

基于导向矢量失配估计的鲁棒波束域 自适应波束形成算法

陶震

(河海大学计算机与信息学院 南京 211100)

摘要:针对目标导向矢量与波束指向失配导致自适应波束形成输出信干噪比下降问题,研究了一种基于导向矢量失配估计的鲁棒波束域自适应波束形成算法。该算法首先在信号与噪声子空间内,基于阵列主瓣宽度自适应迭代估计待检测目标导向矢量的失配误差,进而基于目标估计导向矢量计算波束域 ADBF 权值。仿真实验表明,算法在较低信干噪比条件下即能准确估计目标真实导向矢量,进而避免 ADBF 由于导向矢量失配引起的输出信干噪比损失。鲁棒波束域 ADBF 算法收敛速度快,易于工程实施。

关键词:自适应波束形成;导向矢量失配;参数估计

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.70

Robust adaptive beamforming based on steering vector mismatch estimation

Tao Zhen

(College of Computer & Information Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China)

Abstract: In this paper, to overcome the signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR) performance degradation in the presence of large steering vector (SV) mismatches between beam pointing and actual steering vector, we propose a robust adaptive digital beamforming (ADBF) algorithm. The approach iteratively estimates the mismatch errors of actual steering vector based on main lobe width to calculate ADBF weight. Simulation results show that the proposed approach can accurately evaluate the steering vector and avoid the loss of output SINR caused by steering vector mismatch in ADBF.

Keywords: ADBF; steering vector mismatching; parameter estimation

1 引言

自适应波束形成^[1-3] (adaptive digital beamforming, ADBF)是将传统相控阵雷达中射频加权移至数字基带上的波束形成技术,其核心思想是约束天线主波束保形条件下,在干扰入射空间角对干扰的波束方向图进行自适应置零,从而实现干扰抑制,因此具有更高的分辨率和更强的干扰抑制能力,并且这些特性都是建立在期望信号导向矢量等信息精确已知的前提下。然而数字阵列在工作时,会面临诸如阵元间互耦、幅相误差、阵元位置误差等误差因素的影响^[4],其中误差因素造成导向矢量失配^[5-8],使得目标输出信干噪比性能急剧恶化。

波束域 ADBF 算法将阵元数据转换到波束域,提供了干扰角度和干扰源数目信息,设计针对干扰源的辅助波

束,实现对波束域的降维处理,提高了收敛速度,然而当误差因素造成目标导向矢量与波束指向失配时,波束域 ADBF 算法不能自适应地修正目标导向矢量失配误差,使得其输出信干噪比急剧下降,严重影响其性能。

针对目标导向矢量与波束指向失配问题,改进波束域 ADBF 算法的基础上,研究了一种鲁棒波束域 ADBF 算法,该算法在保证波束域 ADBF 原有性能的基础上,在较低信干噪比条件下准确估计目标真实导向矢量,避免 ADBF 由于导向矢量失配引起的输出信干噪比损失,具有收敛速度快、鲁棒性强等特点。仿真实验验证了本算法的有效性。

2 波束域 ADBF 的原理与不足

假定一个 M 阵元的均匀线阵^[3],各阵元天线各项同性,有 K 个有源干扰,其方位入射角分别为 $[\theta_1 \theta_2 \cdots \theta_K]$,

线阵接收信号为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{S}\mathbf{A} + \mathbf{N} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_{\theta_1} \ \mathbf{A}_{\theta_2} \ \cdots \ \mathbf{A}_{\theta_K}]_{K \times 1}$ 为各干扰信号接收复包络, $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_{\theta_1} \ \mathbf{S}_{\theta_2} \ \cdots \ \mathbf{S}_{\theta_K}]_{M \times K}$ 为各干扰信号的阵列流形, $\mathbf{N}$ 为系统噪声, 干扰信号阵列流形 $\mathbf{S}_{\theta_i}$ 为:

$$\mathbf{S}_{\theta_i} = [1 \ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_i} \ \cdots \ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1) \sin \theta_i}]^T \quad (2)$$

