

基于相位线性展开的波前误差检测与图像复原

武国梁 王刚 齐荔荔 王磊

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 长春 130033)

摘要: 随着对分辨率需求的日益增加,合成孔径光学系统在空间观测领域占据越来越重要的地位,而其各子境的共焦共相成为制约其应用的主要因素,传统位相相异方法能够进行波前误差检测,但其目标函数结构复杂、精度低且计算复杂度高,因此不能满足实际需要。利用 Zernike 多项式的性质,通过构建位相相异模型,并对相位进行一阶泰勒展开,求解最小二乘问题以替代计算非线性优化问题,在波前误差较小的情况下可以准确恢复波前相位。实验证明,经过矫正后的相位误差优于 $1/60\lambda$,同时能获得较好的图像复原结果。

关键词: 波前误差检测; 相位线性展开; 最小二乘; 图像复原

中图分类号: TP75 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4050

Wavefront phase error detection and image restoration based on linear expansion

Wu Guoliang Wang Gang Qi Lili Wang Lei

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences,
Department of Space Optics, Changchun 130033, China)

Abstract: With the increasing demand of the resolution, synthetic aperture optical system is more and more important in the field of space observations, the cophase of its sub exit has become the main factor that restricts its application, the traditional phase diversity method can detect wavefront error, but the complex structure of objective function, low precision and high computational complexity do not meet the practical needs. In this paper, we construct the phase diversity model by using the properties of Zernike polynomials, expand the phase by first order Taylor series and solve least squares problems to replace the nonlinear optimization problem. When the wavefront error is small this method can accurately recover the wavefront phase. Experiments show that the method can correct the phase error better than $1/60\lambda$ and achieve satisfactory image restoration results.

Keywords: wavefront error detection; phase linear expansion; least square; image restoration

1 引言

增大空间望远镜口径有助于提高观测精度,但大口径光学系统在复杂空间环境镜面会发生变形而不能正常工作。通过实现多个子孔径拼接可以获取大口径光学系统的全部或部分功能,是一种低成本的有效手段^[1-5]。

Gonsalves 针对波前相位畸变提出位相相异法,在已知离焦量的前提下解算出波前相位分布并恢复出目标^[6]。Paxman 等人同时采集一对或者多对图像,给出噪声情况下的数学模型,由此提高了算法在噪声情况下的估计精度^[7]。在高斯噪声模型下,王建立等人将目标与多通道图像的均方差看作似然函数并求解,获得了较好的效果^[8-10]。位相相异法为波前探测提供了解决方案,但其最大的缺点就是目标函数结构复杂,包含大量的矩阵运算和傅里叶变换,需要进行多次迭代,计算复杂度高。

在残余像差较小的情况下,利用 Zernike 多项式和径向基函数的自由曲面重构方法^[11],提出了一种基于相位展开的位相相异方法,给出了改进后的目标函数的计算式,通过对相位进行泰勒展开,然后用最小二乘问题代替非线性优化,减少计算复杂度,提高准确率。

2 基本原理

2.1 位相相异法光学系统

位相相异法的基本原理如图 1 所示。扩展目标进入包含像差的光学系统后,系统传递函数降低,成像质量下降。在焦面之前加入分光镜,图像采集单元 CCD1 采集焦面像,分光镜图像采集单元 CCD2 采集已知离焦量的离焦像。焦面像和离焦像包含了系统的波前误差信息,可以用 Zernike 多项式来拟合,通过构建波前相位目标函数提取 Zernike 多项式的系数,从而得到系统的波前信息。

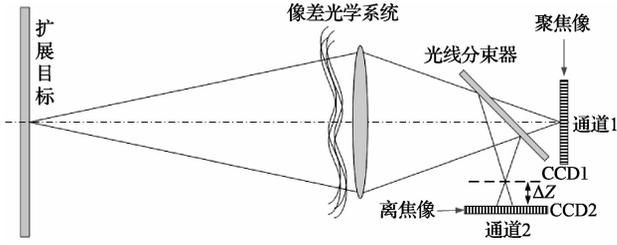


图1 位相相异法图像采集示意

2.2 成像系统模型

符号声明, $*$ 表示卷积运算符, $O(\|\cdot\|^2)$ 表示拉格朗日余项, $\text{FT}(\cdot)$ 表示傅里叶变换, $\text{Con}(\cdot)$ 表示共轭转置, $\text{Re}(\cdot)$ 为取复数实部。

