

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2210355

## 低信噪比环境下一种 OFDM 抗频偏定时同步算法\*

侯卫民 王妍 侯艳丽

(河北科技大学信息科学与工程学院 石家庄 050018)

**摘要:** 针对正交频分复用(OFDM)系统中定时同步算法在低信噪比条件下定时同步性能较差以及对频偏敏感的问题,提出了一种改进的定时同步算法。首先,基于不同根值的恒包络零自相关(CAZAC)序列互相关值接近于零的性质,设计了一种具有中心对称特征的前导序列,然后基于前导序列的结构特征,利用对称相关代替延迟相关设计对频偏不敏感的定时度量函数,最后通过捕获定时度量函数的峰值实现定时同步。仿真结果表明,与现有算法相比,所提算法抗频偏能力强且在低信噪比条件下具有更好的定时同步性能,适用于低信噪比频偏存在的通信系统。

**关键词:** OFDM 系统;定时同步;CAZAC 序列;频偏

**中图分类号:** TN929.5 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.50

## An OFDM anti-frequency offset timing synchronization algorithm in low SNR environment

Hou Weimin Wang Yan Hou Yanli

(School of Information Science and Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang 050018, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that the performance of timing synchronization algorithm is poor under low SNR and is sensitive to frequency offset in the OFDM system, an enhanced algorithm is proposed. First, based on the property that the cross-correlation value of the CAZAC sequence with different root values is close to zero, a preamble sequence with centrosymmetric characteristics is designed, then a timing metric function insensitive to frequency offset is designed using symmetric correlation instead of delayed correlation based on the structure of the preamble sequence. Finally, timing synchronization is realized by capturing the peak value of the timing metric function. The results indicate that, compared with the existing algorithms, the proposed algorithm has a strong anti-frequency offset capability and better timing synchronization performance under low SNR conditions, and is suitable for communication systems with low-SNR and frequency offsets.

**Keywords:** OFDM system; timing synchronization; CAZAC sequence; frequency offset

## 0 引言

随着多媒体业务的不断增长,人们对无线通信的传输速率和传输质量提出了更高的要求。由于正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)技术在保证数据传输质量的同时具有更快的传输速率,因此在4G和5G中得到了广泛的应用<sup>[1-7]</sup>。然而,OFDM对符号定时偏差非常敏感,在信息传输过程中,符号定时偏差会引入符号间干扰,从而降低OFDM系统的性能。因此,精确的定时同步在OFDM系统中占据重要地位。

近些年来,国内外学者对OFDM定时同步算法进行了广泛的研究<sup>[8-15]</sup>。SC算法<sup>[8]</sup>通过2个相同序列实现定时同

步,但定时度量曲线存在平台效应导致同步性能下降。文献[9]提出了一种改进的定时同步算法,但是该算法容易受到频偏的影响,当频偏存在时同样造成定时误判。文献[8]和文献[9]所提算法是基于伪噪声(pseudo-noise, PN)序列的同步算法,与传统的PN序列相比,恒包络零自相关(constant amplitude zero auto correlation, CAZAC)序列因其幅值恒定、相关性良好的特点,在OFDM系统同步算法中得到了广泛的应用。Ren算法<sup>[10]</sup>基于CAZAC序列设计一种类似于SC算法的前导序列结构,使用伪随机序列对其进行加权消除平台效应,但定时性能不够理想。Jian算法<sup>[11]</sup>利用延迟相关和对称相关特性完成定时同步,但是该算法受频偏影响较大。Zhang等<sup>[12]</sup>利用接收信号与本地序

收稿日期:2022-06-17

\* 基金项目:河北省重点研发计划项目(21355901D)资助

列相关实现定时同步,但是同样对频偏敏感。改进 CAZAC 算法<sup>[13]</sup>提出了一种具有低复杂度的同步算法,但在低信噪比条件下(SNR<0 dB),定时同步性能较差。