式中: θ_i 为干扰入射角, d 为阵元间距, λ 为雷达波长, 上标 T 表示转置符号。假定数字阵列波束指向为 θ_0 , 其主波束导引矢量为:

$$\mathbf{S}_{\theta_0} = \mathbf{a}(\theta_0) = [1 \ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_0} \ \cdots \ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1) \sin \theta_0}]^T \quad (3)$$

波束域 ADBF 算法经幅相加权后实现和波束方位超低副瓣, 输出信号为:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{a}(\theta_0)^H \mathbf{X} \quad (4)$$

采用 MUSIC 算法获得干扰空间角, 然后在波束域选取针对干扰方向的辅助波束, 当存在 K 个干扰时, 其辅助波束输出为:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}_K^H \mathbf{X} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{F}_K = [\mathbf{S}_{K-1} \ \mathbf{S}_{K-2} \ \cdots \ \mathbf{S}_{K-K}]$, $\mathbf{S}_{K-i} = [1 \ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_{K-i}} \ \cdots \ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1) \sin \theta_{K-i}}]^T$, θ_{K-i} 为第 i 个干扰的空域入射角。最后利用干扰辅助波束对消常规和波束中的干扰信号, 即:

$$\mathbf{W}_{RD} = \mathbf{R}_C^{-1} \mathbf{R}_{CZ} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{R}_C = E[\mathbf{C}^H \mathbf{C}]$, $\mathbf{R}_{CZ} = E[\mathbf{Z}^H \mathbf{C}]$, 也由时域脉冲样本或空域距离单元样本估计得到。

存在干扰的条件下波束域 ADBF 方法的自适应天线方向图为:

$$\mathbf{\Sigma}_{\theta} = \mathbf{\Sigma}_{\theta} - \mathbf{W}_{RD} \mathbf{G}_C \quad (7)$$

式中: $\mathbf{\Sigma}_{\theta}$ 、 $\mathbf{G}_C$ 分别为常规和波束方向图与辅助天线方向图。

当波束指向与目标导向矢量不匹配, 目标的输出信噪比 (SNR) 会有较大的损失, 由图 1 可知, 当目标输入信干比为 0 dB, 干噪比为 20 dB, 波束指向在 7° 附近时, 此时与目标真实导向矢量重合, 目标输出信噪比最大。而随着波束指向远离 7° 时, 目标输出信噪比性能在逐渐降低。因此为了进一步改善波束域 ADBF 的目标输出性能, 需要对波束域 ADBF 的目标导向矢量进行修正, 进而修正波束域 ADBF 的权值。

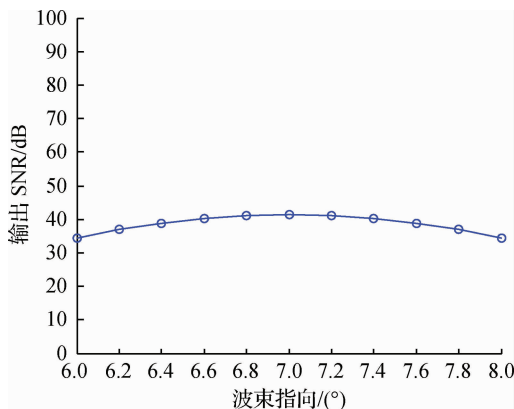


图 1 波束域 ADBF 的目标输出 SNR 随波束指向的变化

3 基于导向矢量失配估计的鲁棒波束域 ADBF

自适应波束形成问题本质上是设计最优权重向量来最大限度的减少干扰加噪声的输出功率^[9-15], 提高阵列输出的信干噪比:

$$\min_w \mathbf{R} \mathbf{w}$$

$$\text{s. t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(t) = 1 \quad (8)$$

式中: $\mathbf{a}(t) = [1 \ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \sin t} \ \cdots \ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1) \sin t}]^T$, $\mathbf{a}(t)$ 表示目标信号的导向矢量, t 表示目标指向角度, $\mathbf{R}$ 表示信号加干扰协方差矩阵, $\mathbf{w}$ 表示自适应波束形成最优权重向量。

