

基于压缩感知技术的电磁脉冲信号测量方法^{*}吕方兴^{1,2} 熊泽康^{1,2} 李 飞^{1,2}

(1. 西安石油大学电子工程学院 西安 710065; 2. 中海油集团测井与定向钻井重点实验室定向钻井分室 西安 710065)

摘 要: 电磁脉冲信号的详细衍变过程,特别是其陡峭前沿的变化信息,有助于深入理解电磁脉冲信号产生及传播过程,它对于我国国防和自然科学的发展都有着极其重要的科学和实践意义。本文提出一种基于三路并行低速模数转换器(TPL)的模拟信号压缩感知技术,通过对传感器输出的电磁脉冲信号进行欠采样(信号的采样频率低于奈奎斯特采样定理的要求),得到并恢复被测电磁脉冲信号的高速采集波形。基于 TPL 压缩感知技术的应用,可以降低被测电磁脉冲信号陡峭前沿对后端电子 ADC 采样速率的要求。本文针对 TPL 实现过程中稀疏字典、观测矩阵的建立方法,以及信号的重构方法进行了深入地研究,创新性地提出基于 KSVD 的原子数自适应字典构建方法。在此基础上,通过仿真和实验测试了 TPL 系统对电磁脉冲信号的压缩感知采集效果,以此验证了该方法的可行性。

关键词: 压缩感知;电磁脉冲测量;稀疏字典

中图分类号: TN98 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4010

Measurement of electromagnetic pulse based on compressed sensing technology

Lyu Fangxing^{1,2} Xiong Zekang^{1,2} Li Fei^{1,2}

(1. School of Electronic Engineering, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China;

2. Directional Drilling Laboratory of CNOOC Key Laboratory of Well Logging and Directional, Xi'an 710065, China)

Abstract: The detailed evolution process of the electromagnetic pulse signal, especially the change information of its steep front, is helpful to deeply understand the generation and propagation process of the electromagnetic pulse signal. It has extremely important scientific and practical significance for the development of our national defense and natural science. In this work, a compressed sensing technology of analog signal based on three parallel low-speed analog-to-digital converter (TPL) is proposed. By under-sampling the electromagnetic pulse signal (the sampling frequency of the signal is lower than the requirement of Nyquist sampling theorem), the high-speed acquisition waveform of the measured electromagnetic pulse signal can be obtained and recovered. Based on the application of TPL compressed sensing technology, the requirement of the measured electromagnetic pulse signal on the sampling rate of the back-end electronic ADC can be reduced. In this paper, the methods of establishing sparse dictionary, observation matrix and signal reconstruction in the process of TPL implementation are deeply studied, and an atomic number adaptive dictionary construction method based on KSVD is innovatively proposed. On this basis, the compressed sensing effect of TPL system on electromagnetic pulse signal is tested by simulation and experiment, which verifies the feasibility of this method.

Keywords: compressed sensing; electromagnetic pulse measurement; sparse dictionary

0 引 言

电磁脉冲(electromagnetic pulse, EMP)是一种瞬变电

磁现象,它往往具有波形前沿陡峭,持续时间短,峰值场强度高、频带宽等特点^[1]。核爆炸、雷电、大功率电子/电气开关动作、大功率微波等都会产生电磁脉冲。电磁脉冲信号波

收稿日期:2022-11-26

^{*} 基金项目:国家自然科学基金企业创新发展联合基金重点项目(U20B2029)、陕西自然科学基金重点研发计划项目(2022KW-25)、陕西自然科学基金青年项目(2023-JC-QN-0405)、陕西省秦创原“科学家+工程师”团队(2022KXJ-125)、陕西省高校青年创新团队(2022-ZNDXZJ)、西安石油大学科研创新团队(2022KYCXTD01)项目资助

形的详细衍变过程,特别是其陡峭前沿的变化信息,有助于深入理解电磁脉冲信号产生及传播过程,它对于我国国防和自然科学的发展都有着极其重要的科学和实践意义^[2-4]。现有的电磁脉冲测量技术的研究主要集中在前端的传感技术方面,传感器输出信号的高速检测模块多采用高速示波器或者电子 ADC 来实现^[5-6]。其中,高速示波器由于价格较高、体积大,限制了其在现场的应用。工程上,为得到电磁脉冲信号陡峭前沿详细的变化信息,后端电子 ADC 至少需要在其陡峭的前沿上具有 5 个采样值,这对后端 ADC 采样速率提出了较高的要求,大大增加了电磁脉冲信号测量后端电子 ADC 检测的技术难度。例如:对于脉冲前沿大于 1 ns 的电磁脉冲信号,后端 ADC 的采样速率要求大于 5 GS/s。随着现代科学技术水平的不断发展,被测电磁脉冲信号的变化频率越来越高,这对于测量系统中传感器和高速信号检测模块的测量速度、测量带宽都提出了更高更严格的要求。时间交替模数转换器(time-interleaved A/D converter, TIADC)是一种有效的提高后端电子 ADC 采样频率的方法,但其提升倍数受限于并行 ADC 的个数^[7]。

压缩感知(compressive sensing, CS)技术的出现为解决这一类问题,实现电磁脉冲信号的测量提供了一种新的研究方向。CS 理论指出,当信号本身或者在某个变换域内具有稀疏性时,可以通过构造一个与信号的稀疏表示基矩阵(即稀疏字典)不相关的测量矩阵将高维度的信号投影到低维度空间上,最后利用信号重构算法通过低维观察值恢复高维的原始信号^[8-10]。CS 理论一经提出,就吸引了来自世界各国学者的普遍关注,被广泛应用于模拟信息采集、压缩成像、雷达探测、语音识别等诸多领域^[11-14],它被评为“美国 2007 年度十大科技进展”。CS 理论的应用主要涉及以下 3 方面的内容:

1) 寻找或构建合适的稀疏字典,对信号进行稀疏表示,即稀疏表示过程;

2) 构建符合要求的测量矩阵,得到信号的低速观察值,即投影观测过程;

3) 通过信号重构算法,恢复原始信号,即信号重构过程。

利用 CS 理论实现模拟信号压缩采样的方法,主要是基于 AIC 技术,主要包括:基于随机解调结构的 AIC 技术和基于随机采样结构的 AIC 技术两种^[15-19]。但是,它们有着各自的局限性及其适用范围。其中,基于随机解调结构的 AIC 技术存在高速混频模拟前端电路实现难,易产生抖动和孔径失真等问题^[15-17]。而基于随机采样结构的 AIC 技术,由于随机时钟的产生及高精度时间测量电路实现难度较大,限制了其在实际中的应用^[18-19]。为此,研究一种新型的模拟信号压缩感知实现方法,降低电磁脉冲信号对后端电子 ADC 的采样速率要求,避免传统 AIC 技术存在的问题,对推进压缩感知技术在电磁信号测量方面的实用化水平具有重要意义。