针对 OFDM 定时同步算法低信噪比条件下定时同步性能较差以及对频偏敏感的问题,本文设计了一种改进的定时同步算法。该算法基于不同根值的 CAZAC 序列互相关值接近于零的性质设计具有中心对称特性的前导序列。根据前导序列中心对称特性设计对频偏不敏感的定时度量函数实现定时同步,并通过仿真,验证所提算法的性能。

## 1 OFDM 系统模型

文中主要针对 OFDM 符号定时同步进行了研究,基于前导序列实现符号定时同步的系统模型如图 1 所示。

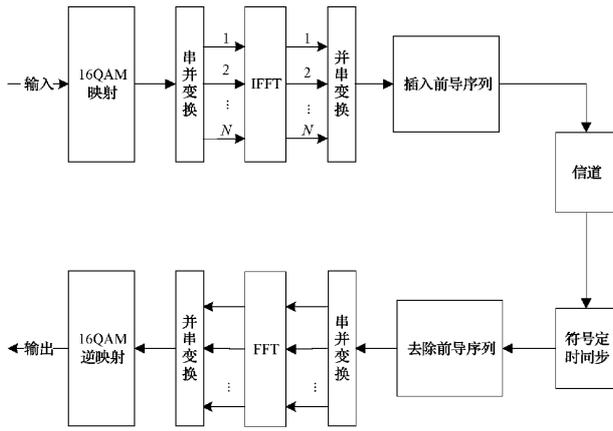


图 1 系统模型

在发送端,发送数据流经过 16QAM 映射、逆快速傅里叶变换(inverse fast Fourier transform, IFFT)、添加前导序列等处理后获得 OFDM 符号作为发送信号。发送端时域 OFDM 符号可以表示为(不含循环前缀 CP):

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N_x-1} X(k) \exp \left[ j \frac{2\pi kn}{N} \right], 0 \leq n \leq N-1 \quad (1)$$

式中:  $N$  为 OFDM 进行 FFT(IFFT)的点数;子载波个数为  $N_x$  ( $N_x \leq N$ );  $X(k)$  为第  $k$  个子载波调制复数据。信号经过信道传输后,受到噪声以及频偏的影响,接收到的信号可以表示为:

$$r(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l x(n-d-\tau_l) e^{j2\pi \epsilon n} + w(n), 0 \leq n \leq N-1 \quad (2)$$

式中:  $d$  为符号定时偏移;路径数目为  $L$ ;  $h_l$  和  $\tau_l$  分别为第  $l$  条路径对应的复信道衰减和时延;归一化的载波频偏为  $\epsilon$ ; 高斯白噪声为  $w(n)$ 。在接收端,利用估计出的定时偏移  $d$  对接收信号进行校正,再进行并串变换、快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT),最后进行 16QAM 逆映射恢复基带信息。

## 2 算法描述

为了解决 OFDM 典型定时同步算法在低信噪比条件下定时同步性能较差以及文献[11]等同步算法对频偏敏感的问题,提出了一种改进的同步算法,主要包括 2 部分:设计前导序列结构和定时度量函数。

### 2.1 前导序列结构

CAZAC 序列具有良好的相关性,因此通常被用于设计前导序列。根据文献[14],常规的 CAZAC 序列具有如下表达式:

