DOI：10.19652/j.cnki.femt.2406293

# 利用 Gauss-Newton 算法探究电极数对 EIT 重建图像质量的影响

宋振忠　张素勤　杨懿铄　田　吉　黄宇宇
（贵州中医药大学时珍学院 贵阳 550200）

**摘　要：**电阻抗成像（electrical impedance tomography，EIT）技术是一种安全无创、廉价便捷的新型成像技术，通过测量边界电压重建物体组织内部的电导率分布。为了更进一步提升 EIT 重建图像的质量，通过 Gauss-Newton 算法分析不同电极数、不同有限元数对 EIT 重建图像质量的影响，并利用相关系数评估 EIT 重建图像的质量。仿真结果表明，若保持有限元数不变，电极数越多，EIT 重建图像的质量越好；同时，若电极数保持不变，有限元数越多，目标物体轮廓形状更接近于真实值，但是 EIT 重建图像的质量略差；仿真分析为设计 EIT 成像系统提供了参考基础，为选取 EIT 系统电极数、有限元数以及提升 EIT 重建图像质量提供了参考。

**关键词：**电阻抗成像；Gauss-Newton 算法；重建图像；相关系数
**中图分类号：**TN911.73　　**文献标识码：**A　　**国家标准学科分类代码：**510.40

# Influence of the electrodes' number on the reconstructed images quality is investigated based on Gauss-Newton algorithm for EIT

Song Zhenzhong　Zhang Suqin　Yang Yishuo　Tian Ji　Huang Yuyu
（Shizhen College of Guizhou University of Traditional Chinese Medicine，Guiyang 550200，China）

**Abstract：**Electrical impedance tomography（EIT）is a safe，noninvasive，inexpensive，and convenient novel imaging technology. It reconstructs the internal conductivity distribution of objects by measuring boundary voltages. In order to further improve the quality of the reconstructed images for EIT，the influence of the electrodes' number and finite elements numbers are analyzed by using Gauss-Newton algorithm for the quality of reconstructed images. The quality of the reconstructed images is evaluated by using correlation coefficients. The simulation results show that the quality of the reconstruction image is better under the condition that the number of electrodes is increased. Here，the number of finite elements is kept constant. At the same time，if the number of electrodes remains unchanged，the contour shape of the target object is closer to the true value in the case of increasing the number of finite elements. However，the quality of the reconstruction image is slightly worse. The simulation analysis provides a reference for the design of EIT system in this research. Furthermore，it is a reference to select the electrodes number and finite elements number for EIT system，and to improve the quality of EIT reconstructed images.

**Keywords：**electrical impedance tomography；Gauss-Newton algorithm；reconstructed images；correlation coefficient

## 0　引　言

计算机成像在医学诊断、工业诊断等领域愈发重要，常见的计算机成像技术包含 CT 成像、超声成像、电阻抗成像技术等。电阻抗成像（electrical impedance tomography，EIT）技术作为一项新型的诊断技术，具备便携、无创、实时、无辐射等特性[1-3]，能够配合其他影像学成像技术实现临床实时监测等需求，如脑部疾病监测[4-5]、乳腺疾病监测[6-7]、肺部疾病监测[8-10]等生物医学领域。同时，EIT 成像技术还被广泛应用于工业监测[11-12]、材料无损监测[13-14]等领域。

相对于国外，国内电阻抗成像技术的研究起步较晚，

**收稿日期：**2024-09-19

EIT 成像技术的研究领域集中在 EIT 成像系统设计和重建算法优化两个方面。一方面优化 EIT 成像系统，使得 EIT 成像技术逐渐走向市场化，其中，EIT 成像系统的电极数以及电路结构会间接地影响 EIT 图像的质量，现有常见的 EIT 成像系统包括 8 电极[3]、16 电极[14]和 32 电极等。Lee 等[15]设计了实时扫描的 EIT 系统，用于连续性获得肺通气图像；Wu 等[16]设计了 32 个有源电极的穿戴式肺部 EIT 系统。另一方面优化方法，提升重建图像的质量，部分算法需要计算灵敏度矩阵，而灵敏度矩阵受电极数和有限元剖分方式的影响，从而影响重建图像质量。因此，系统性地对 EIT 成像技术电极对以及有限元分析(finite element analysis，FEA)是必不可少的。虽然现有研究对 EIT 系统电极数和有限元剖分方式进行了大量研究，但缺乏系统性的对比分析与研究，本文通过 Gauss-Newton 算法系统性分析了电极数、有限元数对 EIT 重建图像质量的影响。