本文提出一种基于 TPL 的模拟信号压缩感知技术,在完备保留信号原始信息的前提下,通过三路并行的不同采样速率的 ADC 进行欠采样,实现了对电磁脉冲信号上升沿的高速采集。在信号稀疏表示时,提出了一种基于 KSVD 的原子数自适应字典构建方法,解决了传统字典构建时字典原子个数和各原子更新迭代次数的设置存在盲目性的问题;在投影观测过程中,根据 TPL 实现的物理过程和 Whittaker-Shannon 插值定理构建了适用于该方法的观测矩阵。在此基础上,通过仿真和实验验证了对待测信号的压缩采样效果,TPL 系统利用 3 个低速 ADC 较好地实现了对电磁脉冲信号的高速采集。

1 系统结构及关键技术

1.1 系统结构

基于 TPL 的模拟信号压缩感知系统结构如图 1 所示。从图中可以看出,被测信号 E_{out} 通过三路并行的不同采样速率的低速 ADC 进行欠采样。设定 f_c 为恢复信号的等效采样频率, $T_c = 1/f_c$ 为信号的等效采样时间间隔, N 为信号的等效采样点数。则信号的高速等效采样序列 E_{out} 可以表示为:

$$E_{out}[m] = E_{out}(mT_c), 1 \leq m \leq N \quad (1)$$

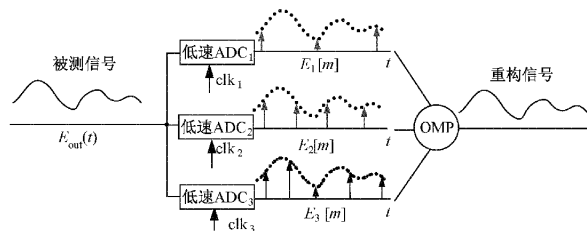


图 1 基于 TPL 方案的压缩感知系统结构框图

假设三路低速 ADC 的采样速率分别为 f_c/N_1 、 f_c/N_2 和 f_c/N_3 , 则三路 ADC 对应的采样时间间隔分别为 $N_1 T_c$ 、 $N_2 T_c$ 和 $N_3 T_c$ 。因此,对应的三路 ADC 采样得到的采样序列 E_1 、 E_2 和 E_3 可以表示为:

$$\begin{cases} E_1[m] = E_{out}(mN_1 T_c), 1 \leq m \leq M_1 \\ E_2[m] = E_{out}(mN_2 T_c), 1 \leq m \leq M_2 \\ E_3[m] = E_{out}(mN_3 T_c), 1 \leq m \leq M_3 \end{cases} \quad (2)$$

式中: M_1 、 M_2 和 M_3 分别为三路 ADC 采样序列对应的采样点数,则 M_1 、 M_2 和 M_3 分别为不大于 N/N_1 、 N/N_2 和 N/N_3 的整数。三路低速 ADC 采样得到的采样序列 E_1 、 E_2 和 E_3 的集合,组成了 TPL 方案的压缩观察值序列 E (即 $E = [E_1^T, E_2^T, E_3^T]^T$)。由此可知,该方案共获得 M 个非等间隔的采样点,其中 $M = M_1 + M_2 + M_3$ 。

在该方案中,为了让压缩采样系统采集到的更多的有用信息,要求三路 ADC 的采样点信息尽量不重复,因此,选择 N_1 、 N_2 和 N_3 为互质整数。为了便于选取,一般选取其为从奇数开始的连续 3 个整数。为了提高压缩感知系统的性能, N_1 、 N_2 和 N_3 需远大于 1, N_1 、 N_2 和 N_3 越大,所需

三路 ADC 的采样速率越低。但是, N_1 、 N_2 和 N_3 越大, 所需采样时长越长。为此, 需要根据实际情况综合考虑, 选取合适的 N_1 、 N_2 和 N_3 。

1.2 系统实现关键技术

1) 基于 KSVD 的原子数自适应字典构建方法

常用的学习型稀疏字典的建立方法是 K-奇异值分解 (K-singular value decomposition, KSVD) 算法, 其基本思路是将庞大的历史数据集进行降维处理, 通过训练提取出历史数据中具有代表性的特征, 从而构建出稀疏字典。在传统的 KSVD 算法中, 字典 Ψ 的原子个数 l 是根据经验预先设置的, 且在字典更新的过程中无法对 l 进行在线实时调整。此外, 对于各个原子的更新迭代次数的设置也存在一定的盲目性, 不能够根据字典更新的情况进行实时调整, 从而可能造成较大的计算量。针对这些问题, 本文在传统 KSVD 算法基础上进行改进, 提出了一种自适应 KSVD 字典训练算法, 可根据重构误差的大小和变化情况判断是否需要增加或减少字典原子数 l , 以力求字典具有最合适的原子个数。同时, 根据重构误差大小决定是否字典已满足要求而停止迭代。算法的具体原理阐述如下。

设历史数据集为 $Y(m \times n$ 矩阵); 将字典 Ψ 初始化为归一化的随机矩阵 ($m \times l$ 矩阵, 其中 l 为字典原子个数)。利用所述 OMP 重构算法, 通过 Y 和观测矩阵 Φ , 得到稀疏系数矩阵 $X(l \times n$ 矩阵)。

由 Y 、 Ψ 和 X 计算重构误差:

$$Y - \Psi \cdot X = Y - \sum_{j \neq j_0} \psi_j x_j^T = (Y - \sum_{j \neq j_0} \psi_j x_j^T) - \psi_{j_0} x_{j_0}^T = \Omega_{j_0} - \psi_{j_0} x_{j_0}^T \quad (3)$$

式中: ψ_{j_0} 为字典 Ψ 中的第 j_0 个原子, 这里假设 $j_0 = 1$ 。

式(3)中等式右边第 1 项 Ω_{j_0} 表示从字典 Ψ 中去除 ψ_{j_0} 原子所产生的重构误差矩阵; 等式右边第 2 项 $\psi_{j_0} x_{j_0}^T$ 的物理含义是指: ψ_{j_0} 原子对原始信号 Y 特征的表达度。字典的更新过程就是对 Ω_{j_0} 进行 SVD 分解, 得到表征 ψ_{j_0} 的特征向量和特征系数。

原子数自适应的 KSVD 字典训练算法采用自学习、自更新、自调整的方法, 通过将生成的字典代入到重构算法中, 通过重构误差大小和变化趋势来判断是否需要当前的原子个数 l 进行调整, 以及迭代更新是否可以停止。这样, 使得字典的构建过程不再具有盲目性。具有原子数自适应特性的 KSVD 字典学习算法的流程如图 2 所示。

首先将历史数据集 Y 划分为训练集 Y_1 和测试集 Y_2 , 设置字典 Ψ 的原子数 l ($l < n_1$, 其中 n_1 是 Y_1 的列数), 初始化字典 Ψ 为归一化的随机矩阵。

利用 OMP 信号重构算法^[20], 通过 Y_1 和观测矩阵 Φ 得到稀疏系数矩阵 X_1 , 然后根据式(20) 计算得到重构误差 Ω_{1j_0} ($j_0 = 1, 2, \dots$)。

当 $\|\Omega_{1j_0}\| \leq \varepsilon$ (ε 为设定的重构误差阈值) 时, 则意味着字典 Ψ 不需要这个原子也可以很好地表征信号, 此时