$$a(n) = e^{\frac{j2\pi \mu n^2}{N_{period}}}, n \in [1, N_{period}] \quad (3)$$

式中:  $N_{period}$  是 CAZAC 序列的周期,  $\mu$  为根值参数,  $\mu$  与  $N_{period}$  互质。

为了解决旁瓣干扰造成同步性能下降的问题,文中基于不同根值的 CAZAC 序列互相关值接近于零的性质设计一种具有中心对称特征的前导序列,如图 2 所示。

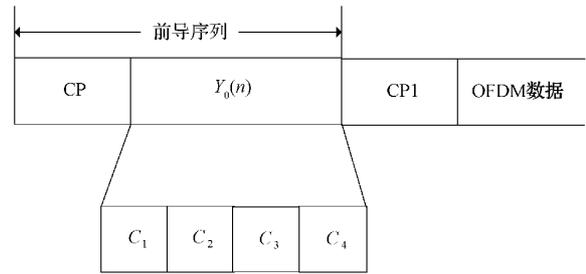


图 2 帧结构

图 2 中  $Y_0(n)$  长度为  $N$ , 由 4 部分构成,即  $C_1, C_2, C_3, C_4$ , CP 是将  $Y_0(n)$  的后  $\frac{N}{8}$  放到  $Y_0(n)$  的前端。其中,  $C_1$  是  $N_{period} = \frac{N}{4}$  的 CAZAC 序列,这里不妨取  $\mu = 1$ , 即:

$$C_1(n) = e^{j4\pi n^2 / N}, n \in [1, \frac{N}{4}] \quad (4)$$

$C_2$  和  $C_1$  是具有不同根值的 CAZAC 序列,因此选取不同的  $\mu$  得到  $C_2$  的表达式,不妨取  $\mu = 7$ , 即:

$$C_2(n) = e^{j4 \times 7 \pi n^2 / N} \quad (5)$$

$C_3$  是  $C_2$  的共轭对称序列, 即:

$$C_3(n) = C_2^* \left( \frac{N}{4} - n + 1 \right) \quad (6)$$

$C_4$  是  $C_1$  的共轭对称序列, 即:

$$C_4(n) = C_1^* \left( \frac{N}{4} - n + 1 \right) \quad (7)$$

### 2.2 定时度量函数

定时度量函数为接收信号相关函数与能量函数的比值,在基于前导序列的定时同步算法中,通过寻找定时度量函数的峰值确定符号的正确定时位置,从而实现定时同步,其表达式如下<sup>[16]</sup>:

$$M(d) = \frac{|P(d)|^2}{(R(d))^2} \quad (8)$$

式中： $P(d)$  为相关函数； $R(d)$  为能量函数。根据 2.1 中所设计的新型前导序列结构，设计相关函数和能量函数，具体定义如下。

1) 相关函数  $P(d)$

在 2.1 所设计的前导序列中， $C_1$  和  $C_4$  共轭对称， $C_2$  和  $C_3$  共轭对称，整个序列呈中心对称。因此根据这一特点分别对  $C_1$  和  $C_4$ 、 $C_2$  和  $C_3$  进行相关计算，其表达式如下：

$$P_1(d) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} r(d+n)r(d+N-n-1) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} x(d+n)x(d+N-n-1)e^{\frac{j2\pi\epsilon(2d+N-1)}{N}} \quad (9)$$

$$P_2(d) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} r(d+\frac{N}{4}+n)r(d+\frac{3N}{4}-n-1) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} x(d+\frac{N}{4}+n)x(d+\frac{3N}{4}-n-1)e^{\frac{j2\pi\epsilon(2d-N-1)}{N}} \quad (10)$$

式中： $x(n)$  为不考虑噪声和多径影响的接收信号。由式(9)和(10)可知，两次相关运算将频偏  $\epsilon$  转化为固定的不受  $n$  影响的相位偏移，有效抑制了频偏的干扰。

为有效抑制相邻数据间的干扰，进一步减小定时度量函数曲线的旁瓣，让主峰更明显，利用式(9)和(10)的乘积作为相关函数，其表达式如下：

$$P(d) = |P_1(d)| |P_2(d)| \quad (11)$$

2) 能量函数  $R(d)$

$R(d)$  为接收信号的能量函数，利用其对  $P(d)$  进行归一化处理，其表达式为：

$$R(d) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} \left| r(d+\frac{N}{4}+n) \right|^2 \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} \left| r(d+\frac{3N}{4}+n) \right|^2 \quad (12)$$