## 1 电阻抗成像原理

电阻抗成像技术是一种通过测量边界电压分布重建物体组织内部电导率分布的可视化技术，其主要求解过程包括求解正问题和求解逆问题两个过程，求解正问题是已知组织内部介质电导率分布，在施加激励信号的条件下求解边界电压；求解逆问题则是已知激励条件下，测量边界电压，并利用重建算法求解物体组织内部的电导率分布。如图 1 所示，EIT 系统主要包含两个过程：1)PC 端控制信号采集器，并将激励信号传输到物体组织表面，并采集电极对的感应电压；2)信号采集器将采集的感应电压反馈到 PC 端，通过重建算法在 PC 端重建 EIT 成像。

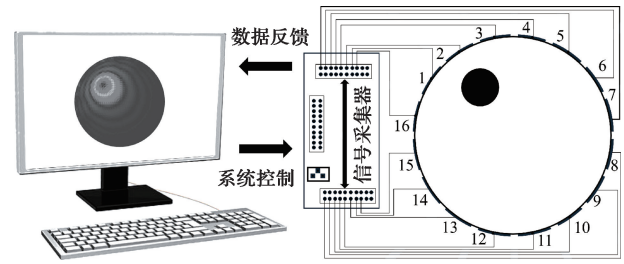


图 1 电阻抗成像系统示意图

Fig. 1 Diagram of an electrical impedance tomography system

电阻抗成像技术的成像方式包括静态成像和动态成像[17]，静态成像是利用某时刻采集的边界电压信号绝对值重建被测生物体组织该时刻的 EIT 图像，如图 2 所示，静态成像可直接利用 $T_2$ 时刻的边界电压信号绝对值实现 EIT 成像；动态成像则是利用两个不同时刻采集的边界电压信号差值重建 EIT 图像，最终用于 EIT 动态成像的边界电压信号表示 $U=U_2-U_1$。本文选取动态成像重建 EIT 图像，此方法采集的边界电压信号噪声干扰较小，重建图像稳定。同时，本文采用相邻激励方式获取边界电压信号[17]，若 EIT 系统包含 $m$ 个电极，完成一次激励测量可获取 $m(m-1)$个边界电压值。

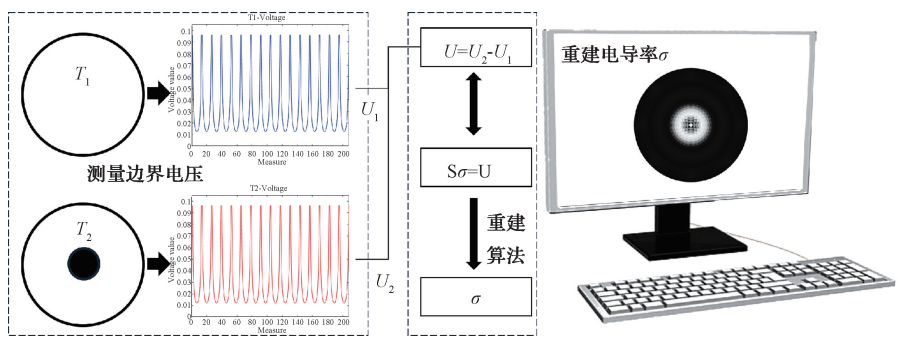


图 2 电阻抗成像技术原理

Fig. 2 Principle of electrical impedance tomography technology

## 2 Gauss-Newton 算法

常见的 EIT 图像重建算法包括广义矢量模式匹配法[18]、截断奇异值分解法[19]、Gauss-Newton 算法[20-21]以及神经网络[22-24]等。然而，EIT 成像技术逆问题是一个非线性、病态性的问题，Gauss-Newton 算法能够解决非线性最小二乘问题，快速拟合数据；相对于神经网络算法而言，Gauss-Newton 算法在缺乏数据集的条件下也能快速实现 EIT 成像。因此，采用 Gauss-Newton 算法重建 EIT 图像，并对重建图像进行质量分析。在 EIT 成像技术中，电导率分布与边界电压分布关系为：

$$f(\sigma)=\boldsymbol{U} \tag{1}$$

式中：$\sigma$ 表示电导率值；$\boldsymbol{U}$ 表示边界电压值；$\boldsymbol{U}$ 是一个大小为 $M\times1$ 的矢量矩阵。利用 Gauss-Newton 算法求解非线性不适定问题式(1)时，采用最小二乘法将式(1)极小化得到：

$$\min F(\sigma)=\min\|\boldsymbol{U}-f(\sigma_k)-f'(\sigma_k)(\sigma-\sigma_k)\|^2 \tag{2}$$