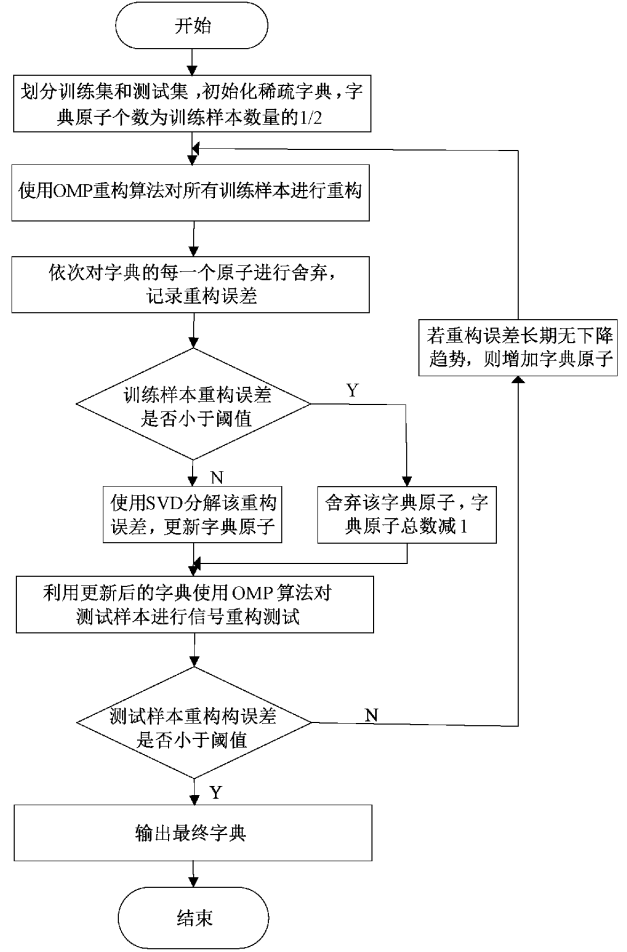


图 2 稀疏字典构建流程

可以从字典 Ψ 中将这个原子删除, 即:

$$l = l - 1 \quad (4)$$

反之, 则利用式(4)对进行 SVD 分解, 取最大特征向量作为新的原子取代 ψ_{j_0} , 最大特征系数取代 $x_{j_0}^T$ 。如此依次对字典的各个原子进行更新, 从而完成对字典 Ψ 中所有原子的一次迭代更新。

待字典 Ψ 的所有原子更新完成后, 在测试集 Y_2 上对更新后的字典进行重构测试。利用 OMP 重构算法, 通过 Y_2 和观测矩阵 Φ 得到稀疏系数矩阵 X_2 , 再根据式(20) 计算得到重构误差 Ω_{2j_0} ($j_0 = 1, 2, \dots$)。然后, 对 Ω_{2j_0} 进行判断。当 $\|\Omega_{2j_0}\| > \varepsilon$ 时, 如果重构误差逐渐变小, 则保持当前的 l 继续通过训练集 Y_1 迭代更新字典 Ψ ; 如果重构误差长期无下降趋势, 则考虑字典 Ψ 的原子数量不够, 导致字典的表征能力不够强, 需新增加一个字典原子后通过训练集 Y_1 迭代更新字典 Ψ , 即:

$$l = l + 1 \quad (5)$$

当 $\|\Omega_{2j_0}\| \leq \varepsilon$ 时, 表明字典 Ψ 已经训练完成, 更新迭代停止, 程序输出得到最终字典 Ψ 。

2) 基于物理过程的观测矩阵构建。

观测矩阵的物理含义是指明了稀疏化采样的方式。数

学上,稀疏度为 K 的一维离散信号 \mathbf{E}_{out} 可以在其稀疏域中进行稀疏表示,即:

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = \Psi \cdot \mathbf{X} \quad (6)$$

式中: \mathbf{E}_{out} 为原始信号, $N \times 1$ 矩阵; Ψ 为稀疏字典, $N \times L$ 矩阵; \mathbf{X} 为原始信号在字典上的投影系数, $L \times 1$ 矩阵, $\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_L]^T$ 。其中, \mathbf{X} 中的非零元素个数不超过 K ($K \ll N$)。

通过将信号 \mathbf{E}_{out} 左乘与稀疏字典互不相关的观测矩阵 Φ , 投影观测过程实际上是通过测量矩阵将电信号从高维空间映射到低维空间的过程, 即:

$$\mathbf{E} = \Phi \cdot \mathbf{E}_{\text{out}} \quad (7)$$

将式(3)代入, 式(7)可以进一步表示为:

$$\mathbf{E} = \Phi \cdot \Psi \cdot \mathbf{X} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \quad (8)$$

在 TPL 系统中, 假设所期望的高采样速率 f_c 下的采样信号为 \mathbf{E}_{out} , 其采样时间间隔为 T_c 。记 N_1 、 N_2 和 N_3 分别为三路低速 ADC 采样率与 f_c 的比值, 则三路低速 ADC 的采样时间间隔分别为 $N_1 T_c$ 、 $N_2 T_c$ 和 $N_3 T_c$ 。这样, 三路低速采样序列 \mathbf{E}_1 、 \mathbf{E}_2 和 \mathbf{E}_3 可分别表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = [E(N_1 T_c) & E(2N_1 T_c) & \dots & E(M_1 N_1 T_c)]^T \\ \mathbf{E}_2 = [E(N_2 T_c) & E(2N_2 T_c) & \dots & E(M_2 N_2 T_c)]^T \\ \mathbf{E}_3 = [E(N_3 T_c) & E(2N_3 T_c) & \dots & E(M_3 N_3 T_c)]^T \end{cases} \quad (9)$$

式中: $E_{\text{out}}(mN_1 T_c)$ 、 $E_{\text{out}}(mN_2 T_c)$ 和 $E_{\text{out}}(mN_3 T_c)$ 分别为三路低速 ADC 的稀疏采样值 (m 为正整数); M_1 、 M_2 和 M_3 分别为三路低速 ADC 采样序列对应的采样点数量。

三路低速采样序列 \mathbf{E}_1 、 \mathbf{E}_2 和 \mathbf{E}_3 的集合, 组成 TPL 系统的观测信号 \mathbf{E} , 即:

$$\mathbf{E} = [\mathbf{E}_1^T, \mathbf{E}_2^T, \mathbf{E}_3^T]^T \quad (10)$$

Whittaker-Shannon 插值定理指出^[20]: 在采样值以 Nyquist 采样频率获取的条件下, 原始模拟信号 $E(t)$ 可由采样值 $E_{\text{out}}(nT_c)$ ($n=1, 2, \dots, N$) 表示:

$$E(t) \approx \sum_{n=1}^N E_{\text{out}}(nT_c) \cdot \text{sinc}\left(\frac{t}{T_c} - n\right) \quad (11)$$

将式(11)代入式(9), 可得:

$$\begin{cases} E_1[m] = E(mN_1 T_c) \approx \sum_{n=1}^N E_{\text{out}}(nT_c) \cdot \text{sinc}(mN_1 - n), 1 \leq m \leq M_1 \\ E_2[m] = E(mN_2 T_c) \approx \sum_{n=1}^N E_{\text{out}}(nT_c) \cdot \text{sinc}(mN_2 - n), 1 \leq m \leq M_2 \\ E_3[m] = E(mN_3 T_c) \approx \sum_{n=1}^N E_{\text{out}}(nT_c) \cdot \text{sinc}(mN_3 - n), 1 \leq m \leq M_3 \end{cases} \quad (12)$$