分析式(8)、(11)和(12)可知， $M(d)$  取峰值处的  $d$  值就是正确定时位置，即定时偏移的估计值为：

$$\hat{d} = \operatorname{argmax}(M(d)) \quad (13)$$

2.3 定时同步性能分析

为了更直观地显示所提算法的定时同步原理，分别在正确定时时刻和非正确定时时刻两种情况下对所提算法进行分析，如图 3 所示。

图 3 中，假设序列  $C_1$  为  $[a, b]$ ，序列  $C_2$  为  $[c, d]$ ，则序列  $C_3$  为  $[d^*, c^*]$ ，序列  $C_4$  为  $[b^*, a^*]$ ，其中  $a, b, c$  和  $d$  长度均为  $\frac{N}{8}$ 。由图 3(a)和(b)可以看出，当相关运算为  $a-a^*, b-b^*, c-c^*, d-d^*$  时， $P(d)$  有最大值， $M(d)$  也取最大值，可以找到正确的定时位置。在非正确定时时刻，相关运算的组合变为  $a^*-b^*, a-c^*, b-d^*, c-d$ 。由于  $C_1$  和  $C_2$  为两个不同的 CAZAC 根值序列，两者之间互相关值接近于 0，因此在非正确定时时刻  $P(d)$  几乎为 0，定时度量函

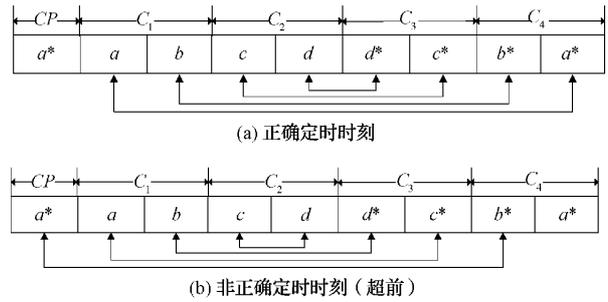


图 3 所提算法定时原理图

数  $M(d)$  也几乎为 0，解决了旁瓣干扰的问题，提高定时同步性能。

3 仿真结果与分析

针对 OFDM 系统，使用 MATLAB 仿真，分别在高斯信道和多径信道条件下验证所提算法定时同步性能。仿真参数设置如表 1 所示。

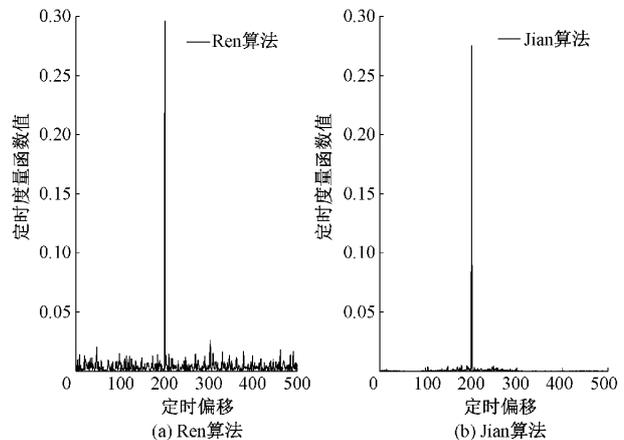
表 1 参数设置

参数名称	参数设置
FFT 点数(N)	512
前导序列长度	576
循环前缀	64
正确定时位置	201
仿真信道	高斯信道/多径信道
各径衰减系数/dB	[0 -8 -17 -21 -25]
信道各径延迟	[0 3 5 6 8]

3.1 定时度量函数曲线

在高斯信道信噪比为 5 dB 条件下，对 Ren 算法、Jian 算法、改进 CAZAC 算法与所提算法进行仿真，得到定时度量函数曲线如图 4 所示。

由图 4 可以看出，当信噪比为 5 dB 时，4 种算法在正确定时位置 201 处产生一个峰值，可以进行准确的定时同步。但是，Ren 算法和 Jian 算法在峰值附近有旁瓣存在。改进