给定初值 $\sigma_0$，并对非线性模型进行线性近似，并根据平差方法求解第 1 次迭代近似值式 $\sigma_1$，然后继续迭代，直至满足前后两次迭代值相等。其迭代公式为：

$$\sigma_{k+1}=\sigma_k+(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J})^{-1}(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{U}-f(\sigma_k))) \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{J}$ 为雅可比矩阵。$\boldsymbol{J}$ 的计算公式如下：

$$\boldsymbol{J}=\frac{\partial f}{\partial \sigma}=\begin{bmatrix}\frac{\partial U_1}{\partial \sigma_k^1},\frac{\partial U_1}{\partial \sigma_k^2},\frac{\partial U_1}{\partial \sigma_k^3},\cdots,\frac{\partial U_1}{\partial \sigma_k^N}\\ \frac{\partial U_2}{\partial \sigma_k^1},\frac{\partial U_2}{\partial \sigma_k^2},\frac{\partial U_2}{\partial \sigma_k^3},\cdots,\frac{\partial U_2}{\partial \sigma_k^N}\\ \frac{\partial U_3}{\partial \sigma_k^1},\frac{\partial U_3}{\partial \sigma_k^2},\frac{\partial U_3}{\partial \sigma_k^3},\cdots,\frac{\partial U_3}{\partial \sigma_k^N}\\ \cdots\\ \frac{\partial U_M}{\partial \sigma_k^1},\frac{\partial U_M}{\partial \sigma_k^2},\frac{\partial U_M}{\partial \sigma_k^3},\cdots,\frac{\partial U_M}{\partial \sigma_k^N}\end{bmatrix} \tag{4}$$

式中：$M$ 为边界电压的个数；$N$ 为所求像素的个数及电导率分布中有限元得个数。通常，通过有限元方法可以求得灵敏度矩阵 $\boldsymbol{S}$，可将灵敏度矩阵 $\boldsymbol{S}$ 近似等价于雅克比矩阵 $\boldsymbol{J}$。因此，式(3)可改写为：

$$g_{k+1}=g_k+(\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S})^{-1}(\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}(C-f(g_k))) \tag{5}$$

当满足迭代条件时，输出 $\sigma_{k+1}$。

## 3 有限元分析

### 3.1 有限元剖分

有限元分析利用数学近似的方法将连续型问题转换为离散型问题，用有限数量的未知量去逼近无限未知量的真实系统。在 EIT 系统中，可利用有限元分析将整个测试区域剖分为若干个有限元，有限元的值表示测试区域的电导率分布。如图 3 所示，可对测试区域进行不同有限元数的有限元分析，Mesh 256 表示将测试区域剖分成 256 均匀的有限元，Mesh 1024 和 Mesh 2304 表示分别有 1 024、2 304 个有限元。

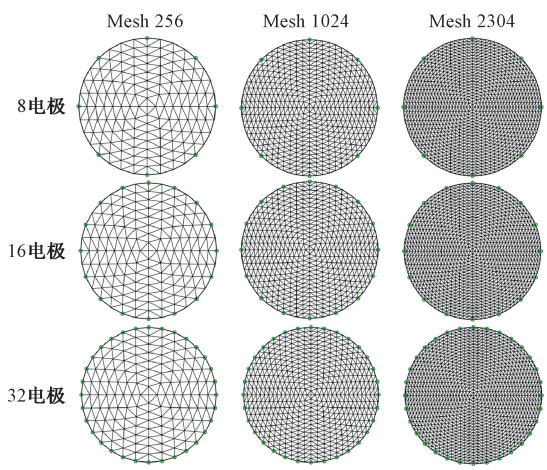


图 3 不同电极数下的有限元分析

Fig. 3 Finite element analysis under different electrode numbers

### 3.2 仿真模型

本文通过仿真 4 种圆截面模型分析和评估重建 EIT 图像的质量，利用函数设定目标物体的轮廓与位置，4 种模型的目标物体轮廓形状均为圆形，轮廓半径为 0.25；模型 1 和模型 2 包含 1 个目标物体，两者主要差别为目标物体位置不同；模型 3 和模型 4 分别包含两个目标物体和 3 个目标物体，4 种圆截面模型的函数表达式如下。

