.

[106] SARKAR R. Particle filtered modified compressed sensing and applications in visual tracking[D]. Ames: Iowa State University, 2012.

[107] MOUSAVI A, PATEL A B, BARANIUK R G. A deep learning approach to structured signal recovery[C]. 53rd Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton), IEEE, 2015: 1336-1343.

[108] SHIM B, SONG B. Multiuser detection via compressive

sensing [J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(7): 972-974.

[109] WANG B, DAI L, ZHANG Y, et al. Dynamic compressive sensing-based multi-user detection for uplink grant-free NOMA [J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(11): 2320-2323.

[110] XIAO J, DENG G, NIE G, et al. Dynamic adaptive compressive sensing-based multi-user detection in uplink URLLC [C]. IEEE Annual International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2018.

作者简介

王雪琼,2017 年于武汉大学获得学士学位,现为清华大学硕士研究生,主要研究方向为动态压缩感知。

E-mail: wxq17@ mails. tsinghua. edu. cn

Wang Xueqiong received her B. Sc. degree from Wuhan University in 2017. Now she is a M. Sc. candidate at Tsinghua University. Her main research interest includes dynamic compressive sensing.

郭静波(通信作者),1983 年于吉林大学获得学士学位, 1992 年和 1996 年于吉林大学获得硕士学位和博士学位,现为清华大学教授、博士生导师,主要研究方向为电力系统通信、信号检测理论与实时实现、压缩感知与稀疏信号处理、混沌理论及应用、电磁目标探测与跟踪、信息物理系统安全等。

E-mail: guojb@ tsinghua. edu. cn

Guo Jingbo (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Jilin University in 1983, M. Sc. and Ph. D. from Jilin University in 1992 and 1996, respectively. He is now a professor and Ph. D. supervisor at Tsinghua University. His main research interests include power line communication, signal detection theory and online realization, compressed sensing and sparse signal processing, chaos theory and its applications, electromagnetic target detection and tracking, cyber-physical systems security.