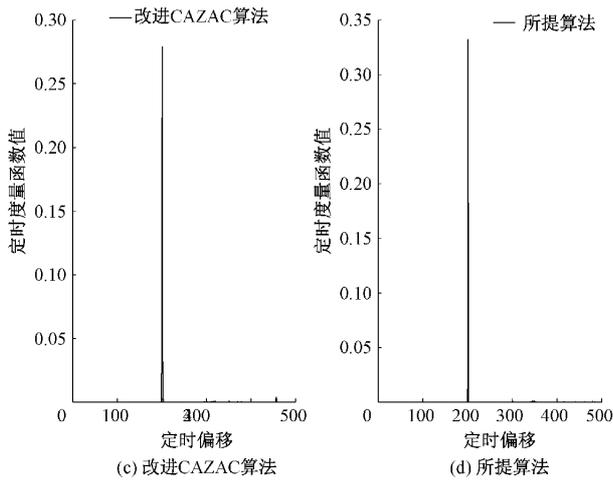
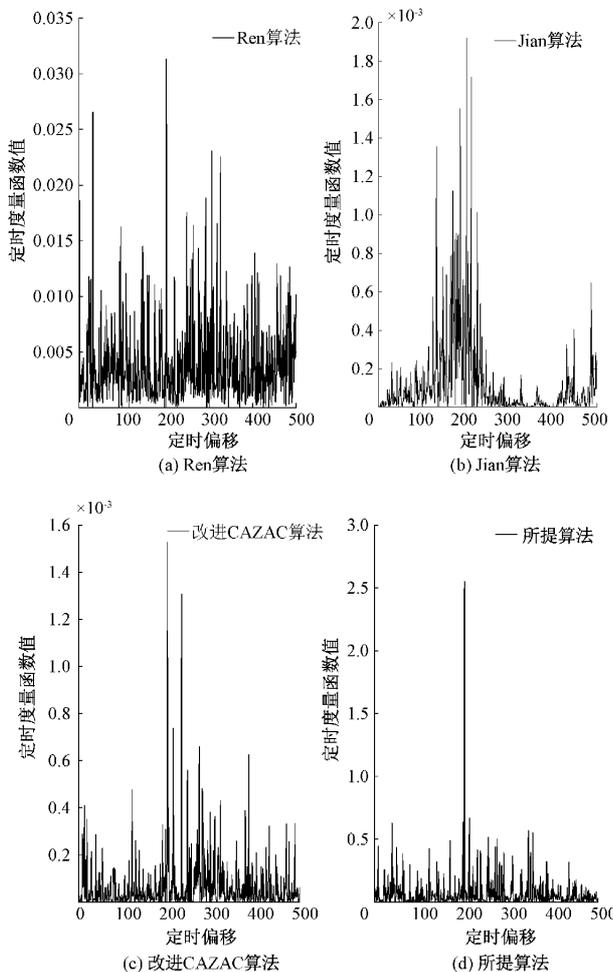


图 4 5 dB 条件下定时度量函数曲线

CAZAC 算法和本文所提算法峰值更尖锐,旁瓣更小。为了更进一步比较这 4 种算法的性能,在高斯信道信噪比为  $-5$  dB 条件下进行仿真,得到的定时度量函数曲线如图 5 所示。

图 5  $-5$  dB 条件下定时度量函数曲线

对比图 4 和 5 可以看出,信噪比较低时,Ren 算法、Jian 算法以及改进 CAZAC 算法旁瓣明显增大,主峰峰值不明显,在一定程度上对定时同步造成影响;本文所提算法仍然具有尖锐的峰值,有效抑制了较高的旁瓣,因此具有较好的同步性能。

### 3.2 抗噪声能力

分别在高斯信道、多径衰落信道信噪比为  $-10 \sim 3$  dB 条件下对上述 4 种算法进行仿真,得到的 4 种算法的定时捕获概率如图 6 和 7 所示。