当目标导向矢量与波束指向匹配时, 信号加干扰子空间 $\mathbf{U}_r$ 通过协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 的 q 个有效特征向量组成, 其在子空间的投影矩阵可表示为 $\mathbf{U}_r \mathbf{U}_r^H$, q 表示在阵列中起作用的信号加干扰的总数 $\mathbf{U}_r(\Delta)$ 。但当目标真实的导向矢量 $\mathbf{a}(t)$ 与假设的导向矢量 $\bar{\mathbf{a}}(t)$ 不匹配时, 如图 2 所示, 信号加干扰子空间就变为:

$$\mathbf{U}_r(\Delta) = [\mathbf{P}\{\mathbf{Q}(\Delta)\} [\mathbf{u}_1 \ \cdots \ \mathbf{u}_q]] \quad (9)$$

其中, $\mathbf{P}\{\mathbf{Q}(\Delta)\}$ 为 $\mathbf{Q}(\Delta)$ 的最大特征值对应的特征向量, $\mathbf{Q}(\Delta)$ 是一个正定矩阵, 可表示为:

$$\mathbf{Q}(\Delta) = \int_{-\pi}^{\pi} \bar{\mathbf{a}}(\varphi + \phi) \bar{\mathbf{a}}^H(\varphi + \phi) d\phi \quad (10)$$

式中: φ 表示观察方向, Δ 表示阵列主瓣宽度内的空间扇区, $\mathbf{u}_m$ 表示协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 的第 m 个特征向量, 是按特征值递减顺序排序的。在一定信噪比条件下, $\Delta = 0$, $\mathbf{U}_r(\Delta)$ 近似等于 $\mathbf{U}_r$ 。因此可以通过所给的失配矢量的范数来设计波束域的权值:

$$\min_a (t)^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(t)$$

$$\text{s. t. } \|\mathbf{a}(t) - \bar{\mathbf{a}}(t)\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (11)$$

为了避免式(11)收敛到零解, 必须使 $\varepsilon \leq \|\bar{\mathbf{a}}(t)\|_2^2$ 。

采用拉格朗日乘子法:

$$L(\mathbf{a}(t), \mu) = \mathbf{a}^H(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(t) + \mu (\|\mathbf{a}(t) - \bar{\mathbf{a}}(t)\|_2^2 - \varepsilon) \quad (12)$$

对 $L(\mathbf{a}(t), \mu)$ 关于 $\mathbf{a}(t)$ 的求导, 使 $\frac{\partial L(\mathbf{a}(t), \mu)}{\partial \mathbf{a}(t)} = 0$,

整理得到最优的目标信号导向矢量为:

$$\hat{\mathbf{a}}(t) = \left(\frac{\mathbf{R}^{-1}}{\mu} + \mathbf{I} \right)^{-1} \bar{\mathbf{a}}(t) = \bar{\mathbf{a}}(t) - (\mathbf{I} + \mu \mathbf{R})^{-1} \bar{\mathbf{a}}(t) \quad (13)$$

将式(13)代入约束条件式(12)中, 得到关于拉格朗日算子 μ 的方程:

$$g(\mu) \equiv \|\mathbf{I} + \mu \mathbf{R}\|^{-1} \bar{\mathbf{a}}(t)\|_2^2 = \varepsilon \quad (14)$$

式中: $\mathbf{I}$ 表示单位矩阵, ε 表示不确定等级, μ 表示拉格朗日算子。

令 $\hat{\mathbf{e}}$ 为 $\mathbf{a}(t)$ 与 $\bar{\mathbf{a}}(t)$ 之间的失配矢量, 即 $\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{a}(t) - \bar{\mathbf{a}}(t)$ 。从图 2 可以看出, $\hat{\mathbf{e}}$ 被分解为非零的两两正交向量, 分别位于信号子空间与干扰子空间, 即 $\hat{\mathbf{e}}_{\parallel \mathbf{U}_r}$ 和 $\hat{\mathbf{e}}_{\perp \mathbf{U}_r}$ 。