假设光学成像系统是空间不变系统,且入射光是准单色非相干光,考虑噪声影响,则各通道的物像关系可以表示为下式的卷积形式:

$$d_i = s * h_i + n_i \quad (1)$$

式中: i 表示不同离焦情况, d_i 表示像的强度分布, s 表示目标物, h_i 表示成像系统的点扩散函数, n_i 代表附加噪声。

点源经过相位畸变的成像过程可使用归一化的 Zernike 基近似:

$$\phi(u, v) = Z(u, v)\alpha \quad (2)$$

式中: α 为包含未知像差对应的 Zernike 系数, Z 为包含光瞳在坐标 (u, v) 处泽尼克多项式矩阵。

合成孔径光学系统的广义光瞳函数可以表示为:

$$p(u, v, \alpha, \beta_i) = \prod_{n=1}^N \prod_n(u, v) e^{i\phi_n(u, v)} \quad (3)$$

式中: N 表示系统子镜的总数, \prod_n 表示第 n 个子镜的二值函数, ϕ_n 表示第 n 个子镜的像差。可以用 Zernike 多项式来表示:

$$\phi_n(u, v) = Z(u, v)\alpha_n + \Delta(u, v)\beta_i \quad (4)$$

式中: α_n 为包含未知像差对应的 Zernike 系数, Z 为包含光瞳在坐标 (u, v) 处 Zernike 多项式矩阵, β_i 表示已知像差, Δ 表示离焦造成的像差:

$$\Delta(u, v) = \frac{2\pi(u^2 + v^2)}{8\lambda F_\#^2} \quad (5)$$

式中: λ 为入射光波长, $F_\#$ 为系统相对孔径比。

3 波前相位线性展开

通过对点扩散函数进行一阶泰勒展开获得在 $\alpha = 0$ 处、离焦为 β_i 的线性估计:

$$h_i = h_i|_{\alpha=0} + \left. \frac{\partial h_i}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} \alpha + O(\|\alpha\|^2) \quad (6)$$

展开后得到包含对应第 k 项 Zernike 系数 α_k 的项,对应的点扩散函数初值及其导数为:

$$h_i|_{\alpha=0} = \text{FT}(p_i)\text{Con}(\text{FT}(p_i)) \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial h_i}{\partial \alpha_k} \right|_{\alpha=0} = 2R_c[i\text{FT}(p_i z_i)\text{Con}_j(\text{FT}(p_i))] \quad (8)$$

由线性方法估计得到:

$$d_i = s * (L_i^0 + L_i^1 \alpha) + n_i \quad (9)$$

对应多通道情况,采集到的观测图像 $d_i (i \in 1, 2, \dots, I)$ 经过变换得到:

$$d_i * h_j - d_j * h_i = n_i * h_j - n_j * h_i \quad (10)$$

通过矩阵堆叠:

$$D = [D_2^1 - D_1^1, \dots, D_i^1 - D_{i-1}^1, D_i^1 - D_i^0] \quad (11)$$

$$A = [A_1^2 - A_1^1, \dots, A_{i-1}^1 - A_{i-1}^0, A_i^1 - A_i^0] \quad (11)$$

式中:

$$D_i^j = \text{FT}(d_i) \cdot \text{FT}(L_j^0) \quad (12)$$

$$A_i^j = \text{FT}(d_i) \cdot \text{FT}(L_j^1) \quad (12)$$

然后得到一个最小二乘问题:

$$D = A\alpha + n \quad (13)$$

式(13)是对于 $\hat{\alpha}_k$ 的线性估计 $\alpha = A^* D$, 式中 $*$ 表示矩阵的伪逆。

4 实验结果与分析

本实验合成孔径光学系统采用带像差 Golay3 排布方式进行仿真,其 $F_\#$ 为 10,离焦量为 0.22 mm,以 Zernike 系数前 10 项为未知数进行反演,子镜初始与复原后的 Zernike 系数分别如表 1 和表 2 所示,反演像差的结果与实际像差只有微小的偏差,这样的误差基本是在误差容限以内的,所以对图像复原的结果影响并不是很大。经过计算,初始像差 RMS 为 0.44056 λ , PV 值为 2.4696 λ ,复原后经过矫正像差的 RMS 为 0.015904 λ , PV 值为 0.1432 λ ,较好的实现了子孔径的共焦共相。

表 1 初始各子镜 Zernike 系数

Zernike 项	子镜 1	子镜 2	子镜 3
0	0	-0.128 1	0.438 3
1	0	0.270 2	0.337 7
2	0	-0.172 6	-0.354 8
3	0.031 9	0.037 1	-0.009 1
4	-0.036 2	-0.033 6	0.026 3
5	-0.002 6	-0.003 5	-0.022 9
6	-0.009 4	-0.040 0	-0.005 6
7	-0.037 7	0.013 1	-0.030 3
8	0.029 1	0.038 1	-0.031 3
9	0.010 0	0.022 9	-0.018 3