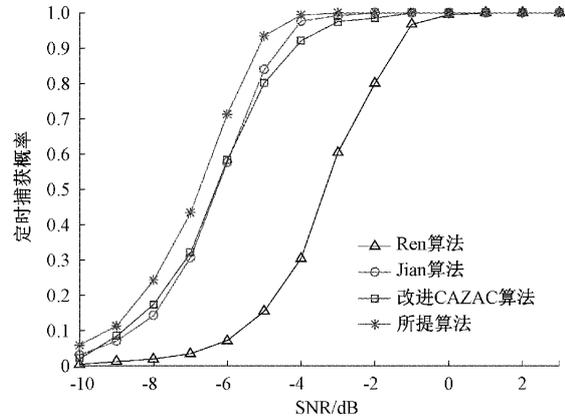


图 6 高斯信道下定时捕获概率

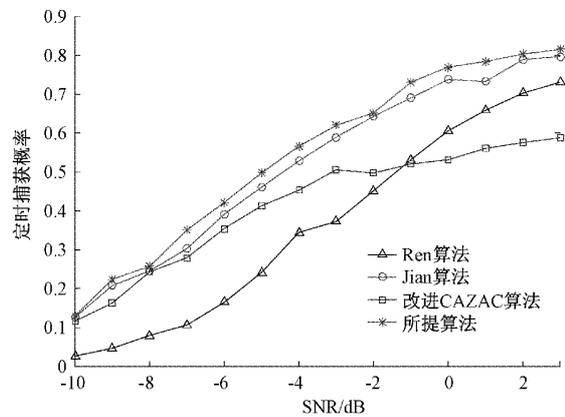


图 7 多径衰落信道下定时捕获概率

由图 6 可以看出,随着 SNR 增加,定时捕获概率不断上升,最后趋于平稳。在上述 4 种同步算法中,Ren 算法定时捕获概率最低,所提算法定时捕获概率最高,因此所提算法具有一定的性能优势。特别地,随着信噪比的降低,所提算法定时捕获概率明显高于 Ren 算法、Jian 算法和改进 CAZAC 算法,这是因为所提算法基于 CAZAC 序列良好的互相关性设计前导序列,降低了非正确定时时刻的相关值,有效抑制了较高旁瓣的干扰,提高了定时同步性能。

由图 7 可知,4 种算法定时捕获概率曲线随着 SNR 的增加而上升。其中,所提算法定时捕获概率最高,Jian 算法次之;当  $\text{SNR} < -1$  dB 时,改进 CAZAC 算法定时捕获概率高于 Ren 算法,反之,Ren 算法优于改进 CAZAC 算法。

因此,在多径信道低信噪比条件下,所提算法定时同步性能优于 Ren 算法、Jian 算法以及改进 CAZAC 算法。

### 3.3 抗频偏能力

考虑频偏的影响,在高斯信道信噪比为  $-10 \sim 3$  dB 条件下,对上述 4 种算法进行仿真,这里不妨设归一化频偏  $\epsilon = 5.7$ ,得到的定时捕获概率如图 8 所示。

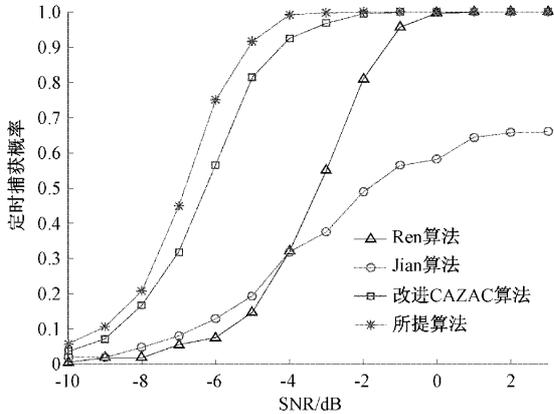


图 8 高斯信道有频偏条件下定时捕获概率

对比图 6 和 8 可知,在高斯信道条件下,当频偏存在时,Jian 算法定时捕获概率明显下降。特别地,当信噪比为  $-4$  dB 时,Jian 算法定时捕获概率由 0.97 下降到 0.3。可知,Jian 算法易受频偏的影响。所提算法与 Ren 算法、Jian 算法和改进 CAZAC 算法相比,无论是否存在频偏均具有较高的定时捕获概率,因此所提算法对频偏不敏感。