由此, 失配矢量 $\hat{\mathbf{e}}$ 可被近似表示为:

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_{\parallel \mathbf{U}_r} + \mathbf{e}_{\perp \mathbf{U}_r} =$$

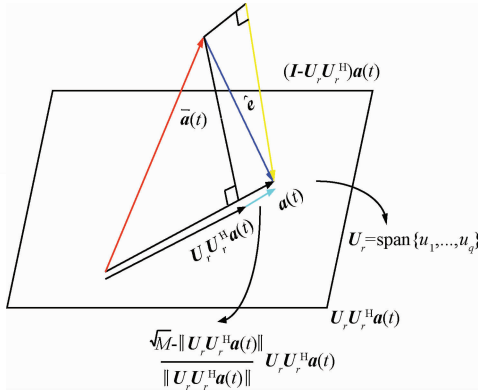


图2 子空间关系的几何解释

$$\left(\frac{\sqrt{M}}{\|U_r U_r^H a(t)\|_2} - 2 \right) U_r U_r^H a(t) + \bar{a}(t) \quad (15)$$

式中:上标H表示共轭转置。阵列主瓣宽度内的空间扇区 Δ 满足:

$$\Delta = \operatorname{argmin} \|\hat{e}(U_r(\Delta))\|_2 \quad \Delta \geq 0 \quad (16)$$

在一定信噪比条件下,使得失配矢量 $\hat{e}(U_r(\Delta))$ 的2-范数最小,此时意味着目标真实导向矢量与假设的目标导向矢量无限接近,空间扇区 Δ 为0。结合波束域 ADBF 算法,图3给出了鲁棒波束域 ADBF 算法流程。

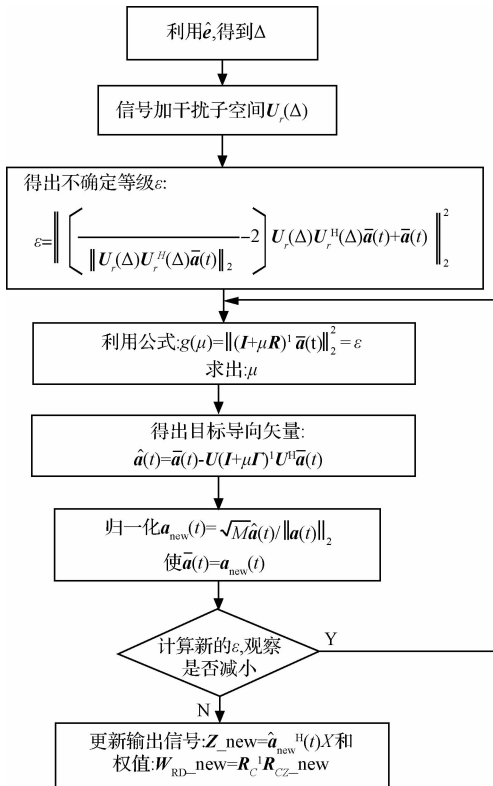


图3 鲁棒波束域 ADBF 算法流程

图3中, $\mathbf{F}$ 表示协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 的特征值组成的对角矩阵, $\mathbf{U}$ 表示协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 的特征向量组成的正交矩阵, $\mathbf{Z}_{\text{new}}$ 表示经幅相加权后和波束方位超低副瓣的输出信

号, $\mathbf{W}_{\text{RD_new}}$ 表示鲁棒波束域 ADBF 的权值, $\mathbf{R}_c = E[\mathbf{C}^H \mathbf{C}]$, $\mathbf{R}_{\text{CZ_new}} = E[\mathbf{Z}_{\text{new}}^H \mathbf{C}]$,由时域脉冲样本或空域距离单元样本估计得到。图4为鲁棒波束域 ADBF 原理。