式中: $E_1[m]$ 、 $E_2[m]$ 、 $E_3[m]$ 分别为三路低速采样序列 \mathbf{E}_1 、 \mathbf{E}_2 和 \mathbf{E}_3 的第 m 个采样值。分析式(12)可知: 在高采样速率下的采样值 $E_{\text{out}}(nT_c)$ 可以通过一定的映射关系, 映

射得到稀疏(或低速)时间采样下的采样序列 \mathbf{E}_1 、 \mathbf{E}_2 和 \mathbf{E}_3 。在 CS 理论中, 观测矩阵的本质就是将信号由高维空间映射到低维空间, 得到低维的观测信号。因此, 观测矩阵就是映射关系的数学表现形式, 且有:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = \phi \mathbf{E}_{\text{out}} \\ \mathbf{E}_2 = \varphi \mathbf{E}_{\text{out}} \\ \mathbf{E}_3 = \gamma \mathbf{E}_{\text{out}} \end{cases} \quad (13)$$

式中: ϕ 、 φ 和 γ 分别为三路低速采样序列 \mathbf{E}_1 、 \mathbf{E}_2 和 \mathbf{E}_3 的系数矩阵, 它们分别代表 \mathbf{E}_{out} 与三路低速采样序列 \mathbf{E}_1 、 \mathbf{E}_2 和 \mathbf{E}_3 之间的映射关系。系数矩阵各元素 $\phi_{m,n}$ 、 $\varphi_{m,n}$ 和 $\gamma_{m,n}$ 分别为:

$$\begin{cases} \phi_{m,n} = \text{sinc}(mN_1 - n), m \leq M_1, n \leq N \\ \varphi_{m,n} = \text{sinc}(mN_2 - n), m \leq M_2, n \leq N \\ \gamma_{m,n} = \text{sinc}(mN_3 - n), m \leq M_3, n \leq N \end{cases} \quad (14)$$

综上, 通过计算得到三路低速采样序列的系数矩阵 ϕ 、 φ 和 γ , 可以得到 TPL 系统的观测矩阵 Φ :

$$\Phi = [\phi^T, \varphi^T, \gamma^T]^T \quad (15)$$

3) 信号恢复

信号恢复是指通过重构算法从少量的稀疏采样数据(观测信号)中恢复出原始信号的过程。如前所述, 信号重构问题是一个求解欠定方程组问题, 是一个非凸的最优化问题^[21]。常见的信号重构算法主要分为全局最优化算法和贪婪迭代算法。

典型的全局最优化算法是基追踪(basis pursuit, BP)算法^[22]。这类算法将 0 范数问题可以转化为 1 范数问题求解, 即:

$$\min \|\mathbf{X}\|_1 \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{E} \quad (16)$$

式中: $\min \|\mathbf{X}\|_1$ 的求解就是求矩阵中各个元素绝对值之和最小。1 范数问题是一个凸优化问题, 凸优化问题可以转化为一个线性规划问题进行精确求解。使用线性规划方法得到的解是全局最优解, 因此这类求解算法较稳定, 重构精度也较好。但是, 随着信号维度的增高, 其算法计算量急剧增大, 计算时间较长。

典型的贪婪迭代算法是正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法。贪婪迭代算法仍然是对 0 范数问题的求解, 但是该类算法允许在重构过程中存在一定误差, 即^[22]:

$$\min \|\mathbf{X}\|_0 \quad \text{s. t.} \quad \|\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} - \mathbf{E}\|_2 < \varepsilon \quad (17)$$

式中: ε 为重构允许误差, 它是个很小的常数。

相比全局优化算法, OMP 算法每次迭代时选择与信号最匹配的原子来线性表示信号, 信号残差更新后继续选择与信号残差最为匹配的原子, 经过多次迭代, 信号就可以用得到的原子线性表示出来, 残差就是重构的误差。OMP 算法每次迭代时选择一个局部最优解来逐步逼近信号, 实现简单且计算速度快。为此, 选用 OMP 算法作为信号的恢复算法。

2 系统仿真结果和分析

2.1 系统参数设置

1) 三路 ADC 的采样时间长度及所期望的采样率

设定采样时间长度 $T=10$ ns, 所期望的采样率为 $f_e=100$ GSPS, 可以计算得到恢复信号的采样点数 $N=1\ 000$ 。

2) 三路 ADC 的采样频率的选择

由于 M_1 、 M_2 和 M_3 分别为大于 T/T_{s1} 、 T/T_{s2} 和 T/T_{s3} 的最小整数, 可知:

$$f_e \approx \frac{N(f_{s1} + f_{s2} + f_{s3})}{M} \quad (18)$$

从式(18)中可以看出, 系统预期的采样率 f_e 取决于 N/M 的比值和三路 ADC 的采样率的平均值。 N/M 的值越大, TPL 系统获取信号的等效采样率越高。

准确恢复被测信号所需要的稀疏采样点数 M 由恢复信号的采样点数 N 和信号的稀疏度 K 共同决定, 需满足^[23]:

$$M \geq 2K \cdot \ln(N/K) \quad (19)$$

将不同的 N 和 K 代入式(19), 可以计算得到 M 需满足的要求, 结果如表 1 所示。从表中结果可以看出, 压缩感知系统所需的稀疏采样点数 M 与 N 和 K 值成正比。 K 值越大(即信号的稀疏性越差), 所需的稀疏采样点数越多。

表 1 所需最少稀疏采样点数计算结果

N	$K=1$	$K=2$	$K=5$	$K=10$	$K=20$
300	12	21	41	69	109
500	13	23	47	79	129
1 000	14	25	53	93	157
2 000	16	28	60	106	185

将式(19)代入式(18), 可得:

$$\frac{f_e}{f_s} = \frac{f_e}{(f_{s1} + f_{s2} + f_{s3})/3} \leq \frac{3N}{2K \cdot \ln(N/K)} \quad (20)$$

式中: f_e 为所期望的采样率; f_s 为三路 ADC 采样率的平均值;

$\frac{f_e}{f_s}$ 为系统的压缩比。

将不同的 K 和 N 代入式(20), 计算并绘制出不同的 N 时, 系统所能实现的压缩比随 K 值变化的曲线图(图 3)。从图中可以看出, 对于同一个 N , 当 K 值增大时, TPL 系统所能实现的压缩比一开始急剧减小, 接着其变化趋于平缓。而 K 值取决于信号本身的稀疏性和所建立稀疏字典性能的优劣。因此, 构建合适的稀疏字典使 K 趋于最小化, 有利于提高 TPL 系统的压缩比。

而对于同一个 K , TPL 系统的压缩比随着 N 的增大而逐渐增大。因此, 为了得到较大的压缩比, 可选择较大的 N 值。但是过大的 N 值会导致后续重构算法的计算量大幅度上升, 且需要采集较长的时间才能获取等效高采样速