为了进一步验证所提算法对频偏不敏感的特性,分别在低信噪比、多径衰落信道信噪比为  $-5$  dB、归一化频偏  $\epsilon$  为  $0 \sim 6$  条件下对 4 种算法进行仿真,定时捕获概率随频偏变化的曲线如图 9 和 10 所示。

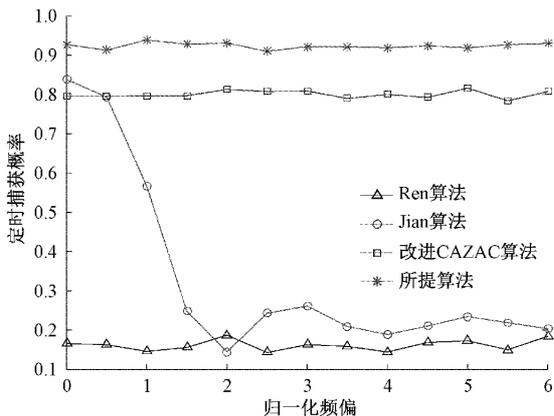


图 9 高斯信道不同频偏条件下定时捕获概率

由图 9 可知,在低信噪比条件下,当归一化频偏由 0 增加到 2 时,Jian 算法定时捕获概率由 0.83 下降到 0.14,曲线波动幅度较大。Ren 算法、改进 CAZAC 算法以及所提算法定时捕获概率曲线波动幅度较小,Ren 算法在 0.16 上下浮动,改进 CAZAC 算法在 0.8 上下浮动,所提算法定时

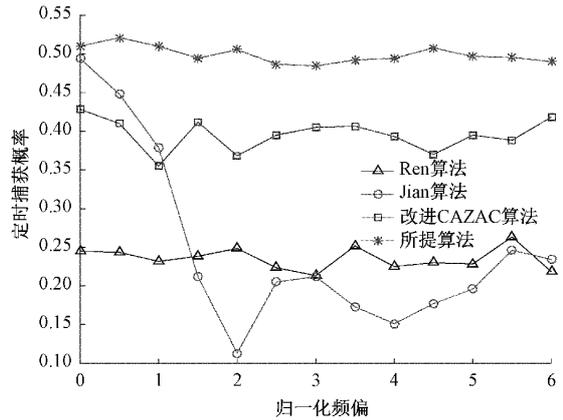


图 10 多径衰落信道不同频偏条件下定时捕获概率

捕获概率曲线在 0.92 上下浮动。在高斯信道低信噪比频偏存在的条件下,所提算法定时捕获概率曲线波动幅度较小且定时捕获概率最高,因此具有较好的定时同步性能。这是因为 Jian 算法利用受频偏影响的延迟相关实现定时同步,因此当频偏存在时定时同步性能明显下降。而本文设计了一种具有中心对称结构的前导序列,利用对称相关将频偏转化为固定的相位偏移消除了频偏的影响,因此所提算法具有较强的抗频偏能力。

由图 10 可知,在多径信道低信噪比条件下,随着频偏的变化,4 种算法定时捕获概率曲线具有不同幅度的波动。为了进一步分析 4 种算法受频偏影响的程度,分别计算 4 种算法随频偏变化的定时捕获概率的方差,如表 2 所示。

表 2 各同步算法定时捕获概率的方差

Ren 算法	Jian 算法	改进 CAZAC 算法	所提算法
$2.084 \times 10^{-4}$	$1.361 \times 10^{-2}$	$4.475 \times 10^{-4}$	$1.167 \times 10^{-4}$