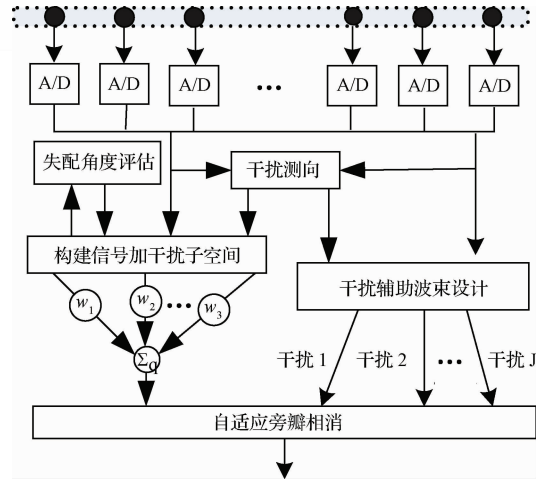


图4 鲁棒波束域 ADBF 原理

4 仿真与结果分析

下面通过计算机仿真试验来验证鲁棒波束域 ADBF 算法的性能。雷达系统仿真参数如表1所示;假定无源探测系统数字阵列接收信号中存在3个有源干扰,其入射空间角分别为 -60° 、 -40° 、 60° ,每个干扰阵元的干噪比为20 dB。以下仿真计算结果均为100独立蒙特卡洛实验的平均值。

表1 雷达系统仿真参数

参数名称	参数数值
脉冲重复频率	4 000 Hz
采样带宽	5 MHz
阵元个数	64
阵元个数与波长比值	1/2
目标方位角	7°
阵列主瓣角度范围	$4^\circ \sim 10^\circ$
波束指向	6°
时域采样单元	200

采用均方根误差(RMSE)来量化分析基于鲁棒 ADBF 算法的导向矢量的精度。 Y 为总实验次数,则均方根误差定义为:

$$\theta_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{Y} \sum_{y=1}^Y (\hat{\theta}_y - \theta')^2} \quad (17)$$

式中: $\hat{\theta}_y$ 表示第 y 次试验目标方位角的估计值, θ' 表示实际目标方位角。图5给出了目标角度估计 RMSE 随目标输入信干比的变化曲线,随着目标输入信干比的提高,鲁棒波束域 ADBF 的导向矢量误差在逐渐降低最终趋近于0。

当目标输入信干比为0 dB,干噪比为10 dB,图6给出

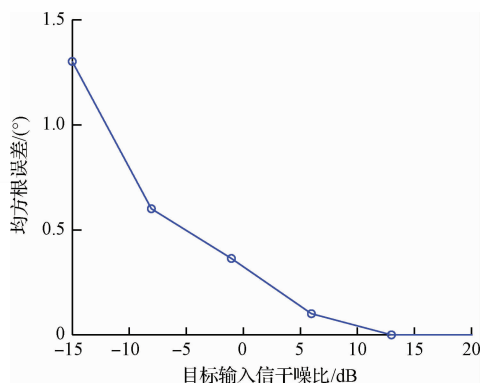


图5 目标导向矢量误差随目标输入信干比的变化

了不同波束指向角条件下的输出信噪比曲线。实验结果可知,鲁棒波束域 ADBF 的目标输出信噪比随着目标观测角度的变化几乎不变,稳定在 28 dB 左右,而波束域 ADBF 的目标输出信噪比则发生着不规则的变化。图 7 给出了鲁棒波束域 ADBF 算法的自适应天线方向图。可见,经过导引矢量失配估计,修正的波束指向与目标真实位置一致,位于 7° 处,这进一步验证了本文算法的准确性。