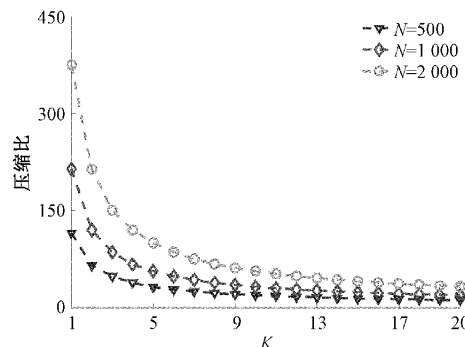


图 3 压缩比随 K 值变化曲线

率下的信号, 同时较大的 N 值对待测信号波形的稳定性要求也较高。

假设信号的稀疏度 $K \leq 10$, 由式(20)可计算得到系统的压缩比最大为 32.6。即对于稀疏度 ≤ 10 的被测信号, 当恢复信号的采样点数 $N=1\ 000$ 时, TPL 系统的压缩比不大于 32.6。此时, 三路 ADC 采样率的平均值满足下式:

$$f_s = \frac{(f_{s1} + f_{s2} + f_{s3})}{3} = \frac{(f_e/N_1 + f_e/N_2 + f_e/N_3)}{3} \geq \frac{f_e}{32.6} \quad (21)$$

式中: f_{s1} 、 f_{s2} 和 f_{s3} 分别为三路低速 ADC 的采样率; N_1 、 N_2 和 N_3 分别为三路低速 ADC 采样率与 f_e 的比值。

显然, N_1 、 N_2 和 N_3 的最小公倍数越大, 采样点越不容易重复。为了使三路低速 ADC 的采样率接近且尽量不重复, N_1 、 N_2 和 N_3 可选取为从奇数开始的 3 个连续整数。将 $N_2 = N_1 + 1$ 、 $N_3 = N_1 + 2$ 代入式(21), 可以得到 N_1 、 N_2 和 N_3 分别为 31、32 和 33, 即三路 ADC 的采样率分别为 $f_e/31$ 、 $f_e/32$ 和 $f_e/33$ 。

因此, 当设定所期望的采样率为 $f_e=100$ GSPS 时, 三路 ADC 的采样率分别为 3.23、3.13 和 3.03 GSPS。

3) 三路 ADC 的稀疏采样点数

由于设定的采样时间长度 $T=10$ ns, 三路 ADC 的采样率分别为 3.23、3.13 和 3.03 GSPS, 则三路低速 ADC 的稀疏采样点数 M_1 、 M_2 和 M_3 分别为 33、32 和 31, $M=96$ 。

2.2 系统仿真结果及分析

1) 利用原子自适应的 KSVD 字典学习算法得到瞬变脉冲信号的稀疏字典 D

指数型瞬变脉冲信号的表达式为:

$$E(t) = E_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (22)$$

式中: E_0 为脉冲峰值。参数 α 、 β 的值的大小主要影响脉冲波形的上升沿及下降沿时间。

根据式(22)计算得到不同上升时间和下降时间(不同的 α 、 β 值等)的 6 000 个波形数据, 其中 α 值的取值范围为 $0.4 \times 10^9 \sim 6.4 \times 10^9$, 步进为 0.05×10^9 , 共取 120 个值; β 值的取值范围为 $2 \times 10^{10} \sim 12 \times 10^{10}$, 步进为 0.2×10^{10} , 共取 50 个值。将这 6 000 个波形数据(每个数据为一列)作

为样本数据 \mathbf{Y} (即 $1\,000 \times 6\,000$ 矩阵)。然后,随机选取其中的 5 000 个波形数据作为训练集 \mathbf{Y}_1 , 1 000 个波形数据作为测试集 \mathbf{Y}_2 。设定初始字典的原子数为 2 500 (即 $1\,000 \times 2\,500$ 矩阵), 每个原子为归一化随机序列。利用原子数自适应的 KSVD 字典学习算法, 训练得到瞬变脉冲信号的稀疏字典 \mathbf{D} 。该字典为 $1\,000 \times 426$ 矩阵, 它含有 426 个原子, 每个字典原子的长度是 1 000。

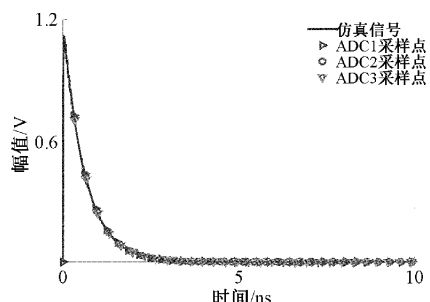
2) 观测矩阵 Φ 的构建

建立观测矩阵 Φ , 其中稀疏采样点数 $M=96$, 恢复信号的采样点数 $N=1\,000$, 因此观测矩阵 Φ 为 $96 \times 1\,000$ 矩阵。

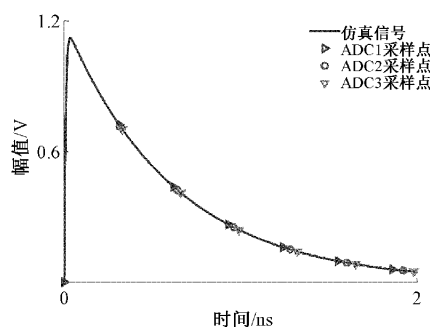
计算观测矩阵 Φ 与训练得到的脉冲信号稀疏字典 \mathbf{D} 之间的相关系数, 计算结果可知: 观测矩阵 Φ 与字典 \mathbf{D} 之间的最大相关系数约为 3.15, 小于 $0.2\sqrt{N}$ 。由此可知, TPL 方法的观测矩阵 Φ 与字典 \mathbf{D} 之间具有不相关性, 满足压缩感知应用时需满足的 RIP 判决条件^[23]。

3) 三路稀疏采样序列组成的观测信号 \mathbf{E}

仿真脉冲信号的幅值 $E_0=1.2$, 参数 α, β 的值分别为 1.12×10^9 和 8.75×10^{10} 。由三路 ADC 得到的稀疏采样序列如图 4 所示。



(a) 脉冲信号及其三路ADC采样序列



(b) 上升沿局部放大图

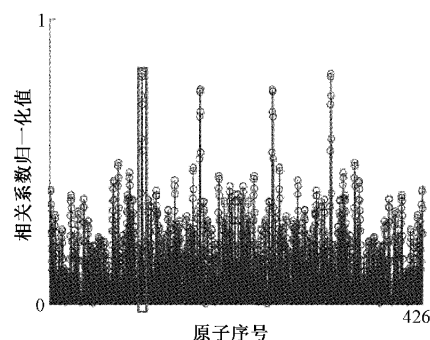
图 4 三路 ADC 输出的稀疏采样序列及其局部放大图

这三路稀疏采样序列的集合, 组成了 TPL 系统的观测信号 \mathbf{E} 。从局部放大图 4(b) 中可以看出, 由于上升沿速度比较快, 观测信号 \mathbf{E} 并没有在上升沿采集到足够的有效信息。