模型 1，单个中心目标物体：

$$R=x^2+y^2 \tag{6}$$

模型 2，单个边缘目标物体：

$$R=(x+0.33)^2+(y-0.33)^2 \tag{7}$$

模型 3，双个边缘目标物体：

$$\begin{cases}R_1=(x+0.33)^2+(y-0.33)^2\\ R_2=(x-0.33)^2+(y+0.33)^2\end{cases} \tag{8}$$

模型 4，3 个边缘目标物体：

$$\begin{cases}R_1=(x+0.33)^2+(y-0.33)^2\\ R_2=(x-0.33)^2+(y+0.33)^2\\ R_3=(x-0.33)^2+(y-0.33)^2\end{cases} \tag{9}$$

式中：$R$、$R_1$、$R_2$、$R_3$ 为半径，$R=R_1=R_2=R_3=0.25$，$x$ 与 $y$ 表示圆心坐标。通过有限元剖分以后，目标物体的轮廓形状并非是一个圆，会出现较多的棱角，若网格剖分有限元数越多，目标物体的轮廓形状越接近一个圆。

## 4 仿真结果

为了比较 8 电极数、16 电极数、32 电极数的 EIT 图像的重建效果，4 种圆截面模型均采用 Mesh 256、Mesh 1024 和 Mesh 2304 的网格剖分方式进行有限元剖分。其中，目标物体的电导率与背景区域的阻抗值分别 1 和 1.2，4 种圆截面均采用 Gauss-Newton 算法求解，4 种圆截面模型的仿真结果如图 4～7 所示。

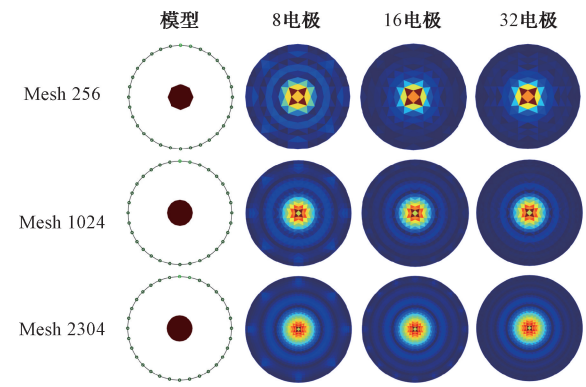


图 4 单个中心目标物体的仿真结果

Fig. 4 Simulation results of a single central object

从 4 种圆截面模型的仿真结果可以看出，当有限元分析方式为 Mesh 256 时，除模型 1 外，目标物体轮廓形状并不接近圆，而当有限元分析方式为 Mesh 2304 时，目标物体轮廓形状最接近圆，说明有限元数越多，目标物体轮廓形状越接近于预设值，形状相似度越高；其次，在所有的仿真结果中，若确定模型和有限元数，则 8 电极数的 EIT 图像存在大量的伪影，严重影响重建图像的质量；32 电极数的伪影最少，重建图像质量最好。