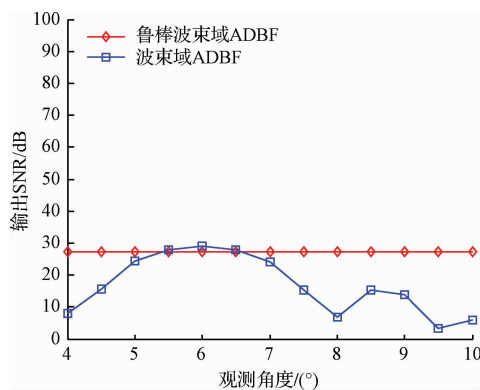


图6 目标输出 SNR 随观测角度的变化

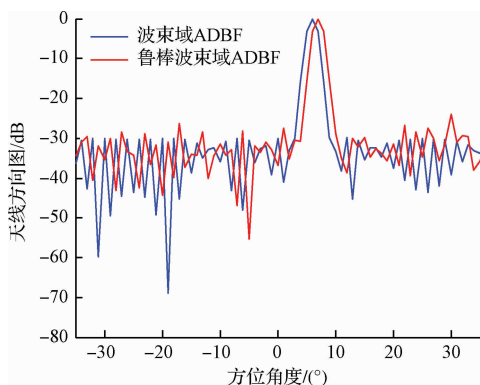


图7 归一化自适应天线方向

图 8 给出了不同目标输入信干比条件下的目标输出信噪比曲线。实验结果可知,波束域 ADBF 的输出性能明显低于鲁棒波束域 ADBF;当目标输入信干比在 -10 dB 时,由于导引矢量估计误差,鲁棒波束域 ADBF 性能与波束域 ADBF 性能相当,但随着目标输入信干比的增大,鲁棒波

束域 ADBF 的目标输出信噪比越来越接近目标最优输出信噪比,在目标输入信干比为 0 dB 时,鲁棒波束域 ADBF 的目标输出信噪比比波束域 ADBF 的目标输出信噪比约 5 dB。

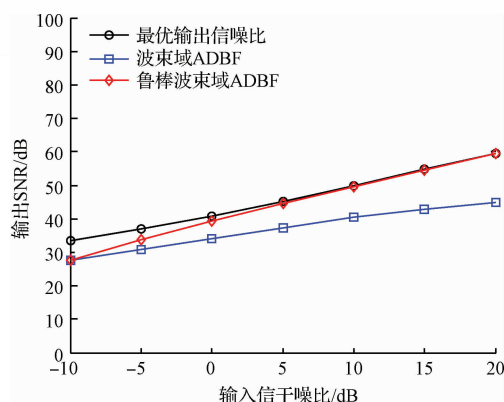


图8 波束域 ADBF 和鲁棒波束域 ADBF 目标输出 SNR

5 结 论

本文针对波束指向角度与目标角度不匹配问题,研究了一种基于导向矢量失配估计的鲁棒波束域 ADBF 算法。鲁棒波束域 ADBF 算法通过在目标真实的导向矢量与假设的导向矢量之间使用不确定的角度范围去模拟失配,迭代出目标真实的导向矢量,优化了波束域 ADBF 算法,提高了波束域 ADBF 的输出信干噪比。仿真实验结果验证了本文方法的有效性。

参 考 文 献

- [1] 张涛. 导向矢量失配条件下的稳健自适应波束成形研究[D]. 北京:中国科学技术大学,2014.
- [2] LIE J P, SER W, SEE C M S. Adaptive uncertainty based iterative robust capon beamformer using steering vector mismatch estimation[J]. Signal Processing IEEE Transactions on, 2011, 59(9):4483-4488.
- [3] 黄飞. 阵列天线快速自适应波束形成技术研究[D]. 南京:南京理工大学,2010.
- [4] ZHANG W, WANG J, WU S. Robust capon beamforming against large DOA mismatch[J]. Signal Processing, 2013, 93(4):804-810.
- [5] WANG X, XIE J, HE Z, et al. A robust generalized sidelobe canceller via steering vector estimation[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2016, 2016(1):1-11.
- [6] KHABBAZIBASMEJ A, VOROBYOV S A, HAS-SANIEN A. Robust adaptive beamforming based on steering vector estimation with as little as possible prior information[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(6):2974-2987.

(下转第 42 页)