4) 利用 OMP 重构算法获取等效高采样速率下的信号波形

利用 OMP 重构算法, 由三路 ADC 的输出值构成的观测信号, 得到等效高采样速率下的信号波形。在 OMP 重

构算法中, 将观测矩阵 Φ , 与字典 \mathbf{D} 相乘, 计算得到感知矩阵 \mathbf{A} 。在算法每次迭代的过程中, 选择一个与信号最匹配的原子来线性表示信号, 即投影系数最大的列对应的原子。第一次迭代时, 计算残差信号 \mathbf{r} 在 \mathbf{A} 上的投影 (图 5(a)), 可以看出投影系数最大的列为第 106 列。因此, 第一次迭代时找到的与信号最匹配的字典原子为第 106 个原子。将该原子加入支撑集, 进行 \mathbf{r} 的更新。重复上述过程, 在每次迭代时都寻找一个最能表示信号特征的原子进行 \mathbf{r} 的更新, 直到 \mathbf{r} 模值的相对误差低于设定的阈值 (图 5(b))。



(a) 第1次迭代时, \mathbf{r} 在 \mathbf{A} 上的投影结果

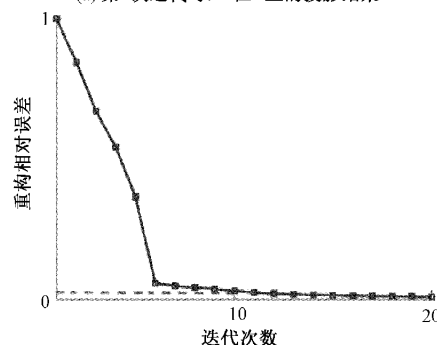


图 5 获取脉冲信号的过程

最终得到信号的稀疏系数, 并由此得到所期待的等效高采样速率下的信号波形, 信号的时间长度是 1 000 ns (图 6(a))。为便于观察, 从中截取 0~50 ns 时间范围内的信号波形, 如图 6(b) 所示。

5) 仿真结果分析

从图 6(b) 中可以看出, 获取的瞬变脉冲信号的等效采样率达到了 1 GSPS。TPL 系统获取的瞬变脉冲信号波形可以得到上升沿的有效信息。为了评价获取信号波形与仿真信号波形的吻合程度, 可以通过相对误差的分贝值 R (简称分贝误差) 来计算, 即:

$$R = 20 \cdot \lg \frac{\|\mathbf{E}_{\text{out}}\|}{\|\mathbf{E}_{\text{out}} - \mathbf{E}'_{\text{out}}\|} \quad (23)$$

式中: \mathbf{E}_{out} 为仿真信号; \mathbf{E}'_{out} 为获取的等效高采样速率下的信号; $\|\cdot\|$ 为向量的模。

利用式(23)计算可知, TPL 系统获取的等效高采样率

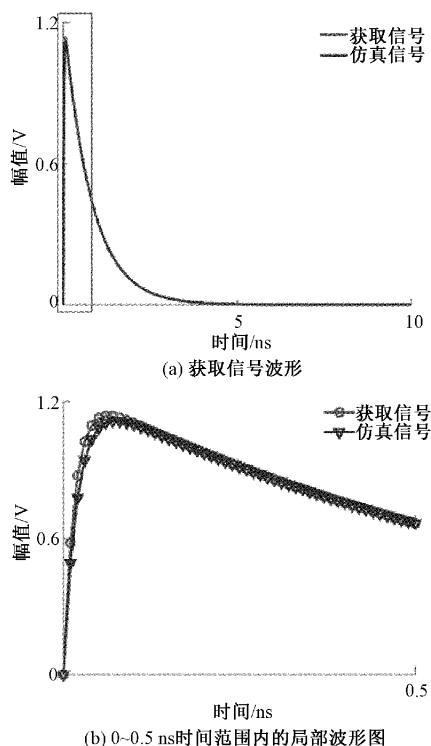


图 6 获取的瞬变脉冲信号波形及局部波形放大图

下信号的分贝误差 $R = 55.7$ dB。随机改变脉冲信号的幅值 E_0 、参数 α 和 β 值,重复上述仿真过程,可得 TPL 系统获取信号的分贝误差 R 的平均值为 54.6 dB,对指数型瞬变脉冲信号有较好的压缩感知效果。TPL 系统所实现的等效采样率为 100 GSPS,所使用三路低速 ADC 的采样速率的平均值为 3.13 GSPS,系统的压缩比为 31.9。

3 实验测试

3.1 实验装置

1) 实验系统结构

为验证系统的可行性,项目组搭建了基于 TPL 的电磁脉冲信号压缩感知测量系统(简称 TPL 系统)结构如图 7 所示。

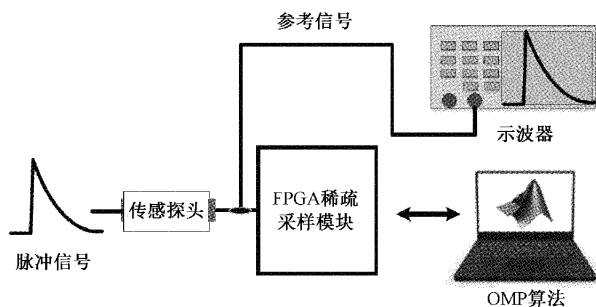


图 7 基于 TPL 的电磁脉冲信号压缩感知系统结构示意图

从图 7 中可以看出,信号发生器产生的雷击脉冲信号经过平行电极板后得到电磁脉冲信号,电磁脉冲信号经过

传感探头后,通过基于 FPGA 的稀疏采样模块将观测信号送入上位机得到被测信号在预期高采样率下的波形。为了验证 TPL 压缩感知方法的有效性,原始被测信号同时输入到高速示波器中作为参考信号。以上相关设备的主要参数如下:

信号发生器:上海凌世电磁技术有限公司的 LSG-2551T 型雷击脉冲发生器,脉冲上升时间和输出电压可调,输出电压幅值范围为 0.1~10 kV。

传感探头:基于光学机理的传感探头,实验室自制,可行性已通过实验论证,见已发表相关论文^[20]。

基于 FPGA 的稀疏采样电路板:实验室自制,控制器为美国 Altera 公司的 EP4CE10F17C8 型 FPGA。

ADC,美国 ADI 公司的 12 bit、最高采样率 65 MSPS 的 AD9226,输入信号最大带宽为 780 MHz;晶振频率为 50 MHz。

高速示波器,美国 Tektronix 公司的 DPO4104 型示波器,带宽 1 GHz,最高采样率为 5 GSPS。

2) 基于 FPGA 的稀疏采样电路板的组成。

基于 FPGA 的三路并行稀疏采样电路板的主要作用是对待测信号进行稀疏采样,得到三路不同采样速率的稀疏采样数据,并将采样数据发送给上位机。其结构框图如图 8 所示。从图中可以看出,该稀疏采样电路包含了功分器、ADC 和 FPGA 等。功分器将待测信号均分成 3 路,分别经过三路 ADC 进行稀疏采样,采样后的数据通过 FPGA 的先进先出模块(FIFO)实现数据缓存,再通过串口上传至上位机。实验中选用的 ADC 芯片为美国 ADI 公司的 AD9226,最高采样率为 65 MSPS,采用单电源供电,内置一个片内高性能采样保持放大器和基准电压源。