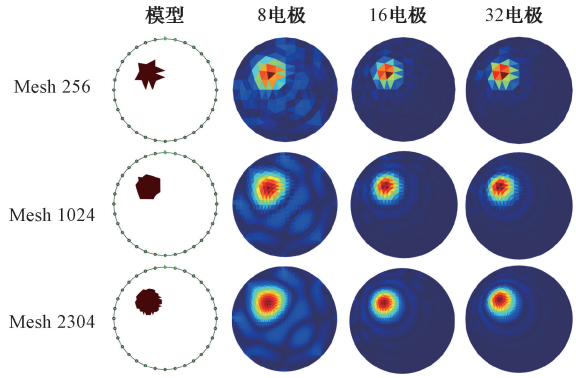


图 5　单个边缘目标物体的仿真结果

Fig. 5　Simulation results of a single edge target object

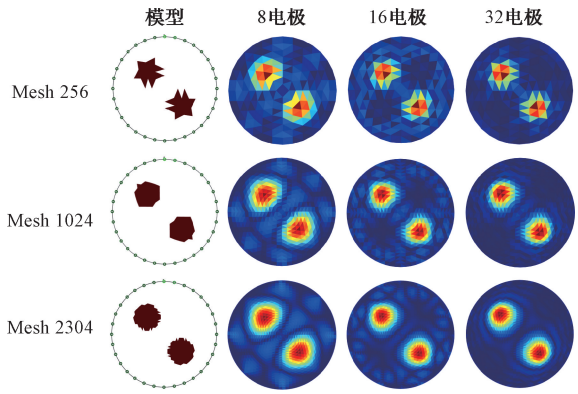


图 6　双个边缘目标物体的仿真结果

Fig. 6　Simulation results of two edge target objects

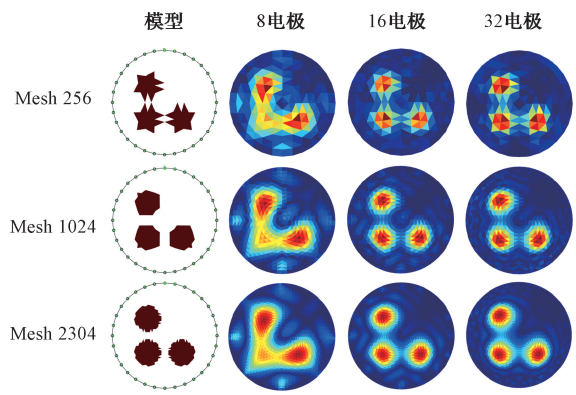


图 7　3 个边缘目标物体的仿真结果

Fig. 7　Simulation results of three edge target objects

从图 6 和 7 可以看出，当目标物体个数为 3 个或者 2 个时，EIT 图像质量略比单个目标物体的差，重建图像中的伪影会变多，图 6 的 Mesh 256 方式，无论是 8 电极数还是 32 电极数，重建图像都存在伪影，但是 32 电极数的伪影很明显少于 8 电极数；图 7 中，从 8 电极数的重建图像可以看出，3 个目标物体的边界较模糊，无法清晰地区分 3 个物体的轮廓；而 16 电极数和 32 电极数可以较为清晰地辨别物体的外部轮廓；同时，32 电极数的重建图像伪影更少。

为了更加客观地评价重建图像的质量，本文利用相关系数(correlation coefficient，CC)对 EIT 重建图像进行数字化评估[18]；相关系数越大，说明重建图像质量越好，伪影越少，反之重建图像质量越差。相关系数的表达式如下：

$$CC=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_m)(y_i-y_m)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_m)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-y_m)^2}} \tag{10}$$

式中：$x_i$ 与 $y_i$ 分别表示重建电导率分布与实际电导率分布中第 $i$ 个有限元的值。其中：

$$x_m=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{11}$$

$$y_m=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i \tag{12}$$

分别对 4 种圆截面模型进行相关系数评估，计算结果分别如表 1～4 所示。

**表 1　单个中心目标物体的相关系数**

**Table 1　Correlation coefficient of a single central object**

| 电极数/网格数 | Mesh 256 | Mesh 1024 | Mesh 2304 |
|---|---|---|---|
| 8 电极 | 0.836 0 | 0.848 9 | 0.851 5 |
| 16 电极 | 0.912 8 | 0.881 5 | 0.865 2 |
| 32 电极 | 0.910 6 | 0.876 8 | 0.859 9 |

**表 2　单个边缘目标物体的相关系数**

**Table 2　Correlation coefficient of a single edge target object**

| 电极数/网格数 | Mesh 256 | Mesh 1024 | Mesh 2304 |
|---|---|---|---|
| 8 电极 | 0.797 7 | 0.799 7 | 0.806 0 |
| 16 电极 | 0.909 5 | 0.907 9 | 0.903 6 |
| 32 电极 | 0.929 9 | 0.909 0 | 0.904 6 |

**表 3　双个边缘目标物体的相关系数**

**Table 3　Correlation coefficients of two edge objects**

| 电极数/网格数 | Mesh 256 | Mesh 1024 | Mesh 2304 |
|---|---|---|---|
| 8 电极 | 0.831 7 | 0.836 5 | 0.837 3 |
| 16 电极 | 0.871 9 | 0.887 7 | 0.888 1 |
| 32 电极 | 0.922 5 | 0.903 5 | 0.898 5 |