由表 2 可知,与其他 3 种算法相比,所提算法定时捕获概率的方差最小。因此,所提算法不易受频偏影响。

## 4 结 论

为了解决 OFDM 定时同步算法对频偏敏感以及在低信噪比条件下定时同步性能较差的问题,本文基于不同根值的 CAZAC 序列互相关值接近于零的性质设计一种改进的定时同步算法,并通过 MATLAB 进行仿真验证。仿真表明,在低信噪比条件下,与 Ren 算法、Jian 算法以及改进 CAZAC 算法相比,所提算法在高斯信道、多径信道下定时同步性能有所提高。当频偏存在时,分别在低信噪比和多径信道条件下对数据分析,验证了所提算法有效抑制了频偏的影响。所提算法解决了在低信噪比条件下定时同步性能较差以及对频偏敏感的问题,因此,更适用于实际环境。

### 参考文献

[1] 张黎明. 毫米波 5G NR 信号 OFDM 技术研究与实践[J]. 电子测量技术, 2020, 43(22): 146-149.

- [2] 兰洪光,马芳,韦笑. 基于 5G 的数据链关键技术研究[J]. 战术导弹技术,2022(2):59-66.
- [3] 韩翔,周钦山,王峰. 5G NR 下行链路信号同步算法研究[J]. 国外电子测量技术,2021,40(2):83-87.
- [4] KORDE M. Synchronization aspects in 5G[C]. 2020 International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSP), 2020:0474-0478.
- [5] 芦茜,童建飞,王朝炜,等. 5G 通信系统中同步算法仿真与分析[C]. 2020 中国信息通信大会论文集(CICC 2020), 2020:77-81.
- [6] 赵文超,刘祖深,许虎. 基于 DMRS 联合频偏估计方法及应用[J]. 电子测量与仪器学报,2021,35(11):170-176.
- [7] 洪丹阳,王巍,周成阳,等. 基于非均匀快速傅里叶变换的正交频分复用水声通信多普勒估计与补偿方法[J]. 仪器仪表学报,2021,42(4):67-74.
- [8] SCHMIDL T M, COX D C. Robust frequency and timing synchronization for OFDM [J]. IEEE Transactions on Communications, 1997, 45 (12): 1613-1621.
- [9] 马章勇,赵春明,尤肖虎. 无线信道中 OFDM 系统时频同步新算法[J]. 通信学报,2003,24(12):76-83.
- [10] REN G L, CHANG Y L, ZHANG H, et al. Synchronization method based on a new constant envelop preamble for OFDM systems [J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2005, 51(1):139-143.
- [11] JIAN D, WU H, GAO W, et al. A novel timing synchronization method based on CAZAC sequence for OFDM systems [C]. 2018 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing(ICSPCC), 2018:1-5.
- [12] ZHANG H, HOU Y, CHEN Y, et al. Analysis of simplified frame synchronization scheme for burst-mode multi-carrier system[J]. IEEE Communications Letters, 2019,23(6): 1054-1056.
- [13] 宫丰奎,文妮,李果,等. 基于 CAZAC 序列的低复杂度抗频偏同步算法[J]. 通信学报,2021,42(2):64-71.
- [14] FAN X, YANG J, ZHANG W. Time-frequency synchronization design of OFDM systems based on CAZAC sequence[C]. 2020 International Conference on Communications, Information System and Computer Engineering(CISCE), 2020: 55-58.
- [15] CHANG K, LEE S. Robust OFDM-based synchronization against very high fractional CFO and time-varying fading[J]. IEEE Systems Journal, 2020, 14(3):4047-4058.
- [16] 赵柏山,刘勇强. 适用于便携式无线视频通信的 OFDM 同步算法[J]. 计算机工程,2019,45(11):102-106.

#### 作者简介

侯卫民,博士,教授,主要研究方向为无线通信,人工智能。

王妍,硕士研究生,主要研究方向为无线通信。

侯艳丽(通信作者),副教授,主要研究方向为无线通信。