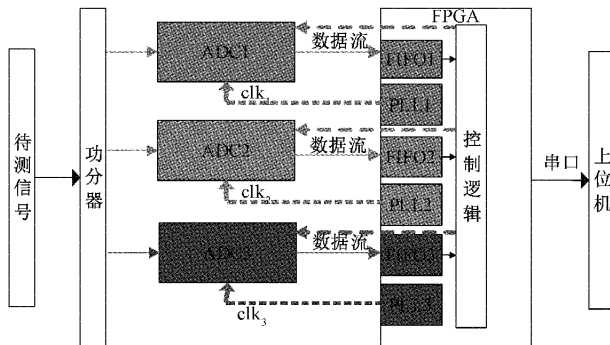


图 8 基于 FPGA 的稀疏采样模块的结构框图

本文采用 FPGA 对 ADC 进行控制,并为 ADC 提供采样时钟和控制 ADC 的开启与关闭。其中,三路 ADC 的采样时钟信号由 FPGA 的锁相环模块(PLL)产生。通过 PLL 模块,可以对晶振电路产生的时钟信号进行倍频、分频、相位偏移和占空比调节等,从而得到不同频率、相位和占空比的采样时钟信号。选用的 FPGA 最多可以配置 4 个 PLL 模块,可以满足产生三路不同采样率的采样时钟的要求。

3) 上位机人机交互界面的设计

本文使用 LabVIEW 设计了 TPL 系统的上位机人机交互界面,如图 9 所示。

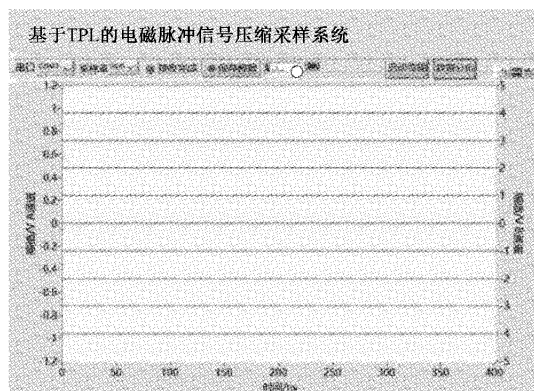


图 9 TPL 系统人机交互界面图

上位机人机交互界面上边是 TPL 系统的参数设置菜单,用户设置的串口号、等效采样率、采样时长等会以句柄的方式传输给程序,程序利用重构算法来实现被测信号的重构。右上角是启动串口传输按钮,点击传输按钮后,程序启动串口传输进程,并将串口传输的数据展示在中间的窗口中。同时设置了数据分析选项,通过勾选详细数据分析功能,程序还可以提供采样数据,观测矩阵,重构过程每一步的残差结果图和重构结果的详细数据供用户进行分析。

3.2 实验参数设置

TPL 实验测试系统中,受限于硬件条件,设定采样时间长度 $T=1\ \mu\text{s}$,所期望的采样率为 $f_s=1\ \text{GSPS}$,可以计算得到恢复信号的采样点数 $N=1\ 000$ 。与仿真参数相同, N_1 、 N_2 和 N_3 分别选取为 31、32 和 33。三路低速 ADC 的稀疏采样点数 M_1 、 M_2 和 M_3 分别为 33、32 和 31, $M=96$ 。三路采样时钟信号是通过 PLL 模块配置产生的,PLL 的配置界面如图 10 所示。

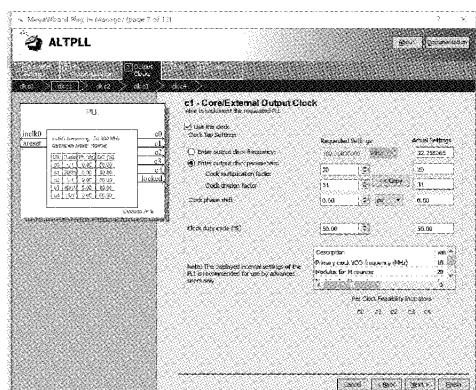


图 10 PLL 配置界面图

PLL 配置参数为:倍频系数为 20,分频系数分别为 31、32 和 33。因此,三路 ADC 的采样率分别为 32.3、31.3 和 30.3 MSPS。配置完成后,PLL 模块产生的采样时钟时序如图 11 所示。

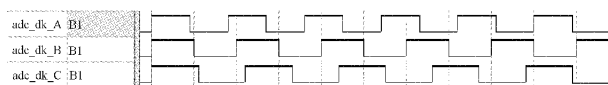
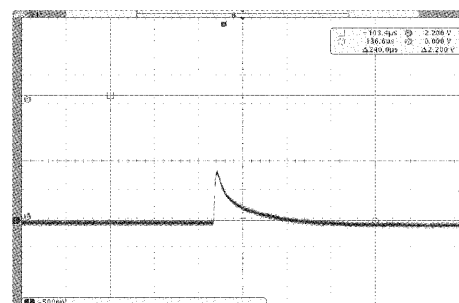


图 11 采样时钟的时序图

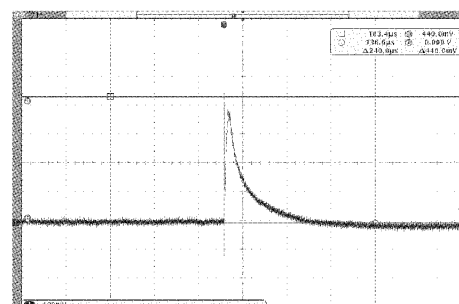
3.3 实验参数设置结果及分析

1) 三路稀疏采样序列组成的观测信号 E

利用脉冲发生器输出一系列电磁脉冲电信号,参考波形如图 12 所示。受限于篇幅,本文以某一个波形为例对实验过程进行详细阐述。



(a) 脉冲信号参考波形1



(b) 脉冲信号参考波形2

图 12 脉冲信号波形图实例

由三路 ADC 采样得到的稀疏采样序列如图 13 所示。

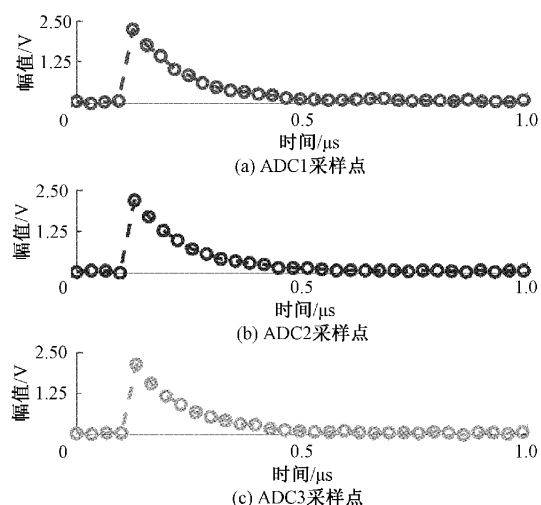


图 13 三路 ADC 得到的采样序列

三路稀疏采样序列的集合,组成了 TPL 系统的观测信

号 E 。从图中可以看出,此时的观测信号并不能有效地采集到该电磁脉冲信号陡峭前沿的详细变化信息。

2) 利用 OMP 重构算法获取等效高采样速率下的信号波形

与仿真步骤一致,利用 TPL 获取等效高采样速率下的脉冲信号波形,信号时间长度为 $1\ \mu\text{s}$ 。为便于观察和数据分析,从中截取 $100\sim 200\ \text{ns}$ 时间范围内的信号波形,其结果如图 14 所示。