**表 4　3 个边缘目标物体的相关系数**

**Table 4　Correlation coefficients of three edge target objects**

| 电极数/网格数 | Mesh 256 | Mesh 1024 | Mesh 2304 |
|---|---|---|---|
| 8 电极 | 0.757 7 | 0.765 7 | 0.765 4 |
| 16 电极 | 0.886 6 | 0.884 6 | 0.879 1 |
| 32 电极 | 0.912 1 | 0.886 3 | 0.881 1 |

从表 1～4 可以看出，在 16 电极数和 32 电极数的

EIT 成像系统中，随着有限元数的增加，相关系数会随之减少，如在 32 电极数的 EIT 图像中，Mesh 2304 的 EIT 图像相关系数比 Mesh 256 低，但是从重建图像中可以看出，Mesh 256 的目标物体轮廓并不接近于预设值，形状误差较大；8 电极数的 EIT 图像相关系数变化规律性较弱。对比单个目标物体模型和多个目标物体模型，单个目标物体模型的相关系数会略高一些；对比 8 电极数、16 电极数和 32 电极数，电极数越多，相关系数越大，如 32 电极数的 EIT 图像相关系数基本最高；特别对于模型 3 和模型 4，当 8 电极数和 16 电极数的相关系数＜0.9 时，32 电极数的相关系数依然可以达到 90％以上，而且有限元越多时，32 电极数的相关系数依然可以保持最大，伪影最少。

## 5 结 论

通过 Gauss-Newton 算法重建 4 种圆截面模型的 EIT 图像，4 种圆截面模型分别包含一个目标物体、两个目标物体和 3 个目标物体，从仿真结果和相关系数可以得出如下结论。

1）若有限元数不变，EIT 系统电极数越多，重建图像的质量越好和图像伪影越少。

2）若电极数保持不变，改变有限元数，若有限元数较少，目标物体轮廓形状与真实值存在较大的误差，但 EIT 重建图像的相关系数增大；若有限元数增多，目标物体轮廓形状趋近于真实值，相关系数会有所下降。为了获取质量更好的 EIT 重建图像，可考虑在条件允许的基础上选择更多的电极数，同时，为了避免轮廓失真，需要适当增加有限元数。

## 参 考 文 献

[1] CUI Z, LIU X, QU H, et al. Technical principles and clinical applications of electrical impedance tomography in pulmonary monitoring [J]. Sensors, 2024, 24: 4539.

[2] 袁晶晶，戎舟. 基于 S-PNet 的触觉电阻抗成像后处理算法研究 [J]. 国外电子测量技术，2024，43(6)：68-75.
YUAN J J, RONG ZH. Research on post-processing algorithm of tactile electrical impedance tomography based on S-PNet [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2024, 43(6): 68-75.

[3] SONG Z Z, WEN J M, et al. An optimization algorithm H-GVSPM for electrical impedance tomography [J]. IEEE Sensors Journal, 2023, 23(5): 4518-4526.

[4] MA H, LI H T, LIU X, et al. Real-time monitoring of contact impedance from multiple electrode-scalp interfaces during cerebral electrical impedance tomography [J]. IEEE Access, 2019, 7: 95186-95196.

[5] SHI Y, YANG K, WANG M, et al. Inadequate data augmentation with convolutional neural network in brain electrical impedance tomography [J]. IEEE Sensors Journal, 2024, 24(13): 21490-21499.

[6] CHEN R, ZHAO S, WU W, et al. A convolutional neural network algorithm for breast tumor detection with magnetic detection electrical impedance tomography [J]. Review of Scientific Instruments, 2021, 92(6): 064701.

[7] UM S, LEE J, YOO H J. A 3.8-mW 1.9-mΩ/√Hz electrical impedance tomography ic with high input impedance and loading effect calibration for 3-D early breast cancer detect system [J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2024, 59(7): 2019-2028.

[8] SLOBOD D, LEALI M, SPINELLI E, et al. Integrating electrical impedance tomography and transpulmonary pressure monitoring to personalize PEEP in hypoxemic patients undergoing pressure support ventilation [J]. Crit Care, 2022, 26: 314.