表 2 复原后各子镜 Zernike 系数

Zernike 项	子镜 1	子镜 2	子镜 3
0	0	-0.1246	0.4442
1	0	0.2717	0.3381
2	0	-0.1715	-0.3533
3	0.0379	0.0394	-0.0136
4	-0.0349	-0.0292	0.0190
5	-0.0106	-0.0078	-0.0255
6	-0.0121	-0.0379	-0.0077
7	-0.0334	0.0119	-0.0294
8	0.0323	0.0370	-0.0270
9	0.0096	0.0229	-0.0152

从图2的MTF反演结果能够明显看出图像中低频率的MTF值得到了很大的提升,这说明所采用的波前相位线性展开图像复原方法能够有效的复原合成孔径成像系统这类低对比度的退化图像。

图2中蓝色虚线为初始MTF,绿线为复原后MTF,红色点线为理想GOLAY3的MTF曲线。

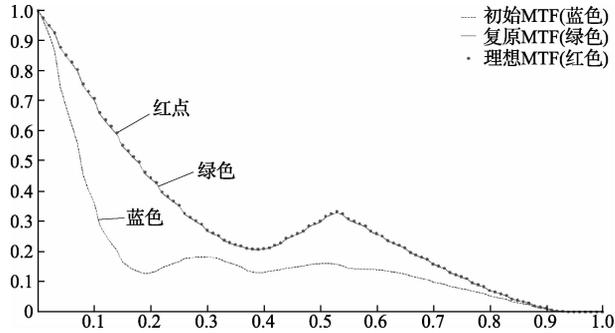


图2 调制传递函数(MTF)反演结果

图像复原结果如图3所示,复原后图像的清晰度有了明显的提高,对比度也有一定程度的提升,在退化图像中已分辨不清的远处景物也可以分清。焦面像与离焦像的峰值信噪比分别为12.5962 dB和12.6348 dB,复原图像的峰值信噪比也得到很大程度的提高至27.6859 dB,实验结果验证了基于相位线性展开的图像复原能力。



图3 图像复原结果

5 结 论

针对合成孔径光学系统通过位相相异方法检测各子孔径的位相信息,通过对相位进行一阶泰勒展开,获得相位的线性近似,通过求解最小二乘问题代替计算复杂度高的非线性优化问题,在波前相位较小的情况下可以实现准确的相位回复,改进了传统位相相异方法计算复杂度大的缺点,实验证明矫正结果优于 $1/60\lambda$,能够实现子孔径的共焦同相,达到合成孔径的目的。

参考文献

- [1] 杨蕾,卢荣胜,雷丽巧.基于小波变换的散斑纹理表面粗糙度信息提取[J].电子测量与仪器学报,2012,26(12):1091-1095.
- [2] 王槐,代霜,张景旭.大型地平式望远镜的方位轴系支撑结构[J].光学精密工程,2012,20(7):1509-1516.
- [3] 杨晓霞,孟浩然,李玉霞,等.具有扰动观测及实时补偿的大型光电望远镜主轴控制技术[J].国外电子测量技术,2014,33(11):56-61.
- [4] 徐亮,赵建科,薛勋,等.月基望远镜探测能力的地面标定[J].光学精密工程,2012,20(5):972-978.
- [5] 张媛媛,敬畏,程云涛,等. $\Phi 510\text{mm}$ SiC超轻量化反射镜的设计与有限元分析[J].光学精密工程,2012,20(8):1718-1724.
- [6] 吴元昊,王斌,赵金宇,等.利用相位差异技术恢复宽带白光图像[J].光学精密工程,2010,18(8):1849-1854.
- [7] THELEN B J, PAXMAN R G, CARRARA D A, et al. Maximum a posteriori estimation of fixed aberrations, dynamic aberrations, and the object from Phase-diverse speckle data[J]. J. Opt. Soc. Am., 1999, A16:1759-1768.
- [8] 王建立,汪宗洋,王斌,等.相位差异散斑法图像复原技术[J].光学精密工程,2011,19(5):1165-1170.
- [9] 王斌,汪宗洋,王建立,等.双相机相位差异散斑成像技术[J].光学精密工程,2011,19(6):1384-1390.
- [10] 赵金宇,陈占芳,王斌,等.相位差异法目标函数并行化改造[J].光学精密工程,2012,20(2):431-438.
- [11] 叶井飞,高志山,刘晓莉,等.基于Zernike多项式和径向基函数的自由曲面重构方法[J].光学学报,2014(8):233-241.

作者简介

武国梁,1987年出生,硕士研究生。主要研究方向为计算机图像处理、计算机视觉等。

E-mail:ciompwgl@163.com