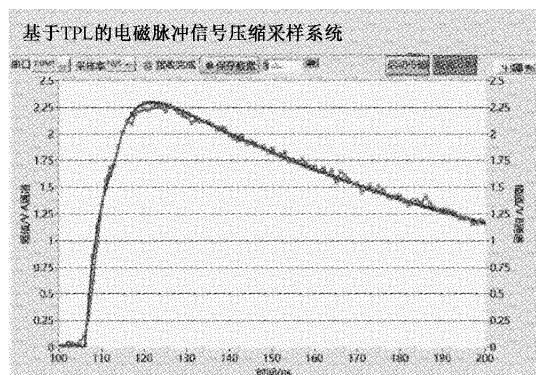


图 14 获取的脉冲信号波形
(平滑波形代表参考信号,毛刺波形代表恢复信号)

3) 实验结果分析

从图 14 中可以看出,获取信号波形与参考信号波形基本一致,获取信号的分贝误差 $R = 46.9\ \text{dB}$ 。由此可知,TPL 系统对雷击脉冲信号有较好的压缩感知效果。

实验结果表明,TPL 系统实现了对瞬变脉冲信号较好的压缩感知效果,利用三路低速 ADC,有效恢复了电磁脉冲信号陡峭前沿的详细变化信息。三路低速 ADC 的采样率分别为 32.3 、 31.3 和 $30.3\ \text{MSPS}$,TPL 系统实现的等效采样率为 $1\ \text{GSPS}$,系统的压缩比为 31.9 。与传统的 TIADC 系统提升的 3 倍相比,对瞬变脉冲信号进行测量时等效采样频率提高了 10 倍。

4 结 论

本文研究实现了一种基于压缩感知技术的电磁脉冲信号测量技术,通过仿真和实验验证了 TPL 系统对瞬变脉冲信号的采集效果,系统的压缩比为 31.9 。针对 TPL 系统实现过程中电磁脉冲信号的稀疏表示,提出了一种基于 KSVD 的原子数自适应字典构建方法,使得字典的原子个数和算法的更新迭代次数可以实时自动调整。使用 TPL 压缩采样技术能很好实现对电磁脉冲信号的高速采集,下一步将拓展该方法的适用信号类型。

参考文献

[1] 邱爱慈,别朝红,李更丰,等. 强电磁脉冲威胁与弹性电力系统发展战略[J]. 现代应用物理,2021,12(3):3-12.
[2] 汪仪林,马秋华. 电和电磁环境对引信全电子安全系统的影响[J]. 探测与控制学报,2022,44(3):1-10.

[3] LYU F, HAN C, DING H, et al. Magnetic field sensor based on microfiber sagnac loop interferometer and ferrofluid [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2015, 27(22):2327-2330.
[4] ZHAO M, ZHOU X, CHEN Y Z. A highly sensitive and miniature optical fiber sensor for electromagnetic pulse fields[J]. Sensors, 2021, 21(23):8137.
[5] 李仙丽,王冬冬,李向龙,等. 基于电光聚合物缺陷光子晶体的脉冲电场测量技术[J]. 电子学报,2021,49(9):1691-1700.
[6] 张家洪,王欣,陈福深. 用于爆炸辐射电磁脉冲时域测量的集成光波导电场传感器研制[J]. 仪器仪表学报,2022,43(7):149-156.
[7] 郝少帅,杨玉华,王淑琴. 基于 FPGA 的高精度采集系统的研究与实现[J]. 电子测量技术,2020,43(19):154-158.
[8] 丁晖,赵海丞,刘家强,等. 基于压缩感知的电力设备状态感知技术[J]. 高电压技术,2020,46(6):1877-1885.
[9] JIANG XH, LI N, GUO Y, et al. Sensing matrix optimization for multi-target location using compressed sensing in wireless in wireless sensor network [J]. China Communications, 2022, 19(3):230-244.
[10] 贾晓立,江晓波,蒋三新,等. 利用结构特征的语音压缩感知重建算法[J]. 上海交通大学学报,2017,51(9):1111-1116.
[11] 吴佳琛,曹良才. 基于压缩感知的菲涅尔孔径编码无透镜成像(特邀)[J]. 光子学报,2022,51(7):267-276.
[12] 许佳薇,韩军,丁良华. 改进的压缩感知红外图像去噪算法[J]. 电子测量技术,2021,44(5):107-111.
[13] 季章生,肖本贤. 基于压缩感知重建功率场的快速多目标计数与定位[J]. 电子测量与仪器学报,2019,33(10):73-81.
[14] 季章生,肖本贤. 正则化递增支撑集子空间追踪算法的目标定位[J]. 电子测量与仪器学报,2019,33(6):24-30.
[15] YAN H, WEI Y, ZHOU Y, et al. Temperature distribution reconstruction method for acoustic tomography based on compressed sensing [J]. Ultrasonic Imaging, 2022, 44(2-3):77-95.
[16] 盖建新. 基于 MWC 的稀疏宽带信号亚奈奎斯特采样技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2013.
[17] LIU S, NING L, WANG H. The implementation of the improved OMP for AIC reconstruction based on parallel index selection[J]. IEEE Transactions on Very Large Scale Integration Systems, 2018, 26(2):319-328.
[18] MM A, AIH B, HSM A. Sub-Nyquist wideband

- spectrum sensing based on analog to information converter for cognitive radio[J]. *Procedia Computer Science*, 2021, 182:132-139.
- [19] ZHAO Y, HU Y H, WANG H. Enhanced random equivalent sampling based on compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2011, 61(3): 579-586.
- [20] DING H, LYU F, ZHAO H, et al. Sub-Nyquist sampling method and its application in high-frequency electric-field measurement[J]. *Optical Engineering*, 2019, 58(11): 114106-114106.
- [21] ZHANG S, WU J, CHEN D, et al. Fast frequency-domain compressed sensing analysis for high-density super-resolution imaging using orthogonal matching pursuit[J]. *Photonics Journal, IEEE*, 2019, 11(1): 1-8.
- [22] LORENZ D, PFETSCH M E, TILLMANN A M. Solving basis pursuit: Heuristic optimality check and solver comparison [J]. *Acm Transactions on Mathematical Software*, 2012, 41(2):1-29.
- [23] ROY S, ACHARYA D P, SAHOO A K. Fast OMP algorithm and its FPGA implementation for compressed sensing-based sparse signal acquisition systems [J]. *IET Circuits Devices & Systems*, 2021(2):1-11.

作者简介

吕方兴,博士,讲师,硕士生导师,主要研究方向为压缩感知技术及高速 ADC 技术等。

E-mail:210201@xsyu.edu.cn

熊泽康,硕士研究生,主要研究方向为压缩感知技术。

E-mail:xzk15191673960@163.com

李飞(通信作者),教授,博士生导师,主要研究方向为智能定向钻井技术及高可靠性电路设计等。

E-mail:lif@xsyu.edu.cn