[9] PUEL F, CROGNIER L, SOULE C, et al. Assessment of electrical impedance tomography to set optimal positive end-expiratory pressure for veno-venous ECMO-treated severe ARDS patients [J]. Journal of Critical Care, 2020, 60: 38-44.

[10] 宋振忠，李建平，温建明，等. 基于 Hadamard product 优化多层神经网络的胸部电阻抗成像研究[J]. 生物医学工程学杂志，2024，41(3)：439-446，454.
SONG ZH ZH, LI J P, WEN J M, et al. Research of electrical impedance tomography based on multilayer artificial neural network optimized by Hadamard product for human-chest models [J]. Journal of Biomedical Engineering, 2024, 41(3): 439-446, 454.

[11] 胡远洋. 航空器蒙皮结构缺陷检测电阻抗成像系统设计[J]. 电子测量技术，2021，44(10)：28-32.
HU Y Y. Design of electrical impedance tomography system for aircraft skin structure defects [J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44(10): 28-32.

[12] FANG X, JIANG Y, JI H, et al. A new CCERT system with shielding for gas-liquid two-phase flow [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2024, 71(4): 4241-4251.

[13] ROSHANPANAH A, ABBASI M, ATTAR H, et al. An electrical impedance imaging system towards edge intelligence for non-destructive testing of concrete [J]. Tsinghua Science and Technology, 2024, 29(3): 883-896.

[14] 左瑞雪，韩仲鑫. 基于电阻抗成像的立木无损检测系

统[J]. 现代电子技术，2023，46(24)：61-66.
ZUO R X，HAN ZH X. EIT-based nondestructive testing system of standing tree [J]. Modern Electronics Technique，2023，46(24)：61-66.

[15] LEE M，JANG G，KIM Y E，et al. Portable multi-parameter electrical impedance tomography for sleep apnea and hypoventilation monitoring：Feasibility study [J]. Physiological Measurement，2018，39(12)：124004.

[16] WU Y，JIANG D，BARDILL A，et al. A high frame rate wearable EIT system using active electrode ASICs for lung respiration and heart rate monitoring[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I：Regular Papers，2018，65(11)：3810-3820.

[17] 郑皓楠. 电阻抗成像激励测量方式和成像方法研究[J]. 电子测试，2021(5)：43-45.
ZHENG H N. Research on measurement and imaging methods of impedance imaging [J]. Electronic Test，2021(5)：43-45.

[18] TAKEI M，SAITO Y. Application of the generalized vector sampled pattern matching method to reconstruction of electrical capacitance CT images[J]. Measurement Science and Technology，2004，15(7)：1371-1381.

[19] KIM B S，KIM C I，KIM K Y，et al. Development of inverse solver based on TSVD in electrical impedance tomography [J]. Journal of the Institute of Electronics and Information Engineers，2017，54(4)：91-98.

[20] 张立峰，陈达，刘卫亮. 基于两步正则化 Gauss-Newton 迭代算法的 ECT 图像重建[J]. 计量学报，2024，45(4)：546-551.
ZHANG L F，CHEN D，LIU W L. An image reconstruction method of ECT based on two-step regularzation Gauss-Newtonl terative algorithm [J]. Acta Metrologica Sinica，2024，45(4)：546-551.

[21] JAUHIAINEN J，KUUSELA P，SEPPANEN A，et al. Relaxed Gauss-Newton methods with applications to electrical impedance tomography [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences，2020，13(3)：1415-1445.

[22] 戎舟，李若愚，方滔. 基于多层人工神经网络的电阻抗成像算法 [J]. 国外电子测量技术，2021，40(1)：80-86.
RONG ZH，LI R Y，FANG T. Image reconstruction method based on multilayer artificial neural network for electrical impedance tomography [J]. Foreign Electronic Measurement Technology，2021，40(1)：80-86.

[23] REN S，GUAN R，LIANG G，et al. RCRC：A deep neural network for dynamic image reconstruction of electrical impedance tomography [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement，2021，70：1-11.

[24] XIA H，SHAN Q，WANG J，et al. NAS powered deep image prior for electrical impedance tomography [J]. IEEE Transactions on Computational Imaging，2024，10：1165-1174.

## 作 者 简 介

宋振忠，硕士研究生，助教，主要研究方向为电阻抗成像、深度学习算法等。
E-mail：2429967768